

MATE[®]
2000+
Consolidare

Nume:

Prenume:

Clasă:

Școală:

.....

EDITURA PARALELA 45



EDITURA PARALELA45
EDUCAȚIONAL

*Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3530/04.04.2018.
Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programul școlar în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.*

Referință științifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuția și recomandările Comisiei științifice și metodice a publicațiilor Societății de Științe Matematice din România. Aceasta și-a dat avizul favorabil în ceea ce privește alcătuirea și conținutul matematic.

Redactare: Daniel Mitran
Tehnoredactare: Iuliana Ene
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României
ZAHARIA, DAN

Matematică : algebră, geometrie : clasa a VI-a / Dan Zaharia,
Maria Zaharia. - Ed. a 10-a. - Pitești : Paralela 45, 2021-
2 vol.
ISBN 978-973-47-3400-9
Partea 1. - 2021. - ISBN 978-973-47-3401-6

I. Zaharia, Maria

51

COMENZI – CARTEA PRIN POȘTĂ

EDITURA PARALELA 45
Bulevardul Republicii, Nr. 148, Clădirea C1, etaj 4, Pitești,
jud. Argeș, cod 110177
Tel.: 0248 633 130; 0753 040 444; 0721 247 918
Tel./fax: 0248 214 533; 0248 631 439; 0248 631 492
E-mail: comenzi@edituraparelela45.ro
sau accesați www.edituraparelela45.ro

Tiparul executat la tipografia *Editurii Paralela 45*
E-mail: tipografie@edituraparelela45.ro

Copyright © Editura Paralela 45, 2021

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate,
iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.
www.edituraparelela45.ro

Dan ZAHARIA
Maria ZAHARIA

matematică
algebră
geometrie

clasa a VI-a

partea I

ediția a X-a



mate 2000 – consolidare

ÎNVĂȚARE DE CONSOLIDARE[®]

antrenament



Stimate cadre didactice/dragi elevi,

Vă mulțumim că și în acest an școlar ați ales să utilizați auxiliarele din colecția **Mate 2000+**!

Mate 2000+ este cea mai longevivă colecție din domeniul educațional la nivel național și, pentru multe generații de elevi, astăzi părinți, reprezintă sinonimul reușitei în carieră și de ce nu, în viață. Concepută și gândită de un colectiv de specialiști în domeniul educației ca un produs unic pe piața editorială din România, **MATE 2000+** a reușit să se impună, fiind în acest moment lider pe piața auxiliarelor școlare dedicate matematicii.

Tehnologia a evoluat, vremurile s-au schimbat, iar toate acestea ne fac să credem că și modul de abordare a predării se va schimba treptat. Fideli dezideratului de a oferi elevilor informații de un real folos, avem deosebită plăcere de a vă prezenta **Aplicația MATE 2000+**. Creată într-un mod intuitiv, disponibilă atât în Apple Store, cât și în Play Store, cu secțiuni dedicate elevilor și profesorilor, aplicația îmbogățește partea teoretică din auxiliarele noastre.

Rolul aplicației MATE 2000+ este de a oferi elevilor posibilitatea de a urmări într-un mod sistematizat conținuturile esențiale din programă, iar pentru profesori reprezintă un sprijin important pentru organizarea eficientă a lecțiilor, atât la clasă, cât și în sistem online.

Vă dorim o experiență de utilizare excelentă!
Echipa Editurii Paralela 45

Abrevieri:

- * Inițiere (înțelegere)
- ** Consolidare (aplicare și exersare)
- *** Excelență (aprofundare și performanță)
- **** Supermate

Legendă

PE = portofoliul elevului

PP = portofoliul profesorului

PE-PP = portofoliul elevului - portofoliul profesorului

Algebră

Capitolul I Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale

PP Competențe specifice

- 1.1. Identificarea unor noțiuni specifice mulțimilor și relației de divizibilitate în \mathbb{N}
- 2.1. Evidențierea în exemple a relațiilor de apartenență, de incluziune, de egalitate și a criteriilor de divizibilitate cu 2, 5, $10n$, 3 și 9 în \mathbb{N}
- 3.1. Utilizarea unor modalități adecvate de reprezentare a mulțimilor și de determinare a c.m.m.d.c. și a c.m.m.m.c.
- 4.1. Exprimarea în limbaj matematic a unor situații concrete care se pot descrie utilizând mulțimile și divizibilitatea în \mathbb{N}
- 5.1. Analizarea unor situații date în contextul mulțimilor și al divizibilității în \mathbb{N}
- 6.1. Transpunerea, în limbaj matematic, a unor situații date utilizând mulțimi, operații cu mulțimi și divizibilitatea în \mathbb{N}

PE-PP 1.1. Mulțimi

1.1.1. Descriere, notații, reprezentări. Mulțimi numerice și mulțimi nenumerice. Relația dintre un element și o mulțime



Mulțimea este o colecție de obiecte bine determinate și distincte numite **elementele mulțimii**.

Mulțimile se notează cu litere mari, iar **elementele mulțimii** se notează cu litere mici.

Dacă A este o mulțime și x , un element al său, atunci vom scrie $x \in A$ și vom citi x aparține lui A . Dacă x nu este un element al mulțimii A , atunci vom scrie $x \notin A$ și vom citi x nu aparține lui A .

O mulțime poate fi dată în trei moduri:

1. **numind fiecare element al mulțimii**; în acest caz mulțimea se scrie punând între acolade elementele sale;

Exemplu: $A = \{0, 1, 2, 3\}$.

2. **cu ajutorul diagramei Venn–Euler**; în acest caz, mulțimea poate fi ilustrată desenând o curbă închisă și scriind în interiorul ei elementele corespunzătoare (fig. 1);



Fig. 1

3. enunțând o proprietate caracteristică elementelor mulțimii (pe care o are oricare element al mulțimii și nu o are niciun alt element care nu aparține mulțimii).

Exemplu: $A = \{x \mid x \text{ este număr natural și } x < 4\}$.

● Mulțimea care nu are niciun element se numește **mulțimea vidă**; ea se notează cu simbolul \emptyset .

● Mulțimea care are ca elemente toate numerele naturale este numită **mulțimea numerelor naturale**. Aceasta se notează cu \mathbb{N} . Așadar:

$$\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, \dots\}.$$

● Numărul de elemente al unei mulțimi A se numește **cardinalul** mulțimii A și se notează $\text{card } A$.

● ● ● activități de învățare ● ● ●

PE **Înțelegere** *

1. Scrieți mulțimea literelor din care este format cuvântul:
a) *biblioteca*; b) *cinematecă*; c) *actualități*.
2. Scrieți mulțimea cifrelor din care sunt formate numerele:
a) 43 257; b) 524 123; c) 17 230 415; d) 425 730.
3. Scrieți mulțimea numerelor naturale mai mici sau egale cu 4.
4. Scrieți mulțimea numerelor naturale cuprinse între 6 și 14.
5. Scrieți mulțimea cifrelor: a) pare; b) impare.
6. Fie mulțimile: $A = \{a, b, c\}$; $B = \{c, d, e\}$; $C = \{a, c, e\}$. Căror mulțimi le aparține:
a) elementul a ; b) elementul b ?
7. Fie mulțimile: $A = \{1, 3, 4, 7\}$ și $B = \{2, 4, 7, 9\}$. Scrieți valoarea de adevăr a propozițiilor:
a) $2 \in A$; b) $3 \notin A$; c) $2 \notin B$;
d) $1^{2003} \in A$; e) $4 \in A$ și $4 \in B$; f) $1 \in A$ sau $7 \in B$.
8. Scrieți următoarele mulțimi cu ajutorul unei proprietăți caracteristice a elementelor:
 $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$; $B = \{0, 2, 4, 6, 8\}$; $C = \{1, 3, 5, 7, 9\}$; $D = \{1, 3, 9, 27, 81, 243\}$.
9. Precizați valoarea de adevăr a propozițiilor:
a) $3 \in \{0, 1, 3\}$; b) $2 \notin \{1, 4, 5\}$;
c) $4 \in \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 5\}$; d) $0 \in \emptyset$;
e) $2^{21} \in \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3^{14}\}$; f) $10 \in \{x \in \mathbb{N} \mid 7 \leq x < 12\}$.

PE **Aplicare și exersare** **

10. Fie $A = \{0, 1, 3\}$ și $B = \{x \mid x = 2^a + a \text{ și } a \in A\}$. Scrieți elementele mulțimii B și calculați $\text{card } B$.
11. Indicați propozițiile false:
a) $2 \in \{1, 7, 3\}$; b) $7^0 \in \{1, 3, 9\}$; c) $4 \notin \{1, 2, 3\}$;
d) $7 \notin \{0, 3, 7, 11\}$; e) $0 \in \emptyset$; f) $0 \notin \emptyset$.
12. Scrieți următoarele mulțimi enumerând elementele acestora:
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 4\}$; $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 4\}$;
 $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x < 7\}$; $D = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 < x \leq 10\}$.

13. Scrieți elementele mulțimilor:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 2k + 1, k \in \mathbb{N}, k \leq 3\}; \quad B = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x = 2^k, k \in \mathbb{N}, k < 4\};$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, 2^x \leq 32\}; \quad D = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, x^3 \leq 64\}.$$

14. Scrieți elementele mulțimilor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3^x = 1 \text{ sau } 3^x = 27\}; \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 2^n, n \in \mathbb{N}^*, n \leq 5\};$$

$$C = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 < 12 \text{ și } x^2 \geq 9\}; \quad D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este ultima cifră a lui } n^2, n \in \mathbb{N}\}.$$

15. Aflați cardinalul mulțimilor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 2\,001\}; \quad B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x \leq 1\,957\}; \quad C = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 10\};$$

$$D = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 < x < 7\}; \quad E = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 < x \leq 14\}; \quad F = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x < 2\,002\}.$$

16. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x + 3 < 7\}; \quad B = \{x \mid x \in \mathbb{N}^*, 2^3 - 5 > x \text{ și } x \leq 3^3 - 2\};$$

$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \text{ este pătrat perfect de două cifre}\}; \quad D = \{\overline{2x} \mid x \text{ este cifră impară}\};$$

$$E = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x \text{ este pătrat perfect și } x \text{ are ultima cifră } 3\}; \quad F = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ și } 2^{x+1} = 32\}.$$

17. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

$$\text{a) } \{1, 2, 3\} = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 2 \leq 5\}; \quad \text{b) } \{x \in \mathbb{N} \mid 2^x - 2^0 = 63\} = \{6\};$$

$$\text{c) } \{1, 3, 5, 7, 9\} = \{x \in \mathbb{N} \mid x - 1 \text{ este cifră pară}\}.$$

PE Aprofundare și performanță ***

18. Determinați elementele mulțimilor:

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 8^x + 8^{x+1} \text{ este pătrat perfect}\}; \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid 24^x + 24^{x+1} \text{ este pătrat perfect}\}.$$

19. Scrieți elementele mulțimilor de mai jos. Ce observați?

$$A = \{x \in \mathbb{N} \mid 7 \leq x \leq 11\}; \quad B = \{x \in \mathbb{N} \mid 5 \leq x - 2 \leq 9\}; \quad C = \{x \in \mathbb{N} \mid 13 \leq 2x - 1 \leq 21\}.$$

20. Determinați mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = \overline{2ab} \text{ și } x \text{ pătrat perfect}\};$

$$B = \{x \in \mathbb{N} \mid x = \overline{1ab} \text{ și } x \text{ pătrat perfect}\}; \quad C = \{x \in \mathbb{N}^* \mid (1 + 2 \cdot 2^2 \cdot 2^{49}) : (1 + 2^{52}) \geq x\}.$$

PE-PP Supermate ****

21. Determinați mulțimile A și B care îndeplinesc simultan proprietățile:

$$\text{a) } \{1, 2, 3, 4\} \text{ reprezintă mulțimea formată din toate elementele mulțimilor } A \text{ și } B;$$

$$\text{b) fiecare mulțime are câte două elemente;} \quad \text{c) dacă } x \in A, \text{ atunci } x + 1 \in B.$$

22. Se dă mulțimea A formată din numere naturale, cu proprietățile:

$$\text{a) } 9 \in A; \quad \text{b) dacă } x \in A, \text{ atunci } 5x + 1 \in A; \quad \text{c) dacă } 7x + 4 \in A, \text{ atunci } x \in A.$$

$$\text{Arătați că } 6 \in A.$$

PE-PP 1.1.2. Relații între mulțimi



- Două mulțimi sunt **egale** dacă au aceleași elemente. Dacă A și B sunt două mulțimi egale, notăm $A = B$, iar dacă nu sunt egale notăm $A \neq B$.
- Fie A și B două mulțimi; A este inclusă în B dacă orice element al mulțimii A este și element al mulțimii B . Se scrie $A \subset B$. Se mai spune că B **include** pe A și se scrie $B \supset A$. În acest caz se spune despre A că este o **submulțime** a lui B . Dacă A nu este inclusă în B , adică A nu este o submulțime a lui B , notăm $A \not\subset B$ (citim „ A nu este inclus în B ”) sau $B \not\supset A$ (citim „ B nu include pe A ”).
- Se consideră că mulțimea \emptyset este **submulțime** a oricărei mulțimi A .
- Orice mulțime este **inclusă** în ea însăși. Deci $A \subset A$, oricare ar fi mulțimea A .
- Două mulțimi sunt **egale** dacă fiecare dintre ele este o submulțime a celeilalte mulțimi: $A = B$ dacă și numai dacă $A \subseteq B$ și $B \subseteq A$.

● ● ● **activități de învățare** ● ● ●

PE Înțelegere *

1. Scrieți toate submulțimile mulțimilor:
a) $\{1, 2\}$; b) $\{2, 3, 5\}$; c) $\{a, b, c\}$.
2. Scrieți trei submulțimi ale mulțimii numerelor naturale.
3. Scrieți toate mulțimile X care îndeplinesc condițiile: $\{1, 3\} \subset X$ și $X \subset \{1, 2, 3, 5, 7\}$.
4. Dați trei exemple de mulțimi egale cu mulțimea vidă.
5. Fie mulțimile: $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x \leq 10\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N}^* \mid x + 2 < 7\}$.
a) Scrieți elementele celor două mulțimi.
b) Stabiliți dacă $A \subset B$ sau $B \subset A$.
6. Care dintre mulțimile de mai jos sunt egale?
 $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 3 < x < 8\}$; $B = \{4, 5, 6, 7\}$; $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 4 \leq x \leq 7\}$;
 $D = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 3, x \text{ cifră}\}$; $E = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5, x \text{ număr par}\}$.
7. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:
a) $\{1, 2, 5\} \subset \{0, 1, 2, 5, 7\}$; b) $\{1, 2, 5\} \supset \{0, 1, 2, 5, 7\}$;
c) $\{3, 7, 11\} \supset \{3\}$; d) $\{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 2\} \subset \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 2\}$;
e) $\emptyset \subset \{0\}$; f) $\{x \in \mathbb{N}^* \mid x < 5\} \subset \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este cifră a numărului } 34\,021\}$.

PE Aplicare și exersare **

8. Fie $M = \{11, 21, 31, \dots, 91\}$.
a) Scrieți cardinalul mulțimii M .
b) Scrieți trei submulțimi ale mulțimii M formate din câte patru elemente.
c) Scrieți toate submulțimile mulțimii M formate din câte opt elemente.
9. Fie $M = \{0, 1, 7\}$.
a) Scrieți toate submulțimile mulțimii M .
b) Scrieți mulțimea X formată din submulțimile mulțimii M .
c) Scrieți cardinalul mulțimii X .

Geometrie

RECAPITULAREA MATERIEI DIN CLASA A V-A ȘI COMPLETĂRI

PP Competențe generale

- C₁. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar
- C₂. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale
- C₃. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice
- C₄. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, a concluziilor și a demersurilor de rezolvare pentru o situație dată
- C₅. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date
- C₆. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii

PE-PP 1. Elemente de geometrie

În clasa a V-a ați făcut cunoștință cu noțiunile de punct, dreaptă, plan, semiplan, semidreaptă, segment, le-ați descris, le-ați reprezentat și le-ați notat. Ați aflat că figurile geometrice se „desenează”, se reprezintă folosind instrumente geometrice: rigla gradată, rigla negradată, echerul, raportorul, compasul.

Punctul, dreapta și planul sunt cele mai simple noțiuni ale geometriei (noțiuni abstracte, create de mintea omului). În geometrie, **punctul se notează cu litere mari de tipar: A, B, C, \dots dreptele se notează cu litere mici: a, b, c, \dots , iar planele se notează cu litere grecești: $\alpha, \beta, \gamma, \dots$.**

Uneori aceste litere sunt afectate de câte **un indice inferior** (exemple: $A_1, d_2, \alpha_3, \dots$ ¹) sau de câte **un indice superior** (exemple: A'', d', α'', \dots ²).

Semiplanul reprezintă toate punctele din plan aflate de aceeași parte față de dreapta dată.

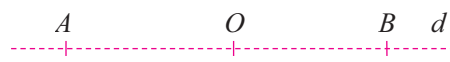
Dreapta care acoperă planul în două regiuni se numește **frontiera semiplanului**.

¹ Citim: A unu, d doi, α trei,

² Citim: A secund, d prim, α secund,

Se consideră o dreaptă d și un punct O situat pe această dreaptă. Punctele drepteii aflate de aceeași parte față de punctul O reprezintă o **semidreaptă cu originea în O** .

Punctul O situat pe dreapta d este originea a două semidrepte: OA și OB .



Se consideră o dreaptă d și două puncte A și B situate pe această dreaptă.



Toate punctele drepteii d situate între A și B reprezintă **segmentul de dreaptă AB** .

Dreapta d se numește **dreapta suport** a segmentului.

Trei sau mai multe puncte care sunt situate pe aceeași dreaptă se numesc **puncte coliniare**.

Dacă trei sau mai multe puncte nu se află pe aceeași dreaptă, se spune că punctele sunt **necoliniare**.

Punctele A, B și C sunt **coliniare** pentru că: $A \in d, B \in d, C \in d$, dar $D \notin d$. Se observă că punctele A, C și D respectiv B, C și D sunt **necoliniare**.

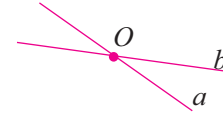


Date două puncte distincte A și B , există o singură dreaptă determinată de aceste puncte.



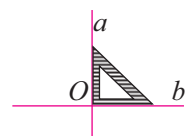
Prin două puncte distincte trece o dreaptă și numai una.

Două sau mai multe drepte care au un singur punct comun se numesc **drepte concurente**. Dreptele a și b sunt **concurente** în punctul O pentru că $O \in a, O \in b$ și notăm $a \cap b = \{O\}$.

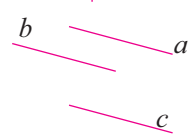


Dacă două drepte se intersectează formând unghiuri drepte, atunci ele se numesc drepte perpendiculare.

Dreptele a și b din figura alăturată sunt **perpendiculare**.



Două sau mai multe drepte care, oricât ar fi „prelungite”, nu se întâlnesc niciodată se numesc **drepte paralele**. Dreptele paralele nu au niciun punct comun și notăm $a \parallel b, a \parallel c, b \parallel c$.



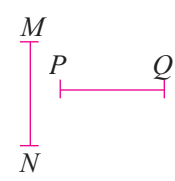
Distanța dintre extremitățile unui segment se numește **lungimea segmentului**.

Distanța dintre punctele A și B din figura alăturată este de 3 centimetri. În acest caz spunem că lungimea segmentului AB este de 3 centimetri și scriem $AB = 3$ cm.



Două segmente de dreaptă care au aceeași lungime se numesc **segmente congruente**.

Segmentele din figura alăturată au aceeași lungime ($MN = 2,5$ cm și $PQ = 2,5$ cm). Spunem că: „segmentul MN este congruent cu segmentul PQ ” și scriem: $MN \equiv PQ$.



Punctul situat în interiorul unui segment și care este egal depărtat de capetele acestuia se numește **mijlocul segmentului**.



În figura de mai sus M este mijlocul segmentului AB , segmentele MA și MB sunt congruente; notăm $MA = MB$, iar punctele A și B sunt **simetrice față de punctul M** .

Figura geometrică determinată de semidreptele care au aceeași origine se numește **unghi**.

În figura alăturată avem reprezentat unghiul AOB notat $\sphericalangle AOB$ sau \widehat{AOB} .

Despre punctele C și D spunem că aparțin $\sphericalangle AOB$.

Despre punctul M spunem că aparține interiorului $\sphericalangle AOB$.

Despre punctul N spunem că aparține exteriorului $\sphericalangle AOB$.

Unghiurile se măsoară cu **raportorul**. Unitatea de măsură este **gradul** ($^\circ$), a 360-a parte dintr-un cerc. Două unghiuri care au aceeași măsură se numesc **unghiuri congruente**. Orice două unghiuri nule sunt congruente și orice două unghiuri alungite sunt congruente.

După măsura lor, unghiurile se pot clasifica astfel:

– unghiuri cu măsura de 0° , numite **unghiuri nule**; sunt unghiurile ale căror laturi se suprapun, coincid. Unghiul $\sphericalangle AOB$ din figura alăturată este **unghi nul**, laturile lui, adică semidreptele OA și OB , coincid, se suprapun;

– unghiuri cu măsura între 0° și 90° numite **unghiuri ascuțite**. Unghiul $\sphericalangle AOB$ din figura alăturată este **unghi ascuțit** deoarece are măsura de 45° și $0^\circ < 45^\circ < 90^\circ$;

– unghiuri cu măsura de 90° , numite **unghiuri drepte**. Unghiul $\sphericalangle AOB$ din figura alăturată este un **unghi drept** pentru că are măsura de 90° ;

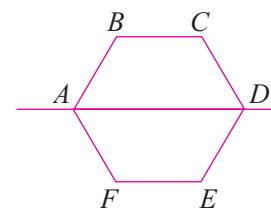
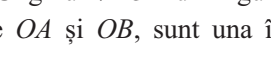
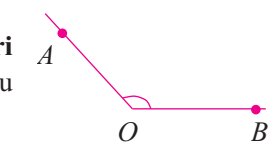
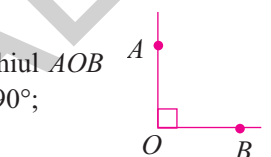
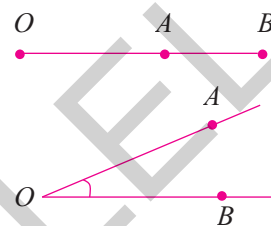
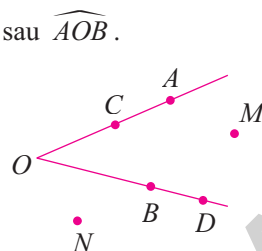
– unghiuri cu măsura între 90° și 180° , numite **unghiuri obtuze**. Unghiul $\sphericalangle AOB$ din figura alăturată este **unghi obtuz** pentru că are măsura de 135° și $90^\circ < 135^\circ < 180^\circ$;

– unghiuri cu măsura de 180° , numite **unghiuri alungite**, sunt unghiuri ale căror laturi sunt una în prelungirea celeilalte. Unghiul $\sphericalangle AOB$ din figura de mai sus este **unghi alungit**, laturile lui, adică semidreptele OA și OB , sunt una în prelungirea celeilalte.

Două figuri care prin suprapunere coincid se numesc **figuri congruente**. Dacă două figuri sunt congruente atunci există în cele două figuri **perechi de segmente și perechi de unghiuri congruente**.

Dacă o figură geometrică se poate plia după o dreaptă, astfel încât cele două părți să se suprapună perfect, atunci dreapta după care s-a făcut plierea este **axa de simetrie** a figurii respective. Spunem că cele două figuri congruente sunt **simetrice** față de dreapta care este axă de simetrie.

Dreapta AD este axă de simetrie a figurii de mai sus. Se pot găsi în cele două figuri congruente, separate de axa de simetrie AD , perechi de segmente congruente și perechi de unghiuri congruente.



45

PE 2. Exerciții și probleme recapitulative

- Desenați un unghi $\sphericalangle AOB$ cu măsura de 60° și cu $OA = OB = 6$ cm.
 - Măsurați unghiurile $\sphericalangle OAB$ și $\sphericalangle OBA$. Ce constatați?
 - Notați cu M mijlocul segmentului AB și măsurați segmentul AM . Ce observați?
- Desenați un dreptunghi $ABCD$ cu $AB = 6$ cm și $BC = 3$ cm.
 - Măsurați unghiurile $\sphericalangle BAC$ și $\sphericalangle DCA$. Ce constatați?
 - Măsurați unghiurile $\sphericalangle DAC$ și $\sphericalangle BCA$. Ce constatați?
- Se consideră următoarele unghiuri cu măsurile date: $\sphericalangle A = 54^\circ$, $\sphericalangle B = 100^\circ$, $\sphericalangle C = 47^\circ 53'$, $\sphericalangle D = 115^\circ 24'$, $\sphericalangle E = 90^\circ$, $\sphericalangle F = 179^\circ 60'$, $\sphericalangle G = 88^\circ 120'$, $\sphericalangle H = 0^\circ$. Copiați în caiet tabelul ce urmează și apoi completați-l.

Unghiuri improprii		Unghiuri proprii		
Nule	Alungite	Ascuțite	Drepte	Obtuze

- Se consideră unghiul obtuz $\sphericalangle AOB$ și o semidreaptă OM , astfel încât $\sphericalangle AOM$ să fie unghi drept. Realizați desenul și precizați ce fel de unghi este $\sphericalangle BOM$ în cazul în care:
 - semidreapta OM se află în interiorul unghiului $\sphericalangle ABC$;
 - semidreapta OM se află în exteriorul unghiului $\sphericalangle ABC$.
- Pe o dreaptă d se consideră două puncte distincte M și N . Realizați un desen.
 - În câte părți este împărțită dreapta d de cele două puncte?
 - Care dintre aceste părți este semidreaptă și care este segment?
- Desenați trei puncte necoliniare A , B și C .
 - Desenați dreptele determinate de aceste puncte.
 - Stabiliți poziția punctelor A , B și C față de dreapta BC .
- Desenați punctele coliniare M , N , P și Q în această ordine, știind că $MN = 4$ cm, $MQ = 9$ cm și $PQ = 2$ cm. Calculați lungimile segmentelor: NP , MP și NQ .
- Desenați un unghi ascuțit, un unghi drept și un unghi obtuz.
 - Măsurați unghiurile pe care le-ați desenat și notați în caiete măsurile lor.
- Desenați un unghi $\sphericalangle EOF$ cu măsura de 100° și o semidreaptă OM în interiorul unghiului, astfel încât măsura unghiului $\sphericalangle MOF$ să fie egală cu 40° . Aflați măsura unghiului $\sphericalangle EOM$, prin calcul și prin măsurare.
 - Rezolvați aceeași problemă în cazul în care semidreapta OM este situată în exteriorul triunghiului $\sphericalangle EOF$.
- Desenați două unghiuri $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ astfel încât să nu aibă puncte interioare comune, $\sphericalangle AOB$ este un unghi drept, iar măsura lui $\sphericalangle BOC$ este o treime din măsura unghiului $\sphericalangle AOB$.
 - Calculați măsura unghiului $\sphericalangle AOC$.
- Rezolvați problema anterioară în cazul în care unghiurile $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ au puncte interioare comune.

Indicații și răspunsuri

SOLUȚIILE TESTELOR DE AUTOEVALUARE POT FI CONSULTATE AICI:
(Scanați codul QR cu camera telefonului, nu din aplicația Mate2000+)



RECAPITULAREA MATERIEI DIN CLASA A V-A

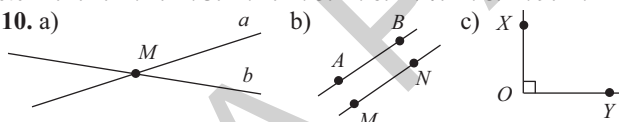
1. Exerciții și probleme recapitative

1. a) 1; b) 21; c) 3; d) 400. 2. 1. 3. 0. 4. $a = 51^2$ și este pătrat perfect. 5. 5, 11, 17, 23, 29. 6. 35 și 11. 7. 4,25; 3,(6); 0,2(15). 8. a) 3,76; b) 1,26; c) 33,7. 9. 96,88; 13,84. 10. a) MMXX; MCMLVII; MMX; b) 124, 1249, 1750. 11. a) $a + b + c = 5$; b) $a + b + c = 5$. 12. 100 și 84. 13. 75 și 25. 14. 15 apartamente cu două camere și 5 apartamente cu 3 camere. 15. 100. 16. 25 lei. 17. 8 ore. 18. 3 lei și respectiv 7 lei. 19. a) 7 cu 23; 11 cu 19; 13 cu 17; b) 23 și 3, 31 și 11, 37 și 17 și 43 și 23; c) $a = 2$, $b = 3$. 20. Restul este 0. 21. a) 450 de numere; b) 180 de numere; c) 9 numere. 22. $n = 9 \cdot (3a + 9b + c + 5)$. 23. 550. 24. 20 elevi. 25. $V_{\text{apă}} = 75 \text{ dm}^3$, $V_{\text{pietriș}} = 25 \text{ dm}^3$ și $V_{\text{apă}} + V_{\text{pietriș}} = 100 \text{ dm}^3$. Apa și pietrișul ocupă un paralelipiped dreptunghic cu dimensiunile 5 dm, 5 dm și h dm, unde h este înălțimea la care se ridică apa în vas. $25h = 100 \Rightarrow h = 4 \text{ dm} = 40 \text{ cm}$. 26. 24 m. 27. a) semidreptele coincid $OA = OB$; b) MN și NP semidrepte opuse; c) $\sphericalangle XYZ = 90^\circ$; d) $\sphericalangle CDE > 90^\circ$; e) $\sphericalangle FGH < 90^\circ$. 28. a) A; b) F; c) F; d) F. 29. a) M este mijlocul segmentului AB dacă este coliniar cu A și B și $MA = MB$; b) segmentele care au aceeași lungime; c) A' este simetricul punctului A față de dreapta d dacă prin pliere după dreapta d cele două puncte A și A' se suprapun; d) unghiul a cărui măsură este 0° ; e) unghiul a cărui măsură este 180° . 30. a) $41^\circ 41'$; b) $50^\circ 7'$; c) $105^\circ 55'$; d) $12^\circ 9'$; e) $61^\circ 17'$; f) $49^\circ 45'$; g) $218^\circ 59'$; h) $13^\circ 18'$. 31. a) 1957, 1950, 1900; b) 1957, 1960, 2000; c) 1957, 1960, 2000.

2. Teste de evaluare

Testul 1. I. 1. A. 2. D. 3. A. 4. B. 5. D. 6. A. 7. A. 8. B. 9. A.

II. 10. a)



11. 60. 12. 3. 13. 98.

14. 710 și 765.

Testul 2. I. 1. B. 2. B. 3. A. 4. C. 5. C. 6. C. 7. B. 8. B. 9. B. II. 10. 11. 11. a) $630'$; b) 125° ; c) $26^\circ 23'$. 12. 50 pagini. 13. 1000 m. 14. $4a - 8b - 1 = 27 = 3^3$.

Testul 3. I. 1. B. 2. C. 3. C. 4. B. 5. D. 6. A. 7. D. 8. B. 9. A. II. 10. a) 650 lei; b) 160 kg. 11. a) 24 lei; 36 lei; 60 lei; b) 13 lei. 12. 59,375.

Testul 4. I. 1. C. 2. D. 3. A. 4. B. 5. C. 6. B. 7. B. 8. C. 9. C. II. 10. a) 190 lei; b) 100 kg.

11. a) $\frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{5} = p$, de unde $x = 2p$, $y = 3p$, $z = 5p$; b) 40 lei; 60 lei; 100 lei. 12. 2118.

ALGEBRĂ

CAPITOLUL I. MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

1.1. Mulțimi

1.1.1. Descriere, notații, reprezentări. Mulțimi numerice și mulțimi nenumerice.

Relația dintre un element și o mulțime

1. a) $M = \{b, i, l, o, t, e, c, \check{a}\}$; b) $N = \{c, i, n, e, m, a, t, \check{a}\}$; c) $P = \{a, c, t, u, l, i, \check{a}, \check{f}\}$. 2. a) $A = \{2, 3, 4, 5, 7\}$, $B = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, $C = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 7\}$, $D = \{0, 2, 3, 4, 5, 7\}$. 3. $M = \{0, 1, 2, 3, 4\}$.

Cuprins

RECAPITULAREA MATERIEI DE CLASA A V-A

1. Exerciții și probleme recapitulative	5
2. Teste de evaluare	7

ALGEBRĂ

Capitolul I. MULȚIMI. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

1.1. Mulțimi	12
1.1.1. Descriere, notații, reprezentări. Mulțimi numerice și mulțimi nenumerice. Relația dintre un element și o mulțime	12
1.1.2. Relații între mulțimi	15
1.1.3. Mulțimi finite, cardinalul unei mulțimi finite. Mulțimi infinite. Mulțimea numerelor naturale	17
1.1.4. Operații cu mulțimi: reuniune, intersecție, diferență	19
1.1.5. Recapitulare și sistematizare prin teste	24
<i>Test de autoevaluare</i>	27
1.2. Divizibilitatea numerelor naturale	29
1.2.1. Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime	29
1.2.2. Aplicație: determinarea celui mai mare divizor comun (c.m.m.d.c.), numere prime între ele	34
1.2.3. Aplicație: determinarea celui mai mic multiplu comun (c.m.m.m.c.)	37
1.2.4. Proprietăți ale divizibilității în \mathbb{N}	39
1.2.5. Probleme care se rezolvă folosind divizibilitatea	43
1.2.6. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	45
1.2.7. Recapitulare și sistematizare prin teste	46
<i>Test de autoevaluare</i>	51
<i>Test de autoevaluare</i>	53

Capitolul II. RAPOARTE ȘI PROPORȚII

2.1. Rapoarte	55
2.1.1. Raport	55
2.1.2. Titlul unui aliaj	55
2.1.3. Concentrația unei soluții	56
2.1.4. Scara unui desen	56
2.2. Procente	59
2.2.1. Procent	59
2.2.2. Aflarea a $p\%$ dintr-un număr	60
2.2.3. Aflarea unui număr când cunoaștem $p\%$ din el	60
2.2.4. Calculul raportului procentual	60
2.2.5. Creșteri și scăderi cu $p\%$	60
2.2.6. Procente din procente	61
2.3. Proporții	64
2.3.1. Proporție	64
2.3.2. Proprietatea fundamentală a proporției	64
2.3.3. Aflarea unui termen necunoscut al unei proporții	64
2.3.4. Proporții derivate	65
2.3.5. Șir de rapoarte egale	65
2.3.6. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	68
2.3.7. Recapitulare și sistematizare prin teste	71
<i>Test de autoevaluare</i>	73

2.4. Mărimi proporționale	75
2.4.1. Mărimi direct proporționale	75
2.4.2. Mărimi invers proporționale	76
2.4.3. Probleme de matematică aplicată în viața cotidiană	81
2.4.4. Recapitulare și sistematizare prin teste	82
2.5. Elemente de organizare a datelor. Reprezentarea datelor prin grafice în contextul proporționalității	84
2.6. Probabilități (Aplicație la rapoarte)	87
2.6.1. Recapitulare și sistematizare prin teste	91
<i>Test de autoevaluare</i>	95

GEOMETRIE

RECAPITULAREA MATERIEI DE CLASA A V-A ȘI COMPLETĂRI

1. Elemente de geometrie	97
2. Exerciții și probleme recapitulative	100
3. Teste de evaluare	102
<i>Test de autoevaluare</i>	105

Capitolul I. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

1.1. Unghiuri	107
1.1.1. Unghiuri opuse la vârf, congruența lor	107
1.1.2. Unghiuri formate în jurul unui punct. Suma măsurilor lor	110
1.1.3. Unghiuri suplimentare. Unghiuri complementare	112
1.1.4. Unghiuri adiacente. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi	115
1.1.5. Recapitulare și sistematizare prin teste	119
<i>Test de autoevaluare</i>	121
1.2. Paralelism	123
1.2.1. Drepte paralele: definiție, notație, construcție intuitivă prin translație. Axioma paralelelor	123
1.2.2. Criterii de paralelism. Unghiuri formate de două drepte paralele cu o secantă	125
1.2.3. Aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice	129
1.2.4. Recapitulare și sistematizare prin teste	132
<i>Test de autoevaluare</i>	135
1.3. Perpendicularitate	137
1.3.1. Drepte perpendiculare în plan (definiție, notație, construcție). Oblice	137
1.3.2. Aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice	139
1.3.3. Distanța de la un punct la o dreaptă	141
1.3.4. Mediatoarea unui segment. Construcția mediatoarei unui segment. Simetria față de o dreaptă	143
1.3.5. Recapitulare și sistematizare prin teste	148
<i>Test de autoevaluare</i>	151
1.4. Cercul	153
1.4.1. Cerc. Elemente în cerc: centru, coardă, diametru, arc de cerc	153
1.4.2. Unghi la centru. Măsuri	156
1.4.3. Pozițiile relative ale unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri	158
1.4.4. Recapitulare și sistematizare prin teste	161
<i>Test de autoevaluare</i>	163

Modele de teze semestriale	165
Indicații și răspunsuri	172