Ion TUDOR

matematică

algebră, geometrie

• Modalităţi de lucru diferenţiate
• Pregătire suplimentară prin planuri individualizate

Caiet de lucru

Partea a II-a

6

Ediţia a V-a, revizuită

ÎNVĂȚARE DE INIȚIERE ®
susținere, remediere

Editura Paralela 45

Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unităţile de învăţământ preuniversitar prin O.M.E.N. nr. 3530/04.04.2018.
Lucrarea este elaborată în conformitate cu Programa şcolară în vigoare pentru clasa a VI-a, aprobată prin O.M.E.N. nr. 3393/28.02.2017.

Referinţă ştiinţifică: Lucrarea a fost definitivată prin contribuţia şi recomandările Comisiei ştiinţifice şi metodice a publicaţiilor Societăţii de Ştiinţe Matematice din România. Aceasta şi-a dat avizul favorabil în ceea ce priveşte alcătuirea şi conţinutul matematic.

Redactare: Iuliana Ene
Tehnoredactare: Roxana Pietreanu
Pregătire de tipar: Marius Badea
Design copertă: Mirona Pintilie

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
TUDOR, ION
Matematică : algebră, geometrie : modalităţi de lucru diferenţiate, pregătire suplimentară prin planuri individualizate : caiet de lucru : clasa 6 / Ion Tudor. - Ed. a 5-a, rev.. - Piteşti : Paralela 45, 2021
2 vol.
ISBN 978-973-47-3413-9
Partea 2. - 2021. - ISBN 978-973-47-3415-3

51

ALGEBRĂ

Capitolul III

MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

Lecția 1. Mulțimea numerelor întregi. Opusul unui număr întreg

Citesc şi reţin

Numerele naturale nenule scrise cu semnul „+” în faţă: +1, +2, +3, … se numesc numere întregi pozitive. Mulţimea numerelor întregi pozitive se notează cu $\mathbb{Z}_+$, deci $\mathbb{Z}_+ = \{+1, +2, +3, \ldots\}$ şi avem $\mathbb{N}^* = \mathbb{Z}_+$.

Numerele naturale nenule scrise cu semnul „–” în faţă: –1, –2, –3, … se numesc numere întregi negative. Mulţimea numerelor întregi negative se notează cu $\mathbb{Z}_-$, deci $\mathbb{Z}_- = \{-1, -2, -3, \ldots\}$.

Numărul natural 0 este singurul număr întreg care nu este nici pozitiv, nici negativ.

Mulţimea numerelor întregi se notează cu $\mathbb{Z}$ şi se defineşte astfel: $\mathbb{Z} = \mathbb{Z}_- \cup \{0\} \cup \mathbb{Z}_+$.

Mulţimea $\mathbb{Z}^* = \mathbb{Z} \setminus \{0\}$ se numește mulțimea numerelor întregi nenule.

Numerele întregi care aparţin reuniunii $\{0\} \cup \mathbb{Z}_+$ se numesc numere întregi nenegative.

Definiţie: Prin **opusul numărului** întreg nenul *a* înţelegem numărul întreg *–a*. Opusul numărului întreg 0 este numărul întreg 0.

Exemple: Opusul numărului întreg 5 este numărul întreg –5.
Opusul numărului întreg –8 este numărul întreg 8.

Cum se aplică?

1. Se consideră mulţimea $A = \{-6, 15, 0, -21, 8\}$. Determinaţi mulţimile:

a) $E = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_+\}$;

b) $F = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_-\}$.

Soluţie:

a) $E = \{15, 8\}$; b) $F = \{-6, -21\}$.

2. Scrieţi opusele următoarelor numere întregi:

a) –9; b) 0; c) 17; d) –11.

Soluţie:

a) 9; b) 0; c) –17; d) 11.

Știu să rezolv

Exerciții și probleme de dificultate minimă

1. Citiți mulțimile următoare:

a) $\mathbb{Z}_+$; b) $\mathbb{Z}_-$; c) $\mathbb{Z}^*$; d) $\mathbb{Z}$.

2. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $-25 \in \mathbb{Z}_-$; ☐ b) $42 \in \mathbb{Z}_+$; ☐ c) $51 \notin \mathbb{Z}_-$; ☐ d) $-71 \notin \mathbb{Z}_+$; ☐

e) $49 \notin \mathbb{Z}_+$; ☐ f) $-28 \in \mathbb{Z}_-$; ☐ g) $-35 \notin \mathbb{Z}_-$; ☐ h) $87 \in \mathbb{Z}_+$. ☐

3. Se consideră mulțimea $A = \{-2, 4, -5, 7, 8, -1, 0, -13, 12, -9\}$. Enumerați elementele mulțimilor:

a) $A_1 = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_+\}$; b) $A_2 = \{x \in A \mid x \in \mathbb{Z}_-\}$.

b)

4. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $7 \in \mathbb{N}$; ☐ b) $-9 \in \mathbb{N}$; ☐ c) $12 \in \mathbb{Z}$; ☐ d) $-5 \in \mathbb{Z}$; ☐

e) $0 \notin \mathbb{Z}$; ☐ f) $0 \in \mathbb{Z}^*$; ☐ g) $0 \notin \mathbb{Z}^*$; ☐ h) $0 \in \mathbb{Z}$. ☐

5. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) Mulțimea $\mathbb{Z}_+$ este finită. ☐ b) Mulțimea $\mathbb{Z}_-$ este finită. ☐

c) Mulțimea $\mathbb{Z}^*$ este infinită. ☐ d) Mulțimea $\mathbb{Z}$ este infinită. ☐

6. Se consideră mulțimea $E = \{-15, 0, 6, -8, 2, 17\}$. Determinați următoarele mulțimi:

a) $E \cap \mathbb{Z}_-$; b) $E \cap \mathbb{Z}_+$; c) $E \cap \mathbb{Z}^*$; d) $E \setminus \mathbb{Z}_-$; e) $E \setminus \mathbb{Z}_+$; f) $E \setminus \mathbb{Z}^*$.

7. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

a) $\mathbb{Z}_+ \subset \mathbb{Z}^*$; ☐ b) $\mathbb{Z}_- \subset \mathbb{Z}^*$; ☐ c) $\mathbb{Z} \subset \mathbb{Z}^*$; ☐ d) $\mathbb{Z}^* \subset \mathbb{Z}$. ☐

8. Stabiliți valoarea de adevăr a propozițiilor:

a) $\mathbb{Z} \setminus \mathbb{Z}^* = \varnothing$; ☐ b) $\mathbb{N} \cup \mathbb{Z}^* = \mathbb{Z}$; ☐ c) $\mathbb{Z}_+ \cap \mathbb{Z}_- = \varnothing$; ☐ d) $\mathbb{N} \setminus \mathbb{Z}^* = \{0\}$. ☐

9. Completați tabelul următor:

Numărul	43	–7	–25	134	0	–91	–72	64	–8
Opusul									

10. Completați tabelul următor:

Numărul	–6			201		–18			92
Opusul		42	–58		307		–9	83	

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

11. Se consideră mulţimea $A = \{-6, -5, 2, 0, 1, 7, -13\}$. Determinaţi mulţimea $B = \{y \mid y$ este opusul lui $x, x \in A\}$.

12. Se consideră mulţimea $E = \{-1, -4, 6, -11, 8, 0, 9\}$. Determinaţi mulţimea $F = \{y \mid y$ este opusul lui $x, x \in E\}$.

13. Determinaţi mulţimea $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x = -x\}$ şi precizaţi cardinalul acesteia.

14. Se consideră mulţimea $E = \{n \in \mathbb{N} \mid n$ este număr prim de o cifră$\}$. Enumeraţi elementele mulţimii $F = \{m \in \mathbb{Z} \mid m = -n, n \in E\}$.

15. Se consideră mulţimea $E = \{n \in \mathbb{N} \mid n$ este număr compus de o cifră$\}$. Enumeraţi elementele mulţimii $F = \{m \in \mathbb{Z} \mid m = -n, n \in E\}$.

16. Se consideră mulţimile $X = \{-8, 0, 3\}$ şi $Y = \{y \mid y$ este opusul lui $x, x \in X\}$. Scrieţi submulţimile mulţimii Y.

17. Se consideră mulţimile $X = \{-9, -5, 2, 0, -3, 1, 3\}$ şi $Y = \{y \in \mathbb{Z}^* \mid y$ este opusul lui $x, x \in X\}$. Câte submulţimi are mulţimea Y?

18. Se consideră mulţimile $A = \{-7, -1, 0, 1, 4\}$ şi $B = \{b \mid b$ este opusul lui $a, a \in A\}$. Enumeraţi elementele următoarelor mulţimi şi precizaţi cardinalul acestora.

a) $A \cup B$; b) $A \cap B$; c) $A \setminus B$; d) $B \setminus A$.

Exerciţii şi probleme de dificultate avansată

19. Se consideră numărul întreg $a = -\underbrace{(-(-(-...(-1)...)))}_{101 \text{ paranteze}}$. Scrieţi sub forma cea mai simplă opusul numărului întreg a.

20. Se consideră numărul întreg $x = -\underbrace{(-(-(-...(-1)...)))}_{132 \text{ paranteze}}$. Scrieţi sub forma cea mai simplă opusul numărului întreg x.

Ce notă merit?
Test de evaluare stadială

Se acordă 1 punct din oficiu.

(3p) **1.** Se consideră mulţimea $A = \{-13, -2, 8, 0, 11, -10\}$. Enumeraţi elementele următoarelor mulţimi şi precizaţi cardinalul acestora.

a) $A_1 = \{x \in \mathbb{Z}_- \mid x \in A\}$; b) $A_2 = \{x \in \mathbb{Z}_+ \mid x \in A\}$; c) $A_3 = \{x \in \mathbb{Z}^* \mid x \in A\}$.

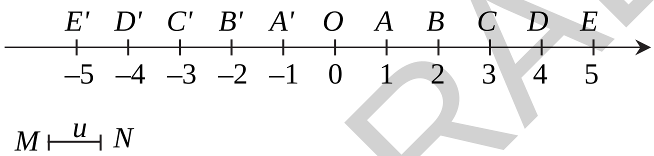
(3p) **2.** Scrieţi opusele următoarelor numere întregi:
a) 87; b) –705; c) 101.

(3p) **3.** Se consideră mulţimile $A = \{-5, -4, 0, 2, 3, 4, 5\}$ şi $B = \{b \in \mathbb{Z}_- \mid b$ este opusul lui $a, a \in A\}$. Efectuaţi $A \cup B$, $A \cap B$, $A \setminus B$ şi $B \setminus A$.

Lecţia 2. Reprezentarea numerelor întregi pe axa numerelor

Citesc şi reţin

Pe dreapta d se fixează un punct O, numit origine, se stabileşte un sens de parcurgere (indicat de o săgeată) şi se alege o unitate de măsură (un segment MN de lungime u). Cu aceste trei proprietăţi, dreapta d se numeşte axa numerelor.



Numerele întregi pot fi reprezentate pe axa numerelor.

Oricărui număr întreg îi corespunde un punct pe axă, numărul întreg numindu-se coordonata punctului respectiv. Coordonata punctului O este numărul întreg 0.

Exemple: Numărul întreg 4 este coordonata punctului D.
Numărul întreg –1 este coordonata punctului A'.

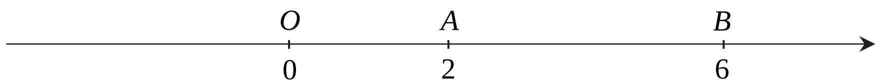
Observaţie: Două puncte de pe axa numerelor, care au drept coordonate două numere întregi opuse, sunt simetrice în raport cu originea axei.

Exemplu: Punctul C' este simetricul punctului C faţă de punctul O în figura de mai sus.

Cum se aplică?

1. Punctele A şi B sunt reprezentate pe axa numerelor cu originea în punctul O şi au coordonatele 2, respectiv 6. Dacă $AB = 28$ mm, aflaţi OA şi OB.

Soluţie:



Mai întâi aflăm lungimea unităţii de măsură pe care o notăm cu x. $AB = OB - OA = 6x - 2x = 4x$, deci $4x = 28$ mm şi obţinem $x = 7$ mm, prin urmare $OA = 2 \cdot 7$ mm $= 14$ mm şi $OB = 6 \cdot 7$ mm $= 42$ mm.

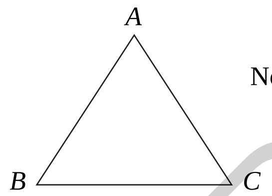
GEOMETRIE

Capitolul II
TRIUNGHIUL

Lecția 1. Triunghiul: definiție, elemente, clasificare

Citesc şi reţin

Definiţie: Fiind date trei puncte necoliniare *A*, *B* şi *C*, se numeşte **triunghi** determinat de punctele *A*, *B*, *C* reuniunea segmentelor $AB \cup BC \cup CA$.



Notăm ΔABC.

Punctele *A*, *B* şi *C* se numesc **vârfurile** triunghiului, segmentele *AB*, *BC* şi *CA* se numesc **laturile** triunghiului, iar unghiurile $\sphericalangle A$, $\sphericalangle B$ şi $\sphericalangle C$ se numesc **unghiurile** triunghiului.

Observaţii:

1. Latura *AB* se opune unghiului $\sphericalangle C$, latura *BC* se opune unghiului $\sphericalangle A$, iar latura *CA* se opune unghiului $\sphericalangle B$.

2. Unghiul $\sphericalangle A$ se opune laturii *BC*, unghiul $\sphericalangle B$ se opune laturii *AC*, iar unghiul $\sphericalangle C$ se opune laturii *AB*.

A. Clasificarea triunghiurilor în funcţie de lungimile laturilor

Definiţii:

1. Triunghiul care are două laturi congruente se numeşte triunghi **isoscel** (fig. 1).

Observaţie: Latura triunghiului isoscel care nu este congruentă cu celelalte două se numeşte **bază**.

2. Triunghiul care are cele trei laturi congruente se numeşte triunghi **echilateral** (fig. 2).

3. Triunghiul ale cărui laturi au lungimi diferite se numeşte triunghi **oarecare** sau **scalen** (fig. 3).

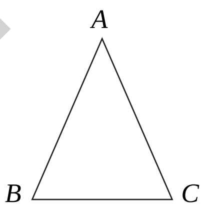


fig. 1

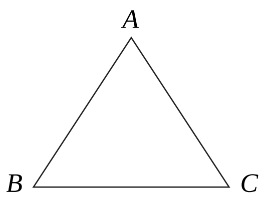


fig. 2

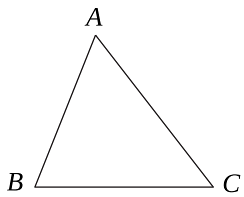


fig. 3

B. Clasificarea triunghiurilor în funcţie de măsurile unghiurilor

Definiţii:

1. Triunghiul care are cele trei unghiuri ascuţite se numeşte triunghi **ascuțitunghic** (fig. 4).

2. Triunghiul care are un unghi drept se numeşte triunghi **dreptunghic** (fig. 5).

3. Triunghiul care are un unghi obtuz se numeşte triunghi **obtuzunghic** (fig. 6).

Observaţie: Pentru triunghiul dreptunghic, latura opusă unghiului drept se numeşte **ipotenuză**, iar celelalte două laturi se numesc **catete**.

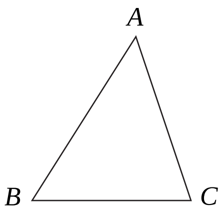


fig. 4

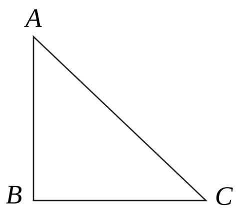


fig. 5

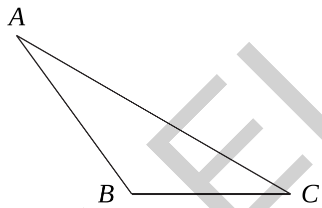
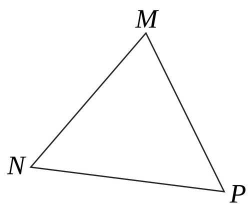


fig. 6

Cum se aplică?

1. Pentru triunghiul *MNP* reprezentat în figura alăturată precizaţi:

a) vârfurile; b) laturile; c) unghiurile.



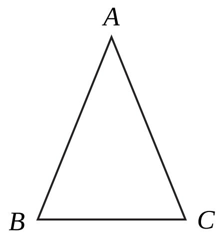
Soluţie:

a) Vârfurile triunghiului *MNP* sunt punctele *M*, *N* şi *P*.

b) Laturile triunghiului *MNP* sunt segmentele *MN*, *NP* şi *PM*.

c) Unghiurile triunghiului *MNP* sunt $\sphericalangle MNP$, $\sphericalangle NPM$ şi $\sphericalangle PMN$.

2. În figura alăturată este reprezentat triunghiul isoscel *ABC*, de bază *BC*. Ce puteţi spune despre unghiurile $\sphericalangle ABC$ şi $\sphericalangle ACB$?

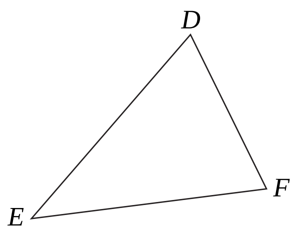


Soluţie:

Măsurând unghiurile obţinem $\sphericalangle ABC = 67°$ şi $\sphericalangle ACB = 67°$, prin urmare $\sphericalangle ABC \equiv \sphericalangle ACB$.

3. Măsuraţi laturile triunghiului *DEF* reprezentat în figura alăturată şi încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect.

A. isoscel; B. echilateral; C. scalen.



Soluţie:

Măsurând cu rigla gradată laturile triunghiului *DEF* obţinem *DE* = 3,2 cm, *EF* = 3,1 cm şi *FD* = 2,3 cm, prin urmare răspunsul corect este C. scalen.

Ştiu să rezolv

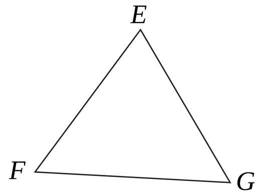
Exerciţii şi probleme de dificultate minimă

1. Citiţi următoarele notaţii:

a) ΔDEF; b) ΔPQR; c) ΔABC; d) ΔMNP.

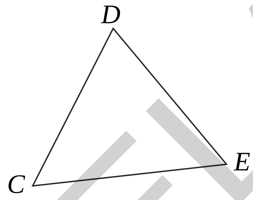
2. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect. Pentru triunghiul *EFG* reprezentat în figura alăturată scrieți:

a) vârfurile triunghiului ....;
b) laturile triunghiului ....;
c) unghiurile triunghiului ....



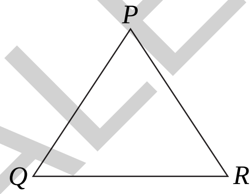
3. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții. În triunghiul *CDE* din figura alăturată:

a) latura CD se opune unghiului $\sphericalangle E$; ☐
b) latura CE se opune unghiului $\sphericalangle C$; ☐
c) latura DE se opune unghiului $\sphericalangle C$. ☐



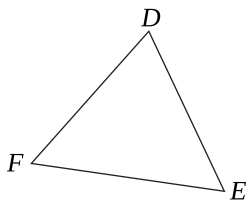
4. Stabiliți valoarea de adevăr a următoarelor propoziții. În triunghiul *PQR* din figura alăturată:

a) unghiul $\sphericalangle P$ se opune laturii QR; ☐
b) unghiul $\sphericalangle Q$ se opune laturii PR; ☐
c) unghiul $\sphericalangle R$ se opune laturii QR. ☐



5. Completați spațiile punctate cu răspunsul corect. În triunghiul *DEF* reprezentat în figura alăturată:

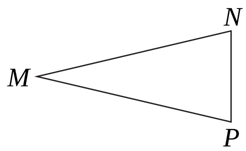
a) latura DE se opune unghiului .... ;
b) unghiul $\sphericalangle E$ se opune laturii .... ;
c) latura DF se opune unghiului .... ;
d) unghiul $\sphericalangle D$ se opune laturii .... ;
e) latura EF se opune unghiului .... ;
f) unghiul $\sphericalangle F$ se opune laturii ....



6. Încercuiți litera corespunzătoare singurului răspuns corect. Triunghiul care are două laturi congruente se numește triunghi:

A. scalen; B. echilateral; C. isoscel.

7. Completați spațiul punctat cu răspunsul corect. Baza triunghiului isoscel *MNP* reprezentat în figura alăturată este latura ....



8. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Dacă lungimile laturilor triunghiului *MNP* îndeplinesc condiția $MN \neq NP \neq PM \neq MN$, atunci triunghiul este:

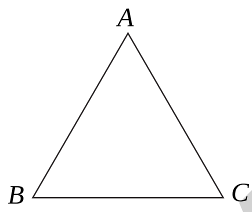
A. scalen; B. echilateral; C. isoscel.

9. Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect. Triunghiul care are cele trei laturi congruente se numește:

A. oarecare; B. isoscel; C. echilateral.

10. a) Măsuraţi unghiurile triunghiului echilateral ΔABC reprezentat în figura alăturată şi apoi completaţi spaţiile punctate cu valorile corespunzătoare:

$\sphericalangle A$ = ... ;
$\sphericalangle B$ = ... ;
$\sphericalangle C$ = ...



b) Folosind rezultatele obţinute la a), stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiei: Dacă ABC este un triunghi echilateral , atunci $\sphericalangle A \equiv \sphericalangle B \equiv \sphericalangle C$. ☐

11. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect. Un triunghi se numeşte ascuţitunghic dacă are:

A. două unghiuri ascuţite; B. un unghi ascuţit; C. trei unghiuri ascuţite.

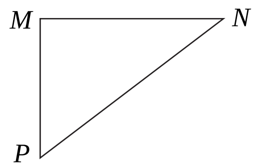
12. Folosind rezultatul problemei 10, stabiliţi valoarea de adevăr a propoziţiei. Triunghiul echilateral este un triunghi ascuţitunghic. ☐

13. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect. Triunghiul care are un unghi drept se numeşte:

A. echilateral; B. dreptunghic; C. obtuzunghic.

14. Completaţi spaţiile punctate cu răspunsul corect. Pentru triunghiul dreptunghic MNP reprezentat în figura alăturată precizaţi:

a) unghiul drept ....;
b) ipotenuza ....;
c) catetele ....



15. Încercuiţi litera corespunzătoare răspunsului corect. Un triunghi se numeşte obtuzunghic dacă are:

A. un unghi drept; B. un unghi ascuţit; C. un unghi obtuz.

Exerciţii şi probleme de dificultate medie

16. Construiţi triunghiul DEF. Scrieţi vârfurile, laturile şi unghiurile triunghiului DEF.

17. Construiţi triunghiul MNP.

a) Scrieţi unghiurile care se opun laturilor MN, NP, respectiv PM.
b) Scrieţi laturile care se opun unghiurilor $\sphericalangle M$, $\sphericalangle N$, respectiv $\sphericalangle P$.

18. Construiţi triunghiul ABC dreptunghic în C şi apoi precizaţi ipotenuza şi catetele acestuia.

19. Construiţi triunghiul dreptunghic DEF cu măsura $\sphericalangle D = 90°$ şi măsuraţi laturile acestuia. Ce puteţi spune despre laturile:

a) EF şi DE? b) EF şi DF?

20. Construiţi triunghiul MNP şi notaţi cu Q şi R simetricele punctelor N, respectiv P faţă de punctul M. Ce puteţi spune despre:

a) unghiurile $\sphericalangle N$ şi $\sphericalangle Q$? b) laturile NP şi QR? c) unghiurile $\sphericalangle P$ şi $\sphericalangle R$?

CUPRINS

GEOMETRIE

CAPITOLUL II. TRIUNGHIUL