Petre Năchilă Cătălin Eugen Năchilă

Matematică

115 teste pentru grupele de excelență

Clasa a IV-a

Editura Nomina

Lucrarea este elaborată în conformitate cu programele şcolare în vigoare.

Editor: Alexandru Creangă
Ilustrația copertei: Sorina Ştefănescu

Pentru comenzi prin poştă: 0757.020.442; 0348.439.417

Reprezentant zonal	**Zona**
Dobrin Marius (0741.488.918)	Oltenia (Dolj, Gorj şi Mehedinţi), Banat şi Transilvania (Alba şi Hunedoara);
Vesa Adrian (0748.111.247)	Crişana şi Transilvania (Sălaj, Cluj, Mureş, Harghita şi Covasna);
Cepăreanu Alin (0751.207.922)	Oltenia (Vâlcea şi Olt), Transilvania (Braşov şi Sibiu) şi Muntenia (Argeş, Teleorman şi Giurgiu);
Săsărman Traian (0757.020.443)	Transilvania (jud. Bistrița-Năsăud) şi zona Maramureş;
Lungu Ion (0746.200.413)	Buzău, Bacău, Neamț, Suceava;
Alexe Cornel (0769.221.685)	Vrancea, Vaslui, Iaşi, Botoşani;
Lungu Ionuț (0744.429.512)	Muntenia (Dâmbovița, Prahova, Brăila, Ialomița şi Călăraşi), Dobrogea şi jud. Galați;
Anton Victor (0755.107.291, 0769.221.680)	Bucureşti
Cojocaru Marcela (0757.020.440)	Bucureşti

Punct de lucru: comuna Bradu, DN 65B, nr. 31, jud. Argeş
Tel.: 0348.439.417/ Fax: 0348.439.416
e-mail: comenzi.nomina@gmail.com
www.edituranomina.ro
www.librarianomina.ro

Descrierea CIP a Bibliotecii Naţionale a României
NĂCHILĂ, PETRE
Matematică : 115 teste pentru grupele de excelenţă : clasa a IV-a /
Petre Năchilă, Cătălin Eugen Năchilă. - Piteşti : Nomina, 2019
ISBN 978-606-535-828-7

I. Năchilă, Cătălin-Eugen

51

Testul Nr. 1

1. Determinați $a + b + c + d$ știind că:

$$\overline{abcd} + \overline{abc} + \overline{ab} + a = 2016.$$

2. Vârsta mamei este de două ori și jumătate mai mare decât vârsta fiului. Peste 2 ani, mama și fiul au împreună 60 ani. Peste câți ani vârsta mamei este dublul vârstei fiului?

3. Determinați 12 numere naturale nenule diferite care au suma egală cu 81.

4. Determinați a din egalitatea:

$$8 + 8 : \{[8 + 8 \cdot (a - 7)] : 8 - 8\} = 12.$$

Testul Nr. 2

1. Determinați numerele $\overline{abc}$, știind că înmulțite cu 3 au produsul egal cu un număr de 3 cifre consecutive.

2. Determinați 7 numere naturale consecutive a căror sumă este cuprinsă între 200 și 500 și se împarte exact la 5.

3. Știind că $\overline{x4y} - \overline{4xz}$ este număr de cel mult două cifre, determinați valorile pe care le poate lua $x + y - z$.

4. Un pix costă cât două caiete, iar 5 pixuri costă cât două stilouri. Suma plătită pentru 3 caiete, 6 pixuri și un stilou este de 120 lei. Cât costă fiecare obiect?

Testul Nr. 3

1. Determinați a din egalitatea:

$$6 \times \{5 \times [4 \times (3a - 1) - 6] - 5\} - 4 = 26.$$

2. Într-o urnă sunt 100 de bile albe, negre şi verzi. La 2 bile albe corespund 3 bile negre, iar la 6 bile negre corespund 10 bile verzi. Câte bile sunt din fiecare culoare?

3. Determinați numărul numerelor $n = \overline{ab}$ care au suma cifrelor mai mare decât suma cifrelor lui $n + 3$.

4. Suma a 4 numere naturale este 480. Împărțind cele 4 numere la 5, se obțin câturile numere naturale impare consecutive, iar resturile egale cu 0. Aflați numerele.

Testul Nr. 4

1. Înlocuiți literele diferite cu cifre diferite astfel încât:

DOI + TREI = CINCI.

Se vor obține minimum 8 soluții.

2. Împărțiți la 3 persoane un număr de 18 sticle cu suc, din care una este goală, 10 sticle sunt pline, iar 7 sunt umplute pe jumătate. Fiecare persoană va primi acelaşi număr de sticle şi aceeaşi cantitate de suc.

3. Determinați suma numerelor $\overline{abc}$ pentru care:

$$12a + (3b + c) : a = 28.$$

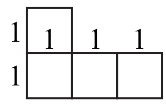
4. Determinați numărul pentru care diferența dintre doimea și șesimea lui este cu 2016 mai mare decât diferența dintre treimea și sfertul lui.

Testul Nr. 5

1. Determinați numerele naturale a și b, știind că:

$$a : 4 + b : 3 = 25.$$

2. Câte piese de forma



sunt necesare pentru a construi un pătrat de latură 8?

3. Fie a suma a patru numere naturale pare consecutive și b suma a trei numere naturale impare consecutive.
a) Determinați cea mai mică diferență $a - b$.
b) Dați trei exemple.

4. Determinați numărul $\overline{abcd}$, știind că:

$$\overline{abcd} + \overline{dcba} = 3993.$$

Testul Nr. 6

1. Determinați a din egalitatea:

$$\frac{1}{8} \cdot \left\{ \frac{1}{6} \cdot \left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2} a + 1 \right) + 1 \right] + 1 \right\} = 1.$$

2. Suma a patru numere naturale este 24. Arătați că există printre ele 3 numere care au suma cel puțin egală cu 18.

3. Determinați suma numerelor $\overline{abc}$ cu proprietatea că împărțindu-le la $\overline{bc}$, se obține câtul 5 şi restul $\overline{bc} - 10$.

4. Triplul sumei a două numere împărțită la diferența numerelor dă câtul 8 şi restul 6. Treimea diferenței numerelor este cu 44 mai mică decât suma numerelor. Aflați cele două numere.

Testul Nr. 7

1. Suma a trei numere este 66. Dacă se adună la fiecare din cele trei numere acelaşi număr, se obțin numerele 30, 22, 41. Aflați cele trei numere.

2. Determinați numerele de trei cifre care se micşorează de 16 ori dacă i se suprimă cifra zecilor.

3. În trei vase se află 207 litri de apă. Câtă apă se află în fiecare, dacă doimea, treimea şi sfertul cantităților din cele trei vase sunt egale?

4. Determinați a din egalitatea:

$$[(a + 2016) \cdot 2016 - 2016] : 2016 = 2020.$$

Testul Nr. 8

1. Determinați numărul numerelor naturale $\overline{abc}$ cu proprietatea $b + c - a \geq 15$.

2. Determinați $\overline{ab} + \overline{cd}$, știind că $\overline{ab} \cdot \overline{cd} = \overline{4ab}$.

3. Suma vârstelor celor 4 copii născuți din doi în doi ani este egală cu jumătate din vârsta tatălui lor. Știind că un sfert din suma vârstelor copiilor împreună cu jumătate din vârsta tatălui nu depășește 24 ani, aflați vârstele copiilor și vârsta tatălui.

4. Determinați numărul perechilor de numere naturale (x, y), știind că y se obține din x prin ștergerea unei cifre și că $x + y =$ $= 332$.

Testul Nr. 9

1. Determinați numerele $\overline{abc}$, știind că $\overline{abc} = 5 \cdot a \cdot b \cdot c + 5$.

2. Se știe că $\overline{xxx} + \overline{yyy} = \overline{aaa}$ (avem numere de 3 cifre).
Fie $A = \overline{xxxx} + \overline{xxx} + \overline{yyyy} + \overline{yyy}$ și $B = \overline{xxx} + \overline{yyy} + \overline{xx} + \overline{yy}$.
Determinați suma resturilor tuturor împărțirilor $A : B$.

3. O persoană dispune de bonuri valorice de 3 lei și 5 lei în număr nelimitat. Determinați sumele, exprimate prin numere naturale nenule, care nu pot fi achitate exact cu aceste bonuri valorice.

4. Un biciclist parcurge distanța dintre două orașe în 3 zile. În prima zi parcurge un sfert din distanță, a doua zi parcurge $\frac{3}{5}$ din distanța rămasă, iar a treia zi restul de 108 km. Aflați distanța dintre cele două orașe.

Testul Nr. 10

1. Determinați numerele $\overline{xyz}$ și $\overline{ab}$ cu proprietățile:

a) $\overline{xyxy} : 9 = \overline{z0z}$;   b) $4 \cdot \overline{ababab} = 7 \cdot \overline{bababa}$.

2. Trei copii cheltuiesc jumătate, $\frac{2}{3}$, respectiv $\frac{3}{4}$ din sumele lor, exprimate prin numere naturale. Suma totală rămasă este cel mai mic număr natural de trei cifre. Care este suma totală inițială avută de copii, dacă sumele rămase au fost egale?

3. Determinați numărul de trei cifre care împărțit la dublul sumei cifrelor sale dă câtul 10 și restul 12.

4. Suma a trei numere naturale este cel puțin egală cu produsul dintre 3 și primul număr și cel mult egală cu produsul dintre 4 și al doilea număr. Arătați că suma poate fi egală cu 72.

Testul Nr. 11

1. Determinați numărul numerelor de 4 cifre care conțin în scrierea lor secvența 23. Determinați apoi suma tuturor numerelor ce rămân prin suprimarea secvenței 23.

2. Numărul 18 se scrie ca un produs de 18 numere naturale şi se calculează sumele factorilor care apar în fiecare produs. Calculați diferența dintre suma maximă şi suma minimă.

3. Un biciclist pleacă din oraşul A la ora 6 şi merge spre oraşul B cu viteza de 20 km/h, astfel: merge 3 ore, stă o oră, merge 3 ore, stă o oră, merge până ajunge în B. Un motociclist pleacă la ora 8, merge o oră, stă 2 ore, merge 2 ore, stă 3 ore şi apoi merge până îl prinde pe biciclist în B. La ce oră s-au întâlnit în B şi care este distanța AB, dacă viteza motociclistului este de 40 km/h?

4. Calculați diferența dintre suma numerelor impare şi suma numerelor pare de trei cifre care împărțite la 101 dau restul 99.

Testul Nr. 12

1. Completați pătratul *magic* de mai jos, ştiind că sumele elementelor de pe fiecare linie, fiecare coloană, fiecare diagonală sunt egale.

13	6	
8		
		7

2. Fie şirul de numere 2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, 26, 29, 32. Demonstrați că oricum am alege 6 numere din şir, există două numere a căror sumă este 34.

3. Un concurs s-a desfăşurat în 4 etape. După fiecare din primele trei etape au fost eliminați $\frac{1}{3}$ din sportivi şi încă 3. Pentru ultima etapă au rămas 15 sportivi. Câți sportivi au participat?

4. Numerele a, b, c verifică egalitățile:

$$2a + 4b + c = 48 \text{ şi } 5a + b + 7c = 93.$$

a) Calculați $a + b + c$.

b) Determinați numărul soluțiilor cu a, b, c numere naturale nenule.

Testul Nr. 13

1. Determinați numere naturale x, y, z care verifică egalitatea:

$$12x + (4y + z) : x = 26.$$

2. Un copil are 90 lei. Cheltuie în prima zi o parte din sumă, iar tatăl îi dublează suma rămasă. A doua zi cheltuie o parte din sumă, iar tatăl îi mai dă 40 lei. A treia zi cheltuie o sumă egală cu cele cheltuite în primele două zile şi îi rămân 20 lei. Ce sumă i-a dat tatăl?

3. Un dreptunghi cu laturile de 8 cm şi 5 cm este împărțit în 40 de pătrate cu latura de 1 cm şi vopsit în ordine pentru fiecare pătrat începând cu o culoare de tip A, apoi B, apoi C. Două pătrate vecine nu sunt vopsite cu aceeaşi culoare. Pe fiecare pătrat se aşază câte o albină. După ce zboară toate, acestea se aşază pe câte un pătrat vecin. Pot rămâne pătrate neocupate?

4. Într-o urnă sunt 37 de bile albe şi negre. Din oricare 5 bile alese, cel puțin două sunt albe. Câte bile albe şi câte bile negre sunt?

Testul Nr. 14

1. Calculați suma:
$1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 7 + \ldots + 97 + 98 + 99 - 4 - 8 - 12 - \ldots - 96$.

2. 3 adulți şi 3 copii folosesc o barcă pentru a trece de pe malul stâng pe malul drept al unui râu. Barca poate transporta maximum 3 persoane, din care maximum un adult. Care este numărul minim de traversări pentru a trece toate persoanele?

3. Un număr natural se numeşte *deosebit* dacă suma cifrelor sale se împarte exact la 12.

a) Determinați cel mai mic şi cel mai mare numere *deosebite* de trei cifre.

b) Determinați două numere naturale consecutive *deosebite*.

4. Completați cu încă 8 numere următorul şir de numere:

12, 21, 2, 3, 31, 13, 3, 2, 14, 41, 4, 3, 51, 15, 3, 4.

Testul Nr. 15

1. Determinați 4 numere naturale care au suma 12 şi produsul 24.

2. Determinați toate numerele de două cifre $\overline{ab}$ care se împart exact la cifrele a şi b, respectiv la $a - b$ sau $b - a$.

3. Determinați suma tuturor numerelor de maximum trei cifre impare care au suma cifrelor egală cu 7.

4. Se consideră toate numerele naturale de la 33 la 150 inclusiv. Un elev alege numerele începând cu 150, „înapoi”, din 5 în 5. Alt elev alege numerele începând cu 33 din 4 în 4.
a) Care este numărul ales simultan de cei doi elevi?
b) Calculați suma numerelor alese de cei doi copii, numere ce coincid.

Testul Nr. 16

1. O găină mănâncă în 2 minute un număr de 12 boabe. În cât timp mănâncă 20 de găini un număr de 600 de boabe?

2. Tatăl are vârsta de 30 ani, iar copiii săi au vârstele de 1, 4 şi 7 ani.
a) Peste câți ani suma vârstelor copiilor este egală cu vârsta tatălui?
b) Peste cât timp triplul vârstei tatălui va fi dublul sumei vârstei copiilor?

3. Care este cel mai mic număr de bețe de lungimi egale pentru a putea construi:
a) patru triunghiuri; b) trei pătrate; c) şase triunghiuri?

4. Pentru completarea elementelor din figura alăturată folosim aceeaşi regulă. Determinați numerele a, b, c, d.

80	47	24	9	1
33	23	15	8	
10	8	a		
b	c			
d				

Testul Nr. 17

1. Într-o clasă sunt 30 de elevi. Dintre aceştia, 14 elevi au fraţi, 18 elevi au surori, iar 6 elevi nu au nici fraţi, nici surori. Câţi elevi au fraţi şi surori?

2. Într-o gospodărie sunt 4 robinete defecte care funcţionează 2 ore, 4 ore, 6 ore, respectiv 8 ore. Prin robinetele defecte curg într-o oră 20 de picături, 75 de picături, 50 de picături, respectiv 45 de picături. Ştiind că 100 de picături măsoară 3 cl, determinaţi cantitatea de apă pierdută într-o zi.

3. a) Care este numărul minim şi care este numărul maxim în care aceeaşi zi a săptămânii este în zile cu număr par în aceeaşi lună?
b) Aceeaşi întrebare, dacă numărul este impar.

4. Un motociclist parcurge cu viteză constantă distanţa de la oraşul A la oraşul B. La 3 ore de la plecare se află la 192 km faţă de oraşul B, iar la 5 ore de la plecare se află la 96 km faţă de oraşul B. Determinaţi viteza motociclistului şi distanţa dintre cele două oraşe.

Testul Nr. 18

1. Utilizând o singură dată una din cifrele 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, determinaţi cea mai mică sumă, respectiv cea mai mare sumă a două numere de 3 cifre formată cu cifrele date. Câte perechi îndeplinesc fiecare din condiţiile date?

2. Determinați suma numerelor $\overline{abcd}$ pentru care avem:

$$a = b + 2 = c - 3 = d + 4.$$

3. Fie a, b, c cifre nenule, cu $a + b + c = 11$. Câte triplete (a, b, c) îndeplinesc condiția ca suma a două dintre numere să fie mai mare decât al treilea număr?

4. Se consideră următoarele şiruri de numere (date pe fiecare linie):

1	1	1	2	3	3	3	4	5	5	5	6				25	25	25	26
1	2	2	2	3	4	4	4	5	6	6	6				a	b	c	d
2	3	3	4	6	7	7	8	10	11	11	12				x	y	z	t

Determinați numerele a, b, c, d, numărul elementelor fiecărui şir, respectiv suma elementelor fiecărui şir.

Testul Nr. 19

1. Se consideră un şir de numere naturale care împărțite la 6 dau restul 3 şi împărțite la 15 dau restul 12. Determinați al 30-lea termen al şirului şi suma termenilor din şir care au 3 cifre.

2. Care este numărul natural maxim la care se împarte exact produsul oricăror 4 numere naturale consecutive?

3. Suma a 5 numere naturale pare consecutive este cel mult egală cu 183. Determinați numărul de soluții ale problemei şi cel mai mare dintre numere.

4. Determinați numărul minim de copii dintr-o familie, dacă orice copil are cel puțin un frate şi cel puțin o soră.

Testul Nr. 20

1. Într-o urnă sunt între 100 şi 113 bile albe şi negre. Numărul bilelor albe este 3 cincimi din numărul bilelor negre. Câte bile albe şi câte bile negre sunt în urnă?

2. Un ou de găină fierbe în 3 minute. Un ou de rață fierbe în 4 minute. Un ou de gâscă fierbe în 5 minute. Într-o oală încap maximum 10 ouă. Care este timpul minim necesar pentru a fierbe 13 ouă de găină, 4 ouă de rață şi 12 ouă de gâscă?

3. Distanța de acasă la şcoală este parcursă cu autobuzul, iar de la şcoală acasă, pe jos, în 40 de minute. Distanța de acasă la şcoală, şi la dus, şi la întors, este parcursă cu autobuzul în 20 de minute. În cât timp este parcursă distanța de acasă la şcoală şi la dus, şi la întors pe jos?

4. Numărul de creioane al primului copil este un număr natural nenul ce se împarte exact la 4 şi este mai mic decât 18. Al doilea copil are cu 4 creioane mai mult decât jumătate din cât are primul copil. Al treilea copil are cu 1 creion mai mult decât un sfert din cât au primii doi copii împreună. Câte creioane au împreună cei trei copii?

Testul Nr. 21

1. Suma a cel puțin 3 numere impare consecutive este 64. Determinați numerele.

2. 22 de copii stau în jurul unei mese rotunde şi le sunt distribuite bilete cu numerele 1, 2, 3, …, 22. Copiii îşi spun numele din 7 în 7. Ce număr a primit copilul care şi-a pronunţat numele la a 129-a pronunţare de nume?

3. La un magazin, 3 obiecte de acelaşi tip costă 147 lei, iar două obiecte de acelaşi tip cu celelalte costă 99 lei. Dacă în ambele cazuri se obţine acelaşi profit, aflaţi preţul unui obiect.

4. a) Ce număr de forma $\overline{abcba}$ urmează după numărul 57975?
b) Care este primul număr mai mic decât 60006 de aceeaşi formă?

Testul Nr. 22

1. Un număr de 8 muncitori sapă un şanţ lung de 4 m în 6 zile. În câte zile sapă 20 de muncitori un şanţ lung de 10 m (de înălţime şi lăţime ca primul şanţ)?

2. 3 elevi aveau 10 nuci, 12 nuci, respectiv 18 nuci. Au împărţit nucile în mod egal cu încă 5 colegi şi au primit drept recompensă 250 alune, pe care le-au împărţit potrivit numărului de nuci pe care le-au dat colegilor. Câte alune a primit fiecare?

3. Elevii dintr-un grup sunt împărţiţi în grupe de câte 4 elevi. Darius constată că în faţa grupei sale sunt 3 grupe, iar Tania constată că după grupa ei sunt 4 grupe. Câţi elevi sunt în total, dacă nu sunt decât maximum 46 de elevi?

4. Determinaţi numărul pentru care suma dintre doimea, şesimea şi sfertul numărului este egală cu diferenţa dintre număr şi 22.

Testul Nr. 23

1. Suma de bani a lui Mircea este o dată şi jumătate din suma de bani a lui Andrei şi suma de bani a lui Gabi este de două ori şi jumătate din suma de bani a lui Andrei. Aflaţi suma de bani a fiecărui copil, dacă împreună au 200 lei.

2. Într-o gospodărie sunt oi, miei, găini şi pui de găină. La fiecare două oi este un miel, iar la fiecare găină câte 8 pui. În total sunt 96 de capete şi 204 picioare. Determinaţi numărul oilor şi numărul puilor.

3. Se utilizează 5 cifre distincte pentru a forma numere de 5 cifre. Determinaţi cea mai mare sumă, respectiv cea mai mică diferenţă a două astfel de numere.

4. O găină face 3 ouă în 4 zile.
a) Câte ouă fac 6 găini în 8 zile?
b) Câte găini fac 24 de ouă în 8 zile?

Testul Nr. 24

1. Un câine aleargă după un iepure aflat în faţa sa cu 40 m. În timp ce iepurele face 4 salturi de câte o jumătate de metru, câinele face 3 salturi de un metru. După câte salturi ale iepurelui acesta este prins de câine? Ce distanţă a parcurs câinele?

2. Pe o parte a unei alei dintr-un parc sunt montate 8 bănci cu lungimea de 2 m şi la 4 m distanţă între ele, dar la maximum 4 m de sfârşitul aleii. Aflaţi lungimea minimă, respectiv lungimea maximă a aleii.

3. Câte numere naturale de 3 cifre consecutive se pot scrie ca suma a 3 numere naturale consecutive?

4. Dacă în fața unui număr de maximum 3 cifre se aşază cifra 6, se obține un număr cu 90 mai mare decât dacă se aşază 6 la sfârşitul numărului. Care este numărul?

Testul Nr. 25

1. 5 copii aveau sumele de 24 lei, 28 lei, 29 lei, 31 lei, 33 lei. Au cumpărat împreună un obiect pentru care au plătit sume egale. Suma totală rămasă a fost de 65 lei. Ce sumă mai are fiecare copil?

2. Câte plăcuțe dreptunghiulare cu dimensiunile de 3 cm şi 2 cm sunt necesare pentru a obține prin alăturare un pătrat cu latura cel puțin egală cu 6 şi cel mult egală cu 24?

3. Suma a cel puțin 3 numere naturale consecutive este cuprinsă între 35 şi 39. Aflați numerele (câte o soluție).

4. Un mobil parcurge o distanță la dus cu viteza medie de 20 km/h, iar la întors cu viteza medie de 30 km/h. Care este viteza medie necesară pentru a parcurge distanța dus-întors în acelaşi timp ca în primul caz?

Testul Nr. 26

1. Într-o livadă sunt cel puțin 47 de pomi şi cel mult 59 de pomi, din care o treime sunt meri, un sfert sunt pruni, o şesime sunt cireşi, iar restul sunt caişi. Câți pomi din fiecare fel sunt în livadă?

2. Un elev deschide o carte de două ori (la pagini diferite). Suma celor 4 numere de câte două cifre de pe pagini este 70. Determinați cel mai mic şi cel mai mare dintre cele 4 numere.

3. Determinați suma numerelor $\overline{abcd}$, dacă $\overline{a2b} \cdot 6 = \overline{4c5d}$.

4. Determinați numărul minim şi numărul maxim de participanți la o întâlnire, dacă cel puțin 5 şi cel mult 7 dintre participanți sunt născuți în aceeaşi lună şi cel puțin 2 elevi sunt născuți în fiecare lună.

Testul Nr. 27

1. În 2016, o persoană are vârsta egală cu suma cifrelor anului său de naştere. Ce vârstă va avea persoana în 2030?

2. Câtul a două numere naturale este 6, iar restul este r. Dacă se măreşte împărțitorul cu 3, deîmpărțitul cu 11, se obține câtul 5 şi restul r. Aflați numerele.

3. Fie $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 2$ şi $S_n = 1 + 2 + 3 + \ldots + n$. Determinați S_n, dacă $S_n = \overline{aa}$.

4. Determinați suma dintre cel mai mic și cel mai mare număr formate din cifre distincte și care au fiecare suma cifrelor egală cu 23.

Testul Nr. 28

1. Două mobile pleacă din același punct de pe o latură a unui dreptunghi cu lungimile laturilor de 48 m și 12 m. Dacă mobilele merg în același sens, se întâlnesc după 12 secunde. Dacă merg în sens contrar, se întâlnesc după 30 de secunde. Care sunt vitezele mobilelor?

2. Suma a trei numere este 488. Diferența dintre primul număr și suma celorlalte două numere este dublul acestei sume. Diferența dintre primul număr și de 4 ori al doilea număr este dublul celui de-al treilea număr. Aflați numerele.

3. Determinați $a + b + c + d$, știind că $\overline{aa} \cdot \overline{bb} = \overline{cdc}$.

4. O foaie de hârtie cu dimensiunile de 22 cm și 16 cm este împărțită în pătrate cu latura de o jumătate de centimetru. În prima zi se colorează un pătrat, a doua zi de două ori mai multe decât în prima zi, a treia zi de două ori mai multe decât a doua zi ș.a.m.d. În a câta zi s-a colorat cel puțin un sfert din foaie?

Testul Nr. 29

1. Suma vârstelor a trei copii este de 8 ori mai mare decât vârsta unuia dintre ei, iar suma vârstelor a doi dintre ei este de 7 ori mai mare decât vârsta celui de-al treilea. Ce vârste au copiii, dacă suma vârstelor este cuprinsă între 7 ani şi 33 ani?

2. Suma a trei numere naturale este 126. Primul număr este dublul sumei celorlalte două numere, iar al treilea număr este un sfert din primul număr. Determinați cele trei numere.

3. În 4 cutii se află 320 de bile. Se ia o treime din bilele din a doua cutie şi se pun în prima cutie. Se ia un sfert din bilele din a treia cutie şi se pun în a doua cutie. Se ia o cincime din bilele din a patra cutie şi se pun în a treia cutie. Se constată că în cele 4 cutii avem acelaşi număr de bile. Câte bile au fost inițial în fiecare cutie?

4. Determinați suma tuturor numerelor $\overline{abc}$, dacă:

$$b + c = a + 4 \text{ şi } a + b = c + 6.$$

Testul Nr. 30

1. Două mobile pleacă din localitatea A spre localitatea B, respectiv din B spre A cu vitezele de 11 km/h, respectiv 9 km/h. Simultan pleacă o pasăre din A spre B cu viteza medie de 15 km/h. Pasărea întâlneşte mobilul plecat din B, se întoarce, întâlneşte mobilul plecat din A, se întoarce, întâlneşte mobilul plecat din B etc. Distanța dintre localități este de 120 km. Ce distanță a parcurs pasărea?

2. Dacă $\overline{abc} + \overline{cd} = 262$, calculați $\overline{ab} - (c + d)$.

3. Calculați suma numerelor $\overline{abc}$, dacă $a < b$ şi $c = a + b + 2$.

4. Calculați suma dintre cea mai mică sumă $S = a + b + c + d$ şi cea mai mare sumă S, dacă $a - 1 = b + 2 = c - 3 = d + 4$.

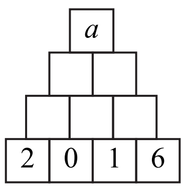
Testul Nr. 31

1. Se consideră toate numerele naturale de 2 cifre care împărțite la un număr de o cifră dau restul 7. Determinați numărul acestor numere şi suma dintre cel mai mare şi cel mai mic dintre ele.

2. La o împărțire de două numere naturale, restul este jumătate din cât, iar câtul este o treime din împărțitor. Determinați numărul împărțirilor ce se pot efectua în condițiile date, ştiind că deîmpărțitul este număr de trei cifre.

3. Suma a trei numere naturale este 81. Dacă mărim numerele cu 12, 15, 9, se obțin trei numere consecutive. Determinați numerele.

4. În fiecare pătrat se scrie diferența numerelor din pătratele aflate dedesubt. Determinați a.

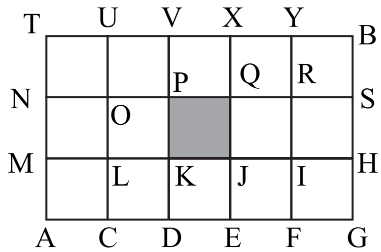


Testul Nr. 32

1. Suma a trei numere este 58. Mărind numerele cu 10, 2, respectiv 14, se obțin 3 numere naturale pare consecutive. Aflați numerele.

2. Făcând o prezență preliminară înainte de plecarea într-o excursie, se constată că veniseră şapte optimi din cei înscrişi. Mai vin încă 5 elevi, iar numărul prezenților este de 15 ori mai mare decât al absenților. Câți elevi trebuie să mai vină?

3. Care este numărul drumurilor de lungime minimă pentru a ajunge din A în B, evitând parcurgerea laturilor pătratului colorat (mergând pe liniile caroiajului)?

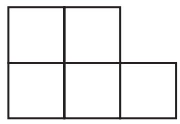


4. Care este numărul minim de ani consecutivi în care împreună se va obține un număr întreg de săptămâni?

Testul Nr. 33

1. Două mobile se află pe o pistă circulară în acelaşi punct. Ele fac câte un tur complet în 6 minute, respectiv 4 minute. Dacă mobilele pleacă simultan, după cât timp vor fi din nou în punctul de plecare?

2. Care este numărul minim de piese de forma alăturată ce trebuie folosite (fără suprapunere) pentru a obține un pătrat?



3. Suma a două numere de două cifre este tot număr de două cifre. Dacă un număr se mărește cu 12, acesta este de patru ori mai mare decât diferența dintre celălalt număr şi 9. Aflați cea mai mică şi cea mai mare valoare a sumei celor două numere.

4. Într-un şir indian sunt aşezați copii. În fața lui Nicu se află un sfert din copii, în spatele lui George se află o treime din copii, iar între Nicu şi George sunt 8 copii. Câți copii sunt în total?

Testul Nr. 34

1. Care este numărul minim de bețe cu lungimea de 6 cm cu ajutorul cărora putem forma 9 pătrate?

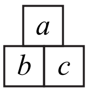
2. Determinați $S = a + b + c$ dacă:

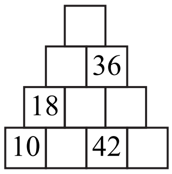
$$2a + 3b + c = 17 \text{ şi } 3a + 4b + c = 24.$$

3. Suma a 5 numere naturale nenule distincte este 31. Determinați numerele.

4. O persoană trăieşte de 57 ani, 57 luni, 57 săptămâni, 59 zile. Câți ani a împlinit persoana?

Testul Nr. 35

1. Conform modelului  $b + c = 2 \cdot a$,



completați figura alăturată.

2. Un muncitor lucrează într-o zi cât 2 ucenici. Un număr de 10 muncitori și 16 ucenici termină o lucrare în 12 zile. În câte zile termină lucrarea 15 muncitori și 18 ucenici?

3. 18 vase identice pline cu apă au masa de 162 kg. Dacă 5 vase sunt pline, 7 vase sunt pline pe jumătate, iar 6 vase sunt umplute trei sferturi, atunci masa lor este de 122 kg. Aflați masa unui vas și masa apei dintr-un vas plin.

4. Determinați suma numerelor a, b, c, dacă $ab = c$ și $abc = \overline{bc}$.

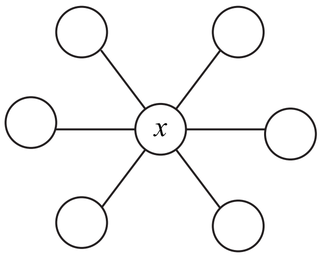
Testul Nr. 36

1. Produsul a trei numere naturale este 48. Mărind separat câte unul din numere cu 1, produsul devine 72, 60, 56. Determinați suma celor trei numere.

2. Determinați toate numerele naturale n care se împart exact la toate numerele naturale nenule cel mult egale cu $n - 2$.

3. Un elev primește la fiecare 20 de zile suma de 100 lei. El cheltuie 50 lei la fiecare 15 zile. Ce sumă economisește elevul în 360 de zile?

4. În cercurile din figura alăturat se așază toate numerele de la 1 la 7 inclusiv, fiecare o singură dată, astfel sumele celor trei cifre de pe fiecare din cele trei linii să fie aceeaşi. Care este valoarea cifrei x din cercul aflat pe cele trei linii?



Testul Nr. 37

1. O persoană are 126 lei şi doreşte să cumpere obiecte de 8 lei fiecare. Primeşte următoarea ofertă: la 7 obiecte cumpărate, primeşte un obiect gratuit. Care este numărul maxim de obiecte ce pot fi cumpărate?

2. Un turist a închiriat o barcă pentru 6 ore. În sensul de curgere a râului a mers cu 8 km/h, iar în sensul invers curgerii râului a mers cu 4 km/h. Ce distanţă a parcurs?

3. Determinaţi numărul cifrelor numărului:

$$a = 123\ldots891011\ldots303132.$$

a) Eliminaţi din a un număr de 48 de cifre, astfel încât să se obţină un număr maxim.

b) Eliminaţi din a un număr de 49 de cifre, astfel încât să se obţină cel mai mic număr posibil.

4. Determinaţi numerele a, b, c, d, dacă:

$33 < S = a + b + c + d < 42$ şi $a : 2 = 2b = c - 3 = d + 5$.

Testul Nr. 38

1. Vârsta tatălui este cu 24 ani mai mare decât vârsta fiului, adică de 7 ori mai mare. Peste câți ani vârsta tatălui va fi de două ori şi jumătate din vârsta fiului.

2. Se consideră mulțimile $A = \{a, a + 1, a + 2, a + 3\}$, $B = \{b, b + 1, b + 2\}$, unde $a > b \geq 1$. Suma elementelor din A şi B luate o singură dată este cel mult egală cu 28. Determinați mulțimile.

3. Determinați suma numerelor de trei cifre din care o cifră este simultan dublul altei cifre şi jumătate din altă cifră.

4. Diferența dintre produsul a două numere şi fiecare din cele două numere este 35, respectiv 36. Determinați cele două numere.

Testul Nr. 39

1. Determinați numărul natural nenul minim care se poate scrie ca sumă de 4, 5, 6 numere naturale nenule distincte.

2. Scriem şirul numerelor naturale sub forma:

1	2			
3	4	5		
6	7	8	9	
10	11	12	13	14

……………………………..

Determinați suma elementelor de pe linia 8.

3. Care dintre cifrele nenule a fost folosită de mai multe ori în scrierea tuturor numerelor naturale de la 1 la 45?

4. Suma vitezelor a două mobile este de 36 km/h. Ştiind că un sfert din viteza primului mobil mărită cu 3 km/h este egală cu un sfert din viteza celui de-al doilea mobil mărită cu 4 km/h, determinaţi:

a) vitezele celor două mobile;

b) distanţa parcursă împreună de cele două mobile, dacă primul merge 12 minute, iar al doilea merge 15 minute.

Testul Nr. 40

1. Determinaţi numerele a, b, c, d, dacă:

$80 \le a + b + c + d \le 89$ şi $a - 4 = b + 4 = c : 2 = 2 \cdot d$.

2. Folosind toate cifrele de la 1 la 7 o singură dată şi operaţiile de adunare şi scădere, obţineţi numărul 4 în 4 moduri.

3. Elementele de pe a treia linie se obţin din elementele corespunzătoare de pe primele două linii după aceeaşi regulă. Determinaţi a, b, c din tabelul de mai jos.

3	5	5	6	7	10	c
2	3	4	6	8	b	4
5	9	7	6	a	22	16

4. Reconstituiţi înmulţirea: $\overline{ab} \cdot \overline{ba} = \overline{cd6}$.

Testul Nr. 41

1. Suma dintre patru numere impare consecutive de două cifre şi alt număr natural este cel mult egală cu 79. Câte soluții are problema?

2. Trei elevi au împreună 188 lei. Primul a cheltuit o doime din suma sa, al doilea a cheltuit o treime din suma sa, iar al treilea a cheltuit 8 lei şi rămân cu sume egale. Ce sumă a avut fiecare elev?

3. Se ordonează 7 numere naturale astfel încât diferența dintre oricare două numere vecine este aceeaşi. Aflați numerele, dacă al patrulea număr este 10.

4. 6 mere cântăresc cât 4 pere, iar 2 pere cântăresc cât 9 nuci. Un măr, o pară şi o nucă cântăresc împreună 340 grame. Cât cântăreşte fiecare fruct?

Testul Nr. 42

1. Suma de 102 lei a fost plătită cu 21 de bancnote de 1 leu, 5 lei, 10 lei. Câte bancnote au fost din fiecare tip?

2. La o împărțire cu rest de numere naturale nenule, restul este cu 7 mai mic decât suma dintre deîmpărțit, împărțitor şi cât. Determinați suma celor patru numere.

3. Într-o cutie sunt 12 bile albe, 13 bile negre, 14 bile verzi. Aflați numărul minim de bile ce trebuie extrase pentru a fi siguri că au fost extrase:
a) cel puțin 3 bile albe;
b) cel puțin 4 bile negre;
c) cel puțin 6 bile de aceeaşi culoare.

4. Suma a patru numere de două cifre, dintre care două sunt numere pare consecutive, iar două sunt impare consecutive, este cuprinsă între 55 şi 61. Determinați numerele.

Testul Nr. 43

1. 4 caiete costă cu 2 lei mai puțin decât un stilou, iar 5 caiete costă cu 3 lei mai mult decât un stilou. Cât costă 12 caiete şi 2 stilouri?

2. Determinați suma primilor 10 termeni comuni ai şirurilor:

1, 4, 7, 10, 13, 16, … şi 3, 11, 19, 27, …

3. Determinați numărul grupelor formate din câte trei numere distincte de două cifre mai mici decât 20, care nu se împart exact la 3, dar suma lor se împarte exact la 3.

4. La o împărțire de numere naturale, suma dintre cât şi rest este 4, iar suma dintre cât şi împărțitor este 5. Determinați suma tuturor valorilor posibile ale deîmpărțitului.

Testul Nr. 44

1. Suma a 4 numere naturale nenule distincte este 13, iar suma a 5 numere naturale nenule distincte este 18. Determinați suma tuturor numerelor ce apar în grupe, luându-l pe fiecare o singură dată.

2. Determinați numerele naturale a și b, știind că:

$$3 \cdot (a : 4 + b : 3) = 28 - 4 \cdot (a : 4 + b : 3).$$

3. Suma a 4 numere este 127. Al doilea număr este cu 1 mai mic decât dublul primului număr. Al treilea număr este cu 6 mai mic decât suma primelor două numere. Al patrulea număr este cu 4 mai mic decât suma dintre al doilea număr și dublul primului număr. Aflați cele 4 numere.

4. Suma vârstelor (în ani) ale celor 3 copii ai unei familii este cuprinsă între 4 ani și 7 ani. Mama are cu 25 ani mai mult decât cel mai mic copil, iar tatăl are cu 26 ani mai mult decât cel mai mare copil. Aflați suma vârstelor membrilor familiei.

Testul Nr. 45

1. La o împărțire de numere naturale câtul este cu 1 mai mare decât o doime din împărțitor, iar restul este cu 3 mai mare decât o doime din cât. Suma dintre cât, împărțitor și rest este un număr de două cifre. Determinați suma valorilor impare ale deîmpărțitului.

2. O carte costă cât 5 pixuri, iar 3 cărți costă cât două stilouri. Dacă 5 pixuri, 4 cărți şi 2 stilouri costă 160 lei, aflați cât costă fiecare obiect.

3. Diferența dintre suma a trei numere naturale pare consecutive şi suma a patru numere naturale impare consecutive este un număr natural mai mic decât 10. Cele două sume sunt mai mici decât 32. Determinați suma celor 7 numere.

4. Micşorând doimea primului număr cu 1, treimea celui de-al doilea număr cu 2 şi sfertul celui de-al treilea număr cu 3, obținem numere naturale consecutive. Determinați numerele, dacă suma lor este 103.

Testul Nr. 46

1. Determinați numerele naturale a, b, c, ştiind că:

$$4a + 2b + c = 17 \text{ şi } 6a + 3b + c = 22.$$

2. Suma a patru numere este 144. Primul număr este media aritmetică a următoarelor două, al doilea este o treime din al treilea, iar al patrulea este media aritmetică a celorlalte. Aflați numerele.

3. Fiul este cu 4 ani mai mic decât fiica. Jumătate din vârsta tatălui este cu 4 ani mai mult decât suma vârstelor copiilor. Peste cât timp vârsta tatălui va fi dublul sumei vârstelor copiilor? Determinați vârstele actuale, dacă media lor aritmetică este de 14 ani şi 8 luni.

4. Determinați x din egalitatea:

$$5 \cdot \{4 \cdot [3 \cdot (2x - 1) - 3] - 5\} - 7 = 88.$$

Testul Nr. 47

1. O mulțime A este formată din 5 numere naturale consecutive şi o mulțime B este formată din 3 numere naturale impare consecutive. Suma celor 8 numere este mai mică decât 42. Aflați diferența maximă dintre cel mai mare element din A şi cel mai mic element din B.

2. În anul 2025, o persoană are vârsta egală cu dublul sumei cifrelor anului său de naştere. Ce vârstă are persoana în 2030?

3. Determinați numerele de 3 cifre pentru care sfertul şi cincimea lor se împart exact la suma cifrelor lor.

4. Un mobil parcurge în prima zi un sfert dintr-o distanță, a doua zi o treime din distanța rămasă, a treia zi două treimi din distanța rămasă, iar a patra zi restul de 300 km. Aflați distanța parcursă în cele 4 zile.

Testul Nr. 48

1. Vârstele a trei frați sunt exprimate în ani prin numere naturale pare consecutive. Determinați x, ştiind că în urmă cu x ani, vârsta unuia dintre frați era egală cu dublul vârstei altui frate.

2. Se consideră două cifre astfel încât diferența dintre încincitul diferenței lor şi suma lor este $n \in \mathbb{N}$. Determinați valorile posibile ale lui n şi cele două cifre pentru $n = 20$.

3. Determinați numerele $\overline{ab}$ şi $\overline{xy}$, ştiind că:

a) $(3a + b) : b = b$;
b) $(3y + x) : x = x$.

4. Într-o urnă sunt bile albe şi bile negre. Formând grupe de 2 bile albe şi 3 bile negre, rămâne o bilă albă şi o bilă neagră. Formând grupe de 5 bile albe şi 6 bile negre, rămân 2 bile albe şi 7 bile negre. Aflați numărul de bile albe şi numărul de bile negre.

Testul Nr. 49

1. Determinați suma numerelor de 3 cifre egale cu produsul dintre 25 şi suma cifrelor sale.

2. Diferența a două numere naturale este 8, iar suma lor este un număr de 3 cifre cu suma cifrelor egală cu 4. Determinați cele două numere.

3. Suma a trei numere naturale este 240. Primul număr este cu 3 mai mare decât jumătatea celui de-al doilea. Al doilea număr este cu 2 mai mare decât treimea celui de-al doilea. Aflați cele trei numere.

4. Câtul împărțirii a două numere naturale este 8, iar restul 16. Suma dintre deîmpărțit, cât, împărțitor şi rest este cel mult egală cu 302. Determinați suma valorilor împărțitorului.

Testul Nr. 50

1. Determinați numărul numerelor de trei cifre cu proprietatea că sfertul sumei cifrelor sale este mai mic decât 1 sau mai mare decât 6.

2. Într-un grup se află 5 copii, din care, din punct de vedere al vârstei, în ani, niciunul nu este mai mic, nici mai mare. Suma vârstelor lor este S, astfel încât $29 \leq S \leq 42$. Ce valori naturale poate lua S?

3. Elevii dintr-un grup sunt așezați pe un rând. Andrei este așezat astfel încât în fața lui se află 5 șeptimi din numărul total al copiilor. Dacă Andrei vine în față cu 13 locuri, atunci în spatele lui sunt 5 șeptimi din numărul copiilor. Câți copii sunt în total?

4. Determinați suma tuturor numerelor $\overline{aa} : b$, știind că:

$$\overline{aaaa} : \overline{bb} = \overline{b0b}.$$

Testul Nr. 51

1. Determinați numerele naturale a, b, x, y, dacă:

a) $ab + 4a \leq 10$;

b) $xy \leq 2x + 4$.

2. Diferența a două numere naturale este 9, iar suma lor este un număr de două cifre cu suma cifrelor egală cu 13. Determinați cele două numere.

3. Tatăl este mai în vârstă decât fiul cu 24 ani şi 8 luni. Peste 4 ani şi 2 luni, vârsta tatălui este de 5 ori mai mare decât vârsta fiului. Aflaţi vârsta fiului.

4. Numerele bilelor din trei urne sunt numere pare consecutive. Din cele trei urne sunt scoase bile date numeric de 3 numere pare consecutive. Numărul bilelor rămase într-o urnă este triplul numărului de bile rămase în altă urnă. Câte bile au rămas în fiecare urnă?

Testul Nr. 52

1. Suma a trei numere naturale impare consecutive este cu 20 mai mare decât unul din numere. Aflaţi suma numerelor.

2. Un bazin poate fi umplut separat de câte un robinet în 2 ore, în 3 ore, respectiv în 6 ore. În cât timp pot fi umplute 5 bazine identice de cele 3 robinete împreună?

3. Determinaţi suma numerelor $\overline{abc}$ formate din cifre nenule, pentru care:

$$2a + 3a(b + c) = 42.$$

4. Se consideră următorul şir de numere naturale:

$1 + 2; 2 + 3 + 4; 3 + 4 + 5 + 6; 4 + 5 + 6 + 7 + 8$ etc.

Determinaţi:

a) următorii doi termeni ai şirului;

b) al 10-lea termen al şirului;

c) suma primilor 10 termeni ai şirului.

Testul Nr. 53

1. Determinați 3 numere naturale pare consecutive, știind că dacă unul din numere se micșorează cu 6, atunci el devine cu 3 mai mare decât jumătatea altui număr.

2. Se consideră 3 numere naturale impare consecutive a căror sumă este un număr de două cifre identice. Câte soluții are problema? Dar dacă suma este număr de 3 cifre identice?

3. Se consideră șirul de numere naturale:

$$1, 4, 7, 2, 5, 8, 3, 6, 9, \ldots$$

a) Completați șirul cu următoarele 9 numere.

b) Calculați suma primilor 97 de termeni ai șirului.

4. Determinați numerele nenule a, b, c pentru care avem:

$$2a + 3a \cdot (b + c) = 66.$$

Testul Nr. 54

1. Într-un grup se află 4 copii, din care niciunul nu este cel mai mic și niciunul nu este cel mai mare (ca vârstă, în ani). Produsul numerelor ce reprezintă vârstele este 16. Aflați suma vârstelor celor 4 copii.

2. În 3 cutii sunt 240 de bile. Din prima cutie se scoate un număr de bile, din a doua cutie se scoate un număr de două ori mai mare de bile, iar din a treia se scoate un număr de 3 ori mai mare de bile. Numerele de bile rămase sunt egale între ele și egale cu numărul de bile scoase în total. Câte bile au fost inițial în fiecare cutie?

3. Care este cel mai mic număr natural care are o cifră egală cu 1, două cifre egale cu 0 şi suma cifrelor egală cu 32?

4. Trei saci de mere cântăresc 40 kg. Merele din cei trei saci costă 32 lei, 48 lei, respectiv 80 lei. Cât cântăreşte fiecare sac?

Testul Nr. 55

1. Determinaţi suma tuturor numerelor naturale de două cifre care se pot scrie ca sumă de trei numere naturale pare consecutive.

2. Treimile a trei numere naturale sunt numere naturale consecutive, iar suma lor este număr natural de trei cifre consecutive. Determinaţi numerele.

3. Mai mulţi copii sunt aşezaţi pe un rând astfel încât între oricare doi băieţi se află 3 fete. Numărul total al copiilor este 245. Câte fete şi câţi băieţi sunt?

4. Suma oricăror 4 numere consecutive din tabelul de mai jos este 40.

			8						10							7

a) Determinaţi numerele care apar în tabel.
b) Aflaţi suma numerelor aflate pe poziţiile 28, 41, 54, 67.

Testul Nr. 56

1. Suma numerelor a, b, c este 132. Determinați numerele, dacă $2a$, $2b + 6$ şi $2c + 12$ sunt numere pare consecutive.

2. Un bazin poate fi umplut printr-un robinet în 4 ore, prin alt robinet poate fi umplut în 3 ore, iar prin al treilea robinet poate fi golit în două ore. În cât timp poate fi umplut bazinul, dacă funcționează simultan toate robinetele?

3. Se consideră vase identice, astfel: 7 vase pline, 3 vase umplute pe jumătate şi 10 vase umplute la un sfert din capacitate, cu masa totală de 128 kg. Dacă 10 vase sunt pline, iar 10 sunt umplute pe jumătate, masa lor este de 160 kg. Determinați masa unui vas gol şi masa apei dintr-un vas plin.

4. Reconstituiți adunarea de mai jos, ştiind că literele reprezintă cifre distincte. Dați două soluții.

$$\begin{array}{r} TREI+ \\ \underline{TREI} \\ ŞASE \end{array}$$

Testul Nr. 57

1. Suma vârstelor în ani a 4 persoane este mai mică decât 16 ani. Vârsta primei persoane este jumătate din suma vârstelor celei de-a doua şi a treia persoane. Vârsta celei de-a doua persoane este jumătate din suma vârstelor celei de-a treia şi a patra persoane. Vârsta celei de-a treia persoane este o treime din suma vârstelor celorlalte persoane. Determinați suma vârstelor celor 4 persoane.

2. În prima zi, o persoană urcă şi coboară o pantă în 12 ore. A doua zi, persoana urcă şi coboară panta în 9 ore. Începând cu a doua zi, persoana urcă de două ori mai încet şi coboară de 3 ori mai repede. În cât timp persoana urcă şi coboară panta în a treia zi?

3. O pistă dreptunghiulară $ABCD$ are dimensiunile $AB = 60$ m, $BC = 40$ m. Un atlet pleacă din A şi parcurge în acelaşi sens o distanță de 1190 m. Se întoarce şi parcurge o distanță de 910 m. Care este cea mai mică distanță care trebuie parcursă pentru a ajunge din nou în A?

4. A 10-a parte dintr-un număr natural este un număr natural de trei cifre, iar a 12-a parte este un număr natural de două cifre. Determinați suma tuturor numerelor cu proprietățile date.

Testul Nr. 58

1. Vârstele, în ani, a patru copii sunt exprimate prin numere naturale pare consecutive. Aflați vârstele copiilor, dacă vârsta unuia dintre ei reprezintă două treimi din vârsta altui copil.

2. Determinați perechile (x, y) de numere naturale nenule, ştiind că:

$$2x \leq 15 - y \text{ şi } 4x - y \leq 3.$$

3. a) Determinați suma numerelor $\overline{abc}$, dacă $\overline{ab} \cdot c = \overline{1ab}$.

b) Determinați trei numere naturale nenule distincte, ştiind că suma produselor lor luate două câte două este cel mult egală cu 29.

4. Numărul de bile din trei urne este număr de două cifre pentru fiecare urnă. În total avem un număr de două cifre de bile. Dacă se scot 10 bile din prima urnă şi se pun în a doua urnă, iar din a doua urnă se scot 22 de bile şi se pun în a treia urnă, atunci numărul de bile din fiecare urnă este acelaşi. Câte bile erau inițial în fiecare urnă?

Testul Nr. 59

1. Se efectuează 5 împărțiri succesive la 2, obținând de fiecare dată restul 1. La a doua, a treia, a patra împărțire, deîmpărțitul este câtul împărțirii precedente. Determinați primul deîmpărțit, dacă suma primelor 4 câturi este 176.

2. Determinați numărul tripletelor de trei numere de câte două cifre pentru care micşorând doimea primului număr cu 1, micşorând treimea celui de-al doilea număr cu 2 şi micşorând şesimea celui de-al treilea număr cu 3, se obțin 3 numere naturale consecutive.

3. Suma a 5 numere naturale nenule distincte este 21. Câte numere naturale pare putem avea?

4. Aflați numerele nenule a, b, c cu proprietățile:
$a : 2 + b : 3 + c = a : 3 + b + c : 2$ şi $a + 3c - 2b = 12$.

Testul Nr. 60

1. Vârstele a trei frați sunt numere naturale pare nenule şi consecutive. Este posibil ca, în urmă cu un anumit număr de ani, vârsta unuia dintre frați să fie egală cu dublul vârstei altui frate?

2. Determinați numerele de trei cifre egale cu de 55 ori suma cifrelor lor.

3. O distanță poate fi parcursă astfel: I) cu viteza medie v km/h în t ore; II) viteza mărită cu 20 km/h şi timpul micşorat cu o oră; III) viteza micşorată cu 20 km/h şi timpul mărit cu 2 ore. Determinați distanța.

4. În acelaşi interval de timp, mobilul A parcurge 200 km, iar mobilul B parcurge 160 km. În timp ce mobilul B parcurge 300 km, mobilul C parcurge 240 km. Dacă mobilul A parcurge 250 km, ce distanță parcurge mobilul C?

Testul Nr. 61

1. Vârstele a doi copii sunt a ani şi $3b$ luni, respectiv b ani şi $3a$ luni. Peste 2 ani şi jumătate au împreună 20 ani. Ce vârste au acum copiii, dacă sunt exprimate prin numere naturale, în ani?

2. Trei atleți aleargă pe o pistă circulară făcând tururi complete. În timp ce primul efectuează un tur complet, al doilea efectuează un tur şi un sfert, iar al treilea un tur şi jumătate. Împreună au efectuat cel puțin 50 de tururi şi cel mult 80 de tururi. Câte tururi a efectuat fiecare?

3. Lățimea unui dreptunghi este cu 6 m mai mare decât jumătatea lungimii sale, iar lungimea este cât lățimea şi încă o treime din lățime. Aflați perimetrul dreptunghiului.

4. Două oraşe, A şi B, se află la 477 km distanță între ele. Două maşini pleacă din A şi B una spre cealaltă. Una din maşini parcurge într-o oră cât parcurge cealaltă într-o oră şi 15 minute. Ce distanțe au parcurs cele două maşini până la punctul de întâlnire?

Testul Nr. 62

1. Peste un an, suma vârstelor celor doi copii reprezintă un sfert din vârsta tatălui. Peste 6 ani, suma vârstelor copiilor reprezintă jumătate din vârsta mamei. Vârsta tatălui este cu 1 an mai mare decât vârsta mamei.
   a) Aflați vârstele tatălui şi mamei.
   b) Ce vârste (în ani) pot avea copiii?

2. Dacă producția de căpşuni dintr-o grădină este pusă în lădițe de 5 kg, rămân 22 kg de căpşuni nepuse în lăzi. Dacă în lădițe s-ar pune câte 7 kg, atunci rămân 8 lădițe goale şi în două lădițe se pun câte 3 kg. Determinați cantitatea de căpşuni.

3. Mărind cu 1, 2, 3 câte unul din cei trei factori ai unui produs, produsul se măreşte cu 30, 48, respectiv 60. Determinați cele trei numere.

4. Un melc se află pe fundul unei fântâni adâncă de 8 m şi 40 cm. Ziua urcă 160 cm şi noaptea coboară 40 cm. În cât timp ajunge melcul la suprafaţă?

Testul Nr. 63

1. Arătaţi că există un număr natural *n*, astfel încât cu un număr de *n* segmente de lungimi egale să se poată realiza exact *n* pătrate.

2. Cum se pot împărţi la 3 copii 6 mere de 100 g, 6 mere de 150 g, 9 mere de 200 g, astfel încât fiecare copil să primească acelaşi număr de mere şi aceeaşi cantitate de mere?

3. În fiecare pătrat mic din cele 9 pătrate mari este înscrisă iniţial cifra 0 (figura 1). Se ia la întâmplare un pătrat format din 4 pătrate mici alăturate şi se măreşte fiecare număr din fiecare pătrat mic cu 1. Se repetă procedeul de un număr de ori cu pătrate oarecare, obţinându-se pătratul din figura 2. Completaţi pătratul din figura 2.

0	0	0
0	0	0
0	0	0

Fig. 1

	12	
13	26	

Fig. 2

4. Se dă şirul de numere 2, 4, 1, 3, 6, 8, 5, 7, 10, 12, 9, 11, …

a) Scrieţi următorii 8 termeni ai şirului.

b) Determinaţi suma termenilor de pe locurile 37, 42, 59, 80.

Testul Nr. 64

1. Determinați toate numerele:

$$n = \overline{aab} + \overline{aba} + \overline{baa} + \overline{abb} + \overline{bab} + \overline{bba},$$

care se împart exact la 2331.

2. Determinați cel mai mic număr natural $m = \overline{123a_1a_2...a_n789}$ care are suma cifrelor egală cu 55.

3. Suma a 8 numere naturale nenule este 70. Demonstrați că printre aceste numere se află cel puțin două numere impare.

4. Într-o cutie sunt 605 bile albe, negre, verzi şi roşii. La 2 bile albe corespund 3 bile negre, la 2 bile negre corespund 3 bile verzi, iar la 4 bile verzi corespund 5 bile roşii. Câte bile de fiecare culoare sunt în cutie?

Testul Nr. 65

1. Determinați suma a 10 numere, ştiind că suma primelor 8 numere este 101, iar suma tuturor produselor dintre cele două numere rămase şi fiecare din primele 8 numere este 1414.

2. Numărul n are 3 cifre. Determinați-l pe n, ştiind că suma cifrelor numărului $n + 2$ este mai mică decât suma cifrelor lui n.

3. Suma a 3 numere naturale este 261. Câturile obținute prin împărțirea lor sunt 3 numere naturale impare consecutive, iar resturile (în aceeaşi ordine) sunt 3 numere naturale pare consecutive. Determinați cele 3 numere.

4. La un concurs se dau 20 de probleme şi se acordă 40 de puncte din oficiu. Pentru o problemă corect rezolvată se acordă 5 puncte, pentru o problemă nerezolvată se scade un punct, iar pentru o problemă rezolvată greşit se acordă 2 puncte. Un elev obține 99 de puncte. Câte probleme a rezolvat corect şi câte probleme nu a rezolvat?

Testul Nr. 66

1. Produsul dintre un număr de două cifre şi numărul obținut din cel inițial prin micşorarea cifrei zecilor cu o unitate este un număr de 3 cifre identice. Determinați cele două numere.

2. Un copil are 97 de bile albe şi negre. Copilul schimbă cu fratele său câte 7 bile albe pentru 3 bile negre şi are acum 57 de bile negre. Câte bile albe şi câte bile negre a avut la început copilul?

3. Distanța dintre două oraşe este parcursă de un automobilist în 4 zile. În prima zi, parcurge $\frac{1}{4}$ din distanță şi încă 60 km. A doua zi, parcurge $\frac{1}{3}$ din distanța rămasă şi încă 40 km. În a treia zi, parcurge $\frac{1}{4}$ din distanța rămasă şi încă 220 km. În a patra zi, parcurge restul de 320 km. Determinați distanța dintre cele două oraşe.

4. Determinați toate numerele de trei cifre, ştiind că una din cifre este egală cu suma celorlalte două cifre, iar produsul cifrelor este egal cu împătritul sumei cifrelor.

Testul Nr. 67

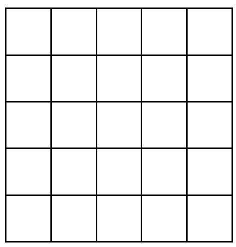
1. Determinați numerele $\overline{ab}$ pentru care există numărul natural nenul m, cu $\overline{ab} - \overline{ba} = 12 \cdot m \cdot a$.

2. Determinați numerele $\overline{mnpr}$, cu cifre distincte, pentru care $m + n + p + r = \overline{mr}$ şi $\overline{mr} \cdot \overline{rm} = \overline{mnpr}$.

3. Un dreptunghi are aria de 72 m^2. Mărind lățimea cu 2 m şi lungimea cu 3 m, aria se măreşte cu 48 m^2. Aflați perimetrul dreptunghiului inițial.

4. Pe o parte a unei străzi sunt 5 blocuri vecine. Într-unul din blocuri sunt cel puțin 20 de copii. Diferența dintre numărul copiilor care locuiesc între două blocuri vecine este 5. Numărul total al copiilor poate fi:
a) 121;   b) 130.

Testul Nr. 68



1. În cele 25 de pătrățele din figura alăturată se scriu toate numerele de la 1 la 25. Este posibil ca, în fiecare coloană, suma unor numere să fie cu 2 mai mare decât suma celorlalte numere?

2. Suma a două numere naturale reprezintă $\frac{5}{2}$ din al treilea număr, iar treimea diferenței lor reprezintă jumătate din al treilea număr natural. Dacă suma celor trei numere este un număr de două cifre, câte valori poate avea această sumă?

3. Suma a patru numere naturale este 2020. Demonstrați că există trei numere cu suma cel puțin egală cu 1515.

4. În același timp, mobilul A parcurge 120 m, mobilul B parcurge 90 m, iar când mobilul B parcurge 60 m, mobilul C parcurge 50 m. Câți metri parcurge mobilul C, dacă mobilul A parcurge 200 m?

Testul Nr. 69

1. Determinați numerele naturale $\overline{abc}$ care împărțite la $\overline{bc}$ dau câtul 6 și restul $\overline{bc} - 10$.

2. Într-o scădere, descăzutul este 3632, iar diferența se obține din scăzător prin ștergerea cifrei 2. Aflați scăzătorul.

3. Lungimea și lățimea unui dreptunghi sunt exprimate în metri prin numere naturale. Știind că $\frac{1}{3}$ din lungime este cu 3 m mai mare decât un sfert din lățime, determinați diferența maximă a perimetrelor pentru care dreptunghiul există.

4. Dacă împărțim dublul sumei a două numere la șesimea diferenței lor, obținem câtul 25 și restul 3. Aflați numerele, dacă doimea diferenței este cu 1 mai mică decât sfertul sumei.

Testul Nr. 70

1. Tatăl, mama, fiul şi fiica au împreună 80 ani. Suma vârstelor copiilor este a 7-a parte din suma vârstelor părinţilor. Fiul este mai mare decât fiica cu 2 ani. Aflaţi vârstele persoanelor, dacă tatăl este mai în vârstă decât mama cu maxim 3 ani.

2. Determinaţi suma numerelor $\overline{abc}$ dacă:

$$\overline{abc} + \overline{bca} + \overline{cba} = 1323.$$

3. Tatăl meu s-a născut în anul $\overline{19xy}$, iar eu în anul $\overline{20ab}$. Diferenţa vârstelor noastre este de 29 ani, iar $b + 1 = y$. Ce vârstă am eu acum?

4. Dan are azi de 4 ori vârsta pe care o avea el atunci când Adi avea vârsta lui actuală. Când Dan va avea vârsta de azi a lui Adi, suma vârstelor lor va fi de 44 ani. Aflaţi vârstele actuale ale celor doi fraţi.

Testul Nr. 71

1. Determinaţi x din egalitatea:

$$2n + 1 - \{2n - [2n - 2 \cdot (2n - 1 + 2n : x) + 2n]\} = 1, \text{ unde } n \in \mathbb{N}^*.$$

2. a) Aflaţi suma numerelor pare $\overline{abc}$ dacă $\overline{abc} = \overline{ab}(a + b + c)$.

b) Determinaţi numerele $\overline{abc}$ dacă $\overline{abc} = \overline{bc}(a + b + c)$ şi $a \leq 3$.

3. Un elev cumpără în total 17 obiecte. Unele dintre ele costă 2 lei, altele 4 lei, iar altele 5 lei. A plătit în total suma de 62 lei. Câte obiecte de fiecare fel a cumpărat?

4. Se consideră 3 numere impare consecutive şi 3 numere pare consecutive. Din cele 6 numere, doar *a* numere sunt consecutive.

a) Ce valori poate lua numărul natural *a*?

b) Determinaţi cea mai mare şi cea mai mică valoare a sumei celor 6 numere, dacă aceasta este un număr de două cifre şi exact 4 numere din cele 6 sunt numere consecutive.

c) Aflaţi cea mai mare valoare şi cea mai mică valoare a sumei celor 6 numere, dacă aceasta este număr de două cifre şi printre cele 6 numere nu există numere consecutive.

Testul Nr. 72

1. Lungimea L şi lăţimea l ale unui dreptunghi sunt exprimate prin numere naturale. Poate fi perimetrul dreptunghiului egal cu perimetrul unui pătrat cu latura exprimată prin număr natural în cazurile:

i) L, l sunt numere consecutive;

ii) L, l sunt numere pare consecutive;

iii) L, l sunt numere impare consecutive?

2. Determinaţi numerele $\overline{abc}$, cu cifre nenule, dacă:

$$2 \cdot a \cdot a + 3 \cdot b + 5 \cdot c = 76.$$

3. Fie $x \leq 99$ astfel încât împărţind pe x la y obţinem câtul 6 şi restul 13. Determinaţi b, ştiind că $x + y = a + \overline{bb}$, unde:

$$5x - 30y + 35 = a \cdot a.$$

4. Distanţa între 2 pomi este de 108 dam. Două albine zboară de la un pom la altul, în sensuri opuse, cu vitezele de 24 m/min, respectiv 36 m/min. Prima pleacă mai devreme şi se întâlnesc la jumătatea drumului. Ce distanță a parcurs prima albină în timpul în care a zburat singură?

Testul Nr. 73

1. Se consideră 4 numere naturale. Se obțin numere egale dacă se scade 2 din primul, se adaugă 3 la al doilea, se împarte al treilea la 4 şi se înmulțeşte ultimul cu 5. Aflați numerele, dacă suma lor este cuprinsă între 42 şi 78.

2. Determinați numerele A, de două sau trei cifre, ştiind că $s(A) = 2 \cdot s(A + 1)$, unde $s(n)$ reprezintă suma cifrelor numărului n.

3. a) Determinați numerele $\overline{abc}$, dacă $\overline{aba} \cdot \overline{cc} = \overline{aaaa}$.

b) Determinați numerele $\overline{mnp}$, dacă $\overline{mnpp} - \overline{mnp} = 181 \cdot \overline{p0}$.

4. Suma vârstelor a 4 copii născuți din 2 în 2 ani este $\frac{1}{2}$ din vârsta tatălui. Se ştie că $\frac{1}{4}$ din suma vârstelor copiilor, împreună cu $\frac{1}{2}$ din vârsta tatălui nu depăşeşte 24 ani. Aflați vârstele copiilor şi vârsta tatălui.

Testul Nr. 74

1. a) Determinați numerele $\overline{ab}$ şi $\overline{cd}$, dacă $\overline{ab} \cdot \overline{cd} = 4\overline{ab}$.

b) Determinați numerele $\overline{abc}$ pentru $\overline{abab} : 9 = \overline{c0c}$.

2. Determinați numerele de 3 cifre care împărțite la 101 dau restul 99 şi care au suma cifrelor egală cu 12.

3. Câtul unei împărțiri este 9, iar restul este 5. Suma dintre deîmpărțit, împărțitor, cât şi rest este de 11 ori mai mare decât împărțitorul. Aflați deîmpărțitul şi împărțitorul.

4. Trei şeptimi din prețul unei cămăşi este trei pătrimi din triplul prețului unei cravate. Cât costă împreună 4 cravate şi 2 cămăşi, dacă o cămaşă şi o cravată costă împreună 200 lei.

Testul Nr. 75

1. Determinați a şi b, dacă:

a) $\overline{aa4} \cdot \overline{a4} = \overline{a3436}$; b) $101 + 202 + \ldots + \overline{b0b} = 3636$.

2. Determinați numărul n, ştiind că, dacă punem cifra 7 în fața lui, se obține un număr de 5 ori mai mare decât dacă punem 7 la sfârşitul lui n.

3. Un biciclist pleacă din localitatea A spre localitatea B cu viteza de 10 km/h, iar al doilea biciclist pleacă mai târziu cu o oră din localitatea B spre localitatea A cu 15 km/h. Se întâlnesc la jumătatea distanței dintre localități.

a) Cât timp a mers cel care a plecat din localitatea B?

b) La ce distanță față de A se întâlnesc a doua oră biciclişții?

4. Determinați numerele $\overline{abcd}$, ştiind că c este media aritmetică a lui a şi b, numărul d este media aritmetică a numerelor a, b, c, iar cifra sutelor este $\frac{1}{2}$ din cifra miilor.

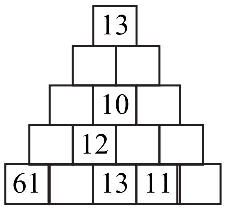
Testul Nr. 76

1. Folosiți de 9 ori cifra 3 şi 3 operații aritmetice pentru a obține rezultatul 765.

2. Determinați suma tuturor termenilor sumelor $S_n = 1 + 2 + 3 + \ldots + n$, ştiind că S_n este un număr de două cifre identice sau de 3 cifre identice.

3. Se scriu în ordine strict crescătoare toate numerele naturale care au produsul cifrelor egal cu 0. Al câtelea număr din şir este numărul 2020?

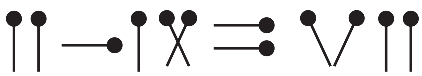
4. Completați căsuțele din figura alăturată, dacă fiecare număr din căsuță este diferența celor două numere aflate sub el.



Testul Nr. 77

1. Aflați suma numerelor de două cifre pentru care împărțind suma cifrelor la diferența lor se obține câtul 3.

2. În scrierea cu bețişoare de mai jos, mutați un bețişor pentru a obține o egalitate.



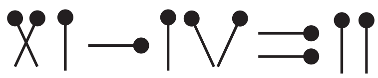
3. Aflați numărul $\overline{mnpr}$, dacă $2 \cdot \left(\overline{mnpr} + 19\right) = 19 \cdot \overline{mpr}$.

4. Un sportiv se antrenează pe panta unui deal, pe care sunt amenajate trepte, în modul următor: urcă 9 trepte, coboară 7 trepte şi urcă 3 trepte. Se repetă apoi acest „exercițiu”. Considerăm mişcarea ca fiind urcarea unei trepte sau coborârea unei trepte. Câte trepte sunt amenajate (număr minim), dacă sportivul face 2020 mişcări, plecând de pe treapta 0?

Testul Nr. 78

1. Trei copii au împreună o sumă de bani S. După ce primul cheltuie $\frac{1}{2}$ din suma sa, al doilea $\frac{2}{3}$ din suma sa, iar al treilea $\frac{3}{4}$ din suma sa, cele 3 sume rămase (în ordinea prezentată) sunt trei numere impare consecutive. Putem avea:
a) $S = 193$; b) $S = 203$?

2. În scrierea cu bețişoare de mai jos, pentru a obține egalitate, se poate schimba:
a) doar un singur bețişor;
b) dar exact două bețişoare?



3. Un elev are la dispoziție toate cifrele până la 9 astfel încât să poată numerota toate paginile unui caiet. El foloseşte cifra 8 de 19 ori. Câte pagini are caietul?

4. Determinați numărul numerelor $\overline{nabc}$, unde $5 \leq n \leq 9$, dacă $99 \cdot n + \overline{abc} = \overline{cba}$.

Testul Nr. 79

1. Completați tabelul alăturat folosind doar numerele 6, 7, 8, 9, 10, astfel încât suma numerelor de pe fiecare linie și de pe fiecare coloană să fie 40.

	9		7	
9			6	
	7			9
		10		8
6		9		

2. Determinați a din egalitatea:
$\{[(a-6) : 2018 + 2018] : 2019 + 2019\} : 2020 + 2020 = 2021$.

3. Diferența a două numere naturale nenule este egală cu cincimea numărului mai mare. Aflați suma tuturor acestor numere, știind că sunt de maxim două cifre.

4. Determinați numerele naturale $\overline{ab}$, dacă $\overline{ab} - \overline{ba} = a \cdot b - a$.

Testul Nr. 80

1. Se aruncă trei zaruri și pe fețele superioare apar numerele a, b, c, al căror produs este 36. Determinați suma tuturor numerelor $\overline{abc}$.

2. Determinați suma tuturor numerelor naturale $\overline{nc}$, știind că:
$$\overline{a0a} + \overline{b0b} + \overline{aa} + \overline{bb} + \overline{ccc} = \overline{201n}.$$

3. Animalul A face 3 sărituri în timp ce animalul B face 5 sărituri. Lungimea unei sărituri pentru animalul A este de 120 cm, iar pentru animalul B de 60 cm. Câte sărituri mai efectuează B până este prins de A, dacă B este în fața lui A cu 72 dm?

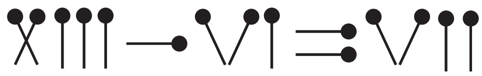
4. Determinați numerele a, b, c, dacă $a \cdot b = 48$; $b \cdot c = 96$ şi $a \cdot (b + c) = 120$.

Testul Nr. 81

1. Determinați suma numerelor $\overline{cn}$, ştiind că:

$$\overline{abc} + \overline{bab} + \overline{ccb} + b = \overline{201n}.$$

2. În scrierea următoare, mutați un bețişor pentru a obține o relație adevărată. Dați cel puțin 3 soluții.



3. Media aritmetică a numerelor din mulțimea A este 60, iar media aritmetică a numerelor din mulțimea B este 160. Dacă cele două mulțimi nu au elemente comune, aflați câte elemente au împreună, dacă acest număr este cuprins între 21 şi 34, iar media aritmetică a tuturor numerelor este 120.

4. Prețul unui caiet este $\frac{1}{5}$ din prețul unei cărți, iar prețul unei cărți este $\frac{2}{3}$ din prețul unui album. Diferența dintre prețul unui album şi prețul unui caiet este de 39 lei. Cât costă fiecare obiect?

Testul Nr. 82

1. Determinați numerele $\overline{abcd}$, știind că:
i) $a = b + c + 1$;
ii) $2 \leq b < c$;
iii) d este media aritmetică a numerelor a, b, c.

2. Ana, Barbu și Costin au nuci. Numărul nucilor pe care îl au împreună este un număr de două cifre egale. Dacă Ana îi dă lui Barbu 3 nuci, atunci au un număr egal de nuci. Dacă Barbu primește de la Costin 5 nuci, atunci au un număr egal de nuci. Câte nuci are fiecare?

3. Se consideră 7 numere pare consecutive. Dacă din suma lor se scade suma numerelor impare, se obține numărul 108. Determinați numerele.

4. Determinați suma numerelor $\overline{ab}$, știind că dacă a crește cu n unități și b cu 2 unități, atunci $\overline{ab}$ se dublează.

Testul Nr. 83

1. La un concurs de matematică, problemele unui elev au fost punctate cu 7 puncte, 6 sau 4 puncte, 3 sau 2 puncte, respectiv 0 puncte.
a) Dacă elevul a obținut 25 de puncte, care au fost punctajele, pe probleme, obținute de elev?
b) Dar dacă a obținut 23 de puncte?
c) Dar dacă elevul a obținut 14 puncte?

2. Determinați numărul $\overline{abc}$, ştiind că:

$$1 + 2 + 3 + \ldots \overline{ab} = 2 \cdot \overline{abc}.$$

3. Din şirul numerelor naturale se alege succesiunea de numere 1; 1 + 3; 1 + 3 + 5; 1 + 3 + 5 + 7 etc.

a) Determinați numărul de pe poziția 20 din succesiunea dată.

b) Aflați suma primelor 20 de numere care nu apar în succesiunea dată.

4. Trei copii au împreună 132 de timbre. Al doilea copil are un număr dublu de dubluri (timbre identice) față de primul, al treilea are un număr triplu de dubluri față de primul. Dacă se scot dublurile, ei rămân, în ordine, cu 32, 20, respectiv 8 timbre. Câte timbre are fiecare copil?

Testul Nr. 84

1. Trei persoane au vârstele exprimate prin numere naturale consecutive de două cifre, care au cifrele alese din cifrele numărului 2019. Aflați suma cifrelor vârstelor celor 3 persoane.

2. Trei copii au fiecare un număr suficient de mare de timbre. Primul dă celui de-al doilea un timbru, al doilea dă celui de-al treilea un timbru, al treilea dă celui de-al doilea un timbru şi al treilea dă primului un timbru şi procedeul continuă până când cele 3 numere ce reprezintă timbrele date de fiecare copil sunt 3 numere naturale consecutive. Câte timbre au fost date în total şi care copil a dat ultimul timbru?

3. Determinați numerele $\overline{abc}$, dacă $\overline{ab}+\overline{ba}=121\cdot d\cdot d$, $n\in\mathbb{N}^*$, şi $\overline{ab}-\overline{ba}=c\cdot c$.

4. Determinați numerele $\overline{mnp}$, dacă $\underbrace{\overline{mm}\cdot\overline{mm}\cdot\ldots\cdot\overline{mm}}_{n\text{ factori}}=\overline{mnp}$.

Testul Nr. 85

1. În figura alăturată avem 4 pătrate mici şi un pătrat mare. Completați figura, astfel încât pe fiecare linie sau coloană a pătratului mare să avem toate numerele de la 1 la 4, iar în interiorul fiecărui pătrat mic să avem toate cifrele de la 1 la 4. Care este numărul *a*?

1		2	
2			3
	1	*a*	
	4		1

2. Patru localități A, B, C, D sunt aşezate pe o linie dreaptă în această ordine. Distanța AB este $\frac{1}{4}$ din distanța AC. Aflați distanța de la B la D, dacă AD = 144 km, iar cea mai mică distanță dintre două localități este de 20 km.

3. Determinați numerele pare $\overline{abc}$, ştiind că $\overline{ab}\cdot c-a\cdot\overline{cb}=8$.

4. Determinați cel mai mic număr natural de 2020 ori mai mare decât suma dintre 1 şi suma cifrelor numărului.

Testul Nr. 86

1. Determinați diferența dintre suma numerelor impare $\overline{abc}$ și suma numerelor pare $\overline{abc}$ pentru care avem:

$$\overline{abc} + \overline{bca} = \overline{abb} + \overline{baa}.$$

2. Determinați toate numerele naturale a, știind că împărțind pe 83 la a, obținem de fiecare dată restul 11.

3. Pe o tablă sunt scrise numerele 202 și 206. Numim „pas" procedeul prin care pe tablă se scrie diferența celor două numere sau suma lor. Procedeul continuă cu 2 din cele 3 numere, apoi din 4 numere etc.

a) Care este cel mai mic număr de pași, astfel încât pe tablă să apară numărul 214?

b) Demonstrați că pe tablă se poate scrie orice număr par, care, împărțit la 4, dă restul 2.

4. Numărul 113 se împarte la un număr natural nenul a și se obține un cât egal cu $\frac{1}{3}$ din împărțitor. Reconstituiți împărțirea.

Testul Nr. 87

1. Pe tablă sunt scrise, unul după altul, 4 numere egale cu 0. Un „pas" înseamnă mărirea cu 1 a unui număr din cele scrise și mărirea cu 2 a altui număr.

a) Este posibil ca după un număr de pași să se obțină 4 numere naturale consecutive?

b) Demonstrați că după un număr de pași nu se pot obține numerele 2020, 2021, 2022, 2023.

2. Determinați suma numerelor $\overline{ab}$, știind că:

$$\overline{aa}\cdot\overline{bb}\left(\overline{ab}+\overline{ba}-55\right)=11\cdot a\cdot b\left(\overline{ab}+\overline{ba}+55\right).$$

3. Un elev are 15 cartonașe. Pe fiecare cartonaș sunt imprimate, pe față și pe verso, numerele 1 și 2, apoi 3 și 4 etc. Elevul scoate la întâmplare 3 cartonașe și constată că suma numerelor imprimate pe cartonașele rămase este 414. Ce numere erau imprimate pe cartonașele rămase?

4. Un pătrat magic este un tablou format din n pătrate așezate pe linii și n pătrate așezate pe coloane, în care sunt scrise n numere consecutive, astfel încât sumele elementelor de pe fiecare linie, fiecare coloană și fiecare diagonală să fie aceeași. Completați pătratul magic justificând afirmațiile făcute.

5	7	9

Testul Nr. 88

1. Determinați vârsta unui copil, dacă aceasta este cu 3 mai mică decât triplul sumei cifrelor vârstei sale.

2. Determinați numerele $\overline{ab}$, știind că au proprietatea:

$$\overline{baa}=a+a\cdot a+a\cdot a\cdot a.$$

3. Trei copii au împreună suma de 308 lei. Ei cheltuiesc $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, respectiv $\frac{1}{4}$ din sumele avute de fiecare. Sumele rămase sunt numere pare consecutive. Ce sumă de bani a avut fiecare copil?

4. Cu piese de forma din figura 1 putem acoperi complet figura 2, fără ca piesele să se suprapună sau să iasă în afara figurii (pătratele din ambele figuri au latura 1)?

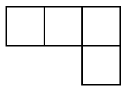


Fig. 1

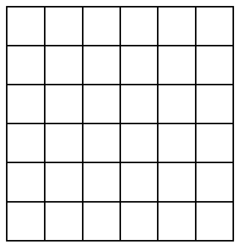


Fig. 2

Testul Nr. 89

1. Scrieți numărul 3003 folosind 14 cifre de 3 şi operațiile aritmetice.

2. Doi biciclişti se află la o distanță de 70 km unul de celălalt şi merg cu vitezele de 8 km/oră şi 12 km/oră. O pasăre zboară de la un biciclist la altul cu viteza de 20 km/oră până când aceştia se întâlnesc. Ce distanță a parcurs pasărea?

3. Suma a 15 numere naturale nenule distincte este 141.

a) Demonstrați că printre cele 15 numere se află cel puțin două numere pare.

b) Determinați cele 15 numere.

4. Determinați numărul natural $\overline{ab}$, știind că dacă scădem din el 7 și împărțim la 6, obținem același rezultat ca atunci când scădem din el 6 și împărțim la 7.

Testul Nr. 90

1. Suma a cel puțin 10 numere naturale consecutive este 2020. Determinați numerele.

2. Există numerele naturale a, b, c, astfel încât să avem:
i) $2a + 3b + 4c = 201$;
ii) $a + 5b + 2c = 301$;
iii) $5a + 7b + 3c = 402$?

3. Determinați numerele $\overline{abcd}$, știind că $\overline{abc} \cdot \overline{ac} = \overline{cdbc}$.

4. Un câine de vânătoare și o vulpe se află la o distanță de 40 m unul față de celălalt. O săritură a vulpii are 2 m, iar a câinelui 3 m. În timp ce vulpea face 4 sărituri, câinele face 3 sărituri. Ce distanță parcurge câinele până ajunge vulpea?

Testul Nr. 91

1. Determinați numărul numerelor naturale de trei cifre nenule care sunt strict mai mari decât răsturnatele lor.

2. Un număr natural n se împarte pe rând la numerele 13, 15, 17, obținându-se resturi nenule cu suma mai mică decât 6.
a) Demonstrați că cel puțin două resturi sunt egale.
b) Determinați n, știind că $n < 200$.

3. Reconstituiți adunarea:

$$\begin{array}{r} \overline{aaa} \;+ \\ \overline{bcb} \\ \overline{aa} \\ \hline \overline{aaaa} \end{array}$$

4. La un magazin se vinde pâine. Primul cumpărător ia $\frac{1}{2}$ din cantitate şi încă $\frac{1}{2}$ de pâine, al doilea ia $\frac{1}{2}$ din rest şi încă $\frac{1}{2}$ de pâine, al treilea ia $\frac{1}{2}$ din noul rest şi încă $\frac{1}{2}$ de pâine. Al patrulea a cumpărat cele 5 pâini rămase. Câte pâini au fost în magazin şi câte pâini a cumpărat fiecare persoană?

Testul Nr. 92

1. Determinați numărul $\overline{abcd}$, dacă împărțindu-l la $\overline{bcd}$, obținem câtul 8 şi restul $\overline{bcd} - 408$.

2. Pe o tablă sunt scrise 13 numere (1, 2, 3, …, 13). Un elev şterge 6 numere, iar al doilea tot 6 numere. Suma numerelor şterse de un elev este 3 ori suma numerelor şterse de celălalt elev. Ce număr poate rămâne pe tablă?

3. Dintr-o cutie cu 18 bile, numerotate cu 1, 2, 3, …, 18, sunt scoase 3 bile. Suma numerelor de pe bilele rămase este 123. Există un număr care apare sigur pe una din bilele rămase?

4. Într-un an, o zi (de exemplu luni), apare în calendar de 52 de ori. De câte ori apare în calendar fiecare din cele două zile anterioare zilei fixate?

Testul Nr. 93

1. Perimetrul unui dreptunghi este de 210 cm. Dacă lățimea se micşorează cu $\frac{1}{3}$, iar lungimea se micşorează cu $\frac{1}{4}$, se obține un dreptunghi cu perimetrul de 150 cm. Care erau dimensiunile dreptunghiului inițial?

2. Un motociclist merge cu viteză constantă de la oraşul A la oraşul B. La 3 ore şi jumătate de la plecare, se află la 198 km față de B. La 5 ore şi jumătate de la plecare, se află la 110 km față de B. Aflați viteza motociclistului şi distanța dintre oraşele A şi B.

3. În 2019, o persoană are vârsta egală cu suma cifrelor anului naşterii sale. Determinați vârsta persoanei.

4. $\frac{1}{2}$ dintr-un număr, $\frac{2}{3}$ din al doilea număr şi $\frac{3}{4}$ din al treilea număr sunt trei numere pare consecutive. Care dintre numerele cuprinse între 95 şi 150 poate fi suma celor trei numere?

Testul Nr. 94

1. Se consideră două numere. Suma dintre $\frac{1}{2}$ din primul număr şi $\frac{2}{3}$ din al doilea număr este 15. Suma dintre $\frac{3}{2}$ din primul număr şi $\frac{5}{3}$ din al doilea număr este 40.

a) Aflaţi suma dintre cele două numere, fără a le determina efectiv.
b) Determinaţi cele două numere.

2. Sunt două cutii cu bile. Punem din prima cutie în a doua atâtea bile cât conţine a doua cutie. Apoi punem din a doua cutie în prima cât conţine prima cutie. Procedeul se repetă până când în fiecare cutie sunt 48 de bile. Câte bile au fost iniţial în fiecare cutie?

3. Fie şirul 5, 11, 17, 23, … .

a) Câte numere $\overline{ab}$ din şir au proprietatea că şi $\overline{ba}$ este în şir? (Se consideră $a \neq b$.)
b) Aceeaşi întrebare dacă $\overline{abc}$ şi $\overline{cba}$ sunt în şir. (Se consideră $a \neq c$.)

4. Patru copii au împreună 102 timbre. Dacă al patrulea copil dă celorlalţi câte 3 timbre, atunci numerele timbrelor pe care la au acum copiii sunt patru numere consecutive. Câte timbre au avut iniţial copiii?

Testul Nr. 95

1. Într-o cutie sunt bile albe, bile negre şi bile verzi. Numărul bilelor albe este cel mai mare, iar numărul bilelor verzi este cel mai mic. Dacă împărțim numărul bilelor albe, bilelor negre şi bilelor verzi la 13, obținem de fiecare dată câtul de 4 ori mai mic decât restul. Câte bile sunt în total?

2. Determinați numerele $\overline{mnp}$, ştiind că:

$$\overline{mnp} = \overline{mn} + \overline{np} + \overline{pm}.$$

3. Împărțind un număr natural n la 10, obținem restul 7, iar împărțindu-l la 12, obținem restul 9.

a) Determinați cel mai mic număr natural n de două cifre şi cel mai mare număr natural n de trei cifre cu proprietatea dată.

b) Determinați suma tuturor numerelor naturale n de două cifre sau de trei cifre cu proprietatea dată.

4. Pe o tablă de şah 8×8 sunt aşezați regi. Care este numărul maxim de regi care se pot pune pe tablă, astfel încât oricare doi să nu se atace?

Testul Nr. 96

1. Trei copii iau pe rând nuci dintr-un coş. Primul ia o nucă, al doilea ia două, al treilea ia trei. Apoi primul ia două, al doilea ia trei, al treilea ia patru. A treia oară, primul ia trei, al doilea ia patru, al treilea ia cinci ş.a.m.d. Când numărul de nuci rămase în coş este mai mic decât numărul de nuci pe care ar trebui să le ia copilul căruia îi vine rândul, acesta ia toate nucile din coş. Dacă al doilea copil a luat în total 60 de nuci, câte nuci au fost la început în coş?

2. Albă-ca-Zăpada şi cei 7 pitici au împreună 120 ani. La doi ani de la naşterea celui mai mic pitic (ca vârstă), Albă-ca-Zăpada avea vârsta actuală a celui de-al cincilea pitic (ca vârstă). Ce vârste au piticii şi Albă-ca-Zăpada?

3. Pentru orice numere naturale $n \geq 10$, notăm cu $s(n)$ suma cifrelor lui n. Determinați suma a două numere naturale a şi b de trei cifre, dacă $s(a) = 19$, $s(a + 2) = 12$, $s(b) = 25$, $s(b + 2) = 17$.

4. *Problema lui Poisson.* Într-un vas A se află 12 litri de vin. Sunt disponibile: un vas B de 8 litri şi un vas C de 5 litri. Cum pot separa 6 litri?

Testul Nr. 97

1. a) Determinați numerele naturale $\overline{ab}$ care împărțite la numărul $4a + 3b$ dau restul 0.

b) Fie a, b, c, d cifre nenule cu $a < b < c < d$. Aflați valorile minime (numere naturale) pentru $A = d : a + c : b$; $B = d : b + c : a$.

2. Un număr natural împărțit la 21 dă câtul 15 şi restul a. Numărul mărit cu 19 şi împărțit la 16 dă câtul 22 şi restul b. Aflați numărul.

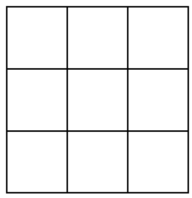
3. Determinați numerele care adunate cu răsturnatele lor dau suma 1251.

4. Un motociclist şi un biciclist pleacă în acelaşi timp unul spre celălalt din două oraşe. În momentul întâlnirii, motociclistul parcursese cu 27 km mai mult decât biciclistul şi mai avea de parcurs $\frac{2}{7}$ din distanta dintre oraşe. Aflați distanțele parcurse de motociclist şi de biciclist.

Testul Nr. 98

1. Determinați numerele naturale n care se scriu în mod unic ca suma a 5 numere naturale nenule diferite.

2. Scrieți în figura alăturată, în fiecare pătrățel, toate numerele de la 1 la 9 astfel încât produsul elementelor de pe linia i este egal cu produsul elementelor de pe coloana i, pentru orice $i \in \{1, 2, 3\}$? Există cel puțin două soluții?



3. Determinați numerele $\overline{abc}$ pentru care:

$$\overline{abc} = 10a + 20b + 11c.$$

4. a) Aflați numerele $\overline{abc}$, ştiind că $(a + b + c) \cdot \overline{ac} = 396$.

b) Determinați suma a cinci numere naturale consecutive, dacă două dintre ele sunt 43 şi 45.

Testul Nr. 99

1. Determinați primele trei triplete de numere pare consecutive care au suma de forma $n \cdot n$, unde n este număr natural.

2. Se consideră suma $S = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 +$ $+ \ldots + 18$. Se înlătură un semn „+” dintre două numere a şi b şi se înlocuiesc numerele a şi b cu numărul $\overline{ab}$. Demonstrați că sumele nou formate pentru orice semn „+” înlăturat se împarte exact la 9

3. Determinați trei numere naturale, ştiind că împărțind primul număr la dublul celui de-al doilea şi pe al doilea la jumătatea celui de-al treilea, se obține de fiecare dată câtul 5 şi restul 2, iar suma celor trei numere este cuprinsă între 80 şi 180.

4. În opt cutii se află 67 de bile albe, albastre, galbene, roşii şi verzi. În fiecare cutie se află bile de toate culorile. Demonstrați că există cel puțin două cutii cu acelaşi număr de bile.

Testul Nr. 100

1. Vârstele (în ani) a trei frați sunt numere pare consecutive. În urmă cu 2 ani, unul dintre frați avea vârsta de două ori mai mare decât alt frate. Aflați vârstele fraților.

2. Micşorând cu 1, 2, respectiv 3, jumătățile a trei numere, se obțin numere naturale consecutive. Aflați cele trei numere, ştiind că suma lor este 48.

3. Folosind o singură dată toate cifrele nenule şi numai operaţii de adunare şi scădere, obţineţi rezultatul:
a) 180; b) 9.

4. Completaţi căsuţele goale cu numere, astfel încât suma oricăror patru numere din căsuţe alăturate este 22.

6					7					4					

Testul Nr. 101

1. Tatăl, mama şi cei trei copii aveau împreună, cu un an în urmă, 61 ani. Vârstele copiilor sunt 3 numere impare consecutive, vârsta mamei este cu 3 ani mai mică decât de 10 ori vârsta copilului mijlociu, iar vârsta tatălui este cu 5 ani mai mică decât de 7 ori vârsta copilului cel mare. Aflaţi vârstele lor.

2. Se consideră următorul tablou:

1										
2	1									
1	2	3								
4	3	2	1							
1	2	3	4							
…	…	…	…							
50	49	48	47	46	…	4	3	2	1	
1	2	3	4	5	…	47	48	49	50	51

a) Aflaţi suma numerelor de pe linia 20.
b) De câte ori apare în tablou numărul 18?
c) De câte ori apare cifra 4 în scrierea tuturor numerelor din tablou?

3. Aflați suma tuturor numerelor naturale care împărțite la 17 dau câtul cu 13 mai mic decât restul.

4. La tipărirea unei cărți au fost sărite 21 de foi din locuri diferite.
i) Care dintre numerele următoare poate fi suma numerelor paginilor netipărite:
a) 1202; b) 1104; c) 981; d) 983; e) 897?
ii) În cazul în care o afirmație este adevărată, care este numărul minim al paginilor cărții?

Testul Nr. 102

1. În şirul de numere 6, a, b, c, d, e, 102, f, fiecare termen, începând cu al treilea, este suma celor doi termeni din fața lui. Determinați $e + f$.

2. Determinați numerele a, b, c, d, ştiind că:
$a > b \geq c > 50$; $a > d \geq 40$; $a + b + c + d = 208$; $b + c = 110$.

3. Aflați cel mai mare număr format din cifre distincte, ştiind că suma cifrelor este 27.

4. Pe o tablă sunt scrise numerele 3, 5, 7, 9, 11, 15, 33. Doi elevi au şters fiecare câte trei numere şi au constatat că suma numerelor şterse de către unul dintre ei este de 3 ori mai mare decât suma numerelor şterse de celălalt. Ce număr a rămas pe tablă?

Testul Nr. 103

1. Determinați cel mai mic număr natural n de trei cifre şi cel mai mare număr natural m de trei cifre, astfel încât $s(n)$, $s(n + 1)$, încât $s(m)$, $s(m + 1)$ să se împartă exact la 4.

2. Câte sume egale cu 487 având termeni diferiți de la 1 la 31 se pot forma?

3. Se consideră tabelul:

$$\begin{array}{ccccccccccc}
 & & & & & 1 & & & & & \\
 & & & 5 & 3 & 1 & 3 & 5 & & & \\
 & & 7 & 5 & 3 & 1 & 3 & 5 & 7 & & \\
\dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\
201 & \dots & 7 & 5 & 3 & 1 & 3 & 5 & 7 & \dots & 201
\end{array}$$

De câte ori apare numărul 43 în tabel?

4. Adunând diferențele dintre trei numere, se obține numărul 40. Aflați cele trei numere, ştiind că al doilea este $\frac{2}{3}$ din primul, iar al treilea este mai mare decât primul cu $\frac{3}{4}$ din al doilea.

Testul Nr. 104

1. Se consideră 15 numere naturale consecutive. Al 13-lea număr din şir se împarte exact la 8. Aflați restul împărțirii sumei numerelor la 24.

2. a) Determinați $a + b + c$, dacă:

$$2a + 3b + 4c = 36 \text{ şi } 5a + 7b + 9c = 83.$$

b) Determinați apoi a, b, c.

3. Un automobil parcurge o distanță la dus cu 75 km/h, iar la întors cu viteza medie de 50 km/h. Care este viteza medie necesară pentru a parcurge distanța dus-întors în acelaşi timp?

4. Într-un magazin, două obiecte de acelaşi tip costă 102 lei, iar un singur obiect de acelaşi tip costă 52 lei. Dacă în cele două cazuri câştigul magazinului este acelaşi, aflați prețul obiectului.

Testul Nr. 105

1. Trei elevi aveau, în ordine, câte 18 nuci, 20 de nuci, respectiv 25 de nuci. Ei au împărțit în mod egal, împreună cu încă 6 colegi, nucile pe care le aveau. Au primit în schimb 126 de alune, pe care le-au împărțit în trei, potrivit numărului de nuci pe care le-au dat. Câte alune a primit fiecare dintre cei trei elevi?

2. Suma avută de un elev este o dată şi jumătate cât suma celui de-al doilea, iar suma acestuia este de două ori şi jumătate cât suma celui de-al treilea elev. Diferența sumelor avute de primul şi al treilea elev este de 99 lei. Ce sumă are fiecare elev?

3. Câte numere $\overline{abc}$ au proprietățile $a > b \geq c$; $a = b \cdot c$?

4. Suma vârstelor a trei copii este de 3 ori mai mare decât vârsta unuia dintre ei şi de 4 ori mai mare decât vârsta altuia. Ce vârste au copiii, dacă suma vârstelor lor este cuprinsă între 13 ani şi 47 ani?

Testul Nr. 106

1. Determinați numărul minim de bețișoare de lungimi egale astfel încât cu ele să se formeze 9 pătrate.

2. Cu cifrele nenule a, b şi cifra 3 se formează numerele de 3 cifre a căror sumă este 1776. Determinați numerele $\overline{ab}$.

3. Se consideră numerele de două cifre cu proprietatea că diferența dintre suma cifrelor şi diferența cifrelor este 12. Determinați aceste numere şi suma lor.

4. Se consideră următorul şir de numere: 1, 3, 6, 10, 15, … .
a) Determinați următorii doi termeni ai şirului.
b) Determinați suma primilor 10 termeni ai şirului.

Testul Nr. 107

1. Suma a patru numere naturale nenule distincte este 13, iar suma a cinci numere naturale nenule distincte este 18.
a) Determinați toate grupele de 4 numere şi toate grupele de 5 numere.
b) Considerând numerele laolaltă şi luându-le o singură dată, aflați suma lor.

2. Câte grupe de 4 numere naturale nenule distincte cuprinse între 10 şi 25 au proprietatea că numerele nu se împart exact la 3, dar suma lor se împarte exact la 3?

3. Se consideră şirurile de numere:
I. 1, 1, 2, 3, 3, 4, 5, 5, 6, …, 29, 29, 30;

II. 1, 2, 2, 3, 4, 4, 5, 6, 6, …, 29, 30, 30.

a) Determinați numărul de termeni ai fiecărui şir.

b) Determinați suma termenilor fiecărui şir.

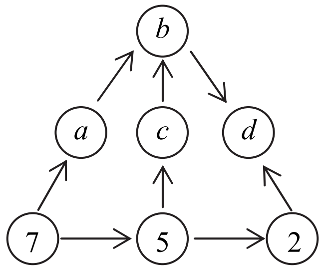
c) Ce numere se află pe pozițiile 29 şi 30 în fiecărui şir?

4. Determinați numărul numerelor $\overline{ab}$ de două cifre, ştiind că $a \cdot b \leq 9 - 3a$.

Testul Nr. 108

1. Determinați trei numere naturale impare consecutive a căror sumă este un număr de forma $\overline{aa}$.

2. În cercurile din figura alăturată sunt scrise numerele 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 o singură dată. Săgețile sunt orientate de la un număr mai mare la un număr mai mic. Determinați numerele a, b, c, d.



3. Se consideră şirul de numere 1, 4, 3, 6, 5, 8, 7, 10, 9, … .

a) Determinați următoarele 4 numere din şir.

b) Calculați suma primelor 21 numere din şir.

4. Mai mulți copii sunt aşezați pe un rând, astfel încât între orice doi băieți se află două fete. Numărul total al copiilor este 40. Determinați numărul de fete din grup.

Testul Nr. 109

1. Determinați trei numere naturale pare consecutive a căror sumă este de forma $\overline{aaa}$.

2. O persoană urcă şi coboară o pantă în 12 ore. A doua zi urcă şi coboară panta în 9 ore. Începând de a doua zi, persoana urcă de două ori mai încet şi coboară de 3 ori mai repede. În cât timp urcă şi coboară panta în a treia zi?

3. Numerele 3, 5, 7, 9, 11, 13 sunt împărțite în grupe de câte două numere. Suma numerelor din prima grupă este 14, iar suma numerelor din a doua grupă este 18. Ce numere sunt în a treia grupă?

4. Numărul total de mere aflate în trei coşuri este un număr de două cifre. Dacă din primul coş se iau 20 de mere şi se pun în al doilea coş, atunci în fiecare coş se află acelaşi număr de mere. Câte mere se află în fiecare coş, dacă numărul de mere din al doilea coş este un număr de două cifre?

Testul Nr. 110

1. A 16-a parte dintr-un număr natural este un număr natural de două cifre, iar a 24-a parte din acelaşi număr natural este un număr de o cifră. Aflați numărul.

2. Trei elevi au împreună 87 de timbre. Dacă primul elev dă celui de-al doilea 2 timbre şi celui de-al treilea 4 timbre, iar al doilea dă celui de-al treilea 4 timbre, numerele ce reprezintă timbrele avute de elevi sunt numere impare consecutive. Câte timbre au avut inițial elevii?

3. Se consideră şirul 2, 3, 4, 7, 8, 9, 12, 13, 14, … .

a) Precizați regula de formare a termenilor şirului şi determinați următorii trei termeni ai şirului.

b) Determinați suma termenilor aflați pe pozițiile 23, 24, 25, 26, 27, 28 în şir.

4. Se scriu toate numerele de la 20 la 100 inclusiv. Un copil alege numerele de la stânga la dreapta, începând cu 20, din 3 în 3. Al doilea copil alege numerele de la dreapta la stânga, începând cu 100, din 5 în 5.

a) Care este numărul ales simultan de cei doi copii?

b) Care este suma numerelor alese de copii?

Testul Nr. 111

1. Elementele corespunzătoare ale şirului de pe linia a doua, respectiv de pe linia a treia, se obțin din elementele de pe prima linie, aplicând aceeaşi regulă. Determinați numerele a, b, c, d, e, f, g, h, i, j.

2	4	5	7	8	10	11	c	e	g	i
5	11	14	20	23	29	a	47	f	145	j
11	19	23	29	35	43	b	d	103	h	209

2. Vârstele a 4 persoane sunt exprimate prin numere naturale.

a) Arătați că există două cazuri în care suma vârstelor este aceeaşi, ştiind că produsul numerelor ce exprimă vârstele este 36.

b) Când se obține cea mai mică sumă?

3. În trei coşuri se află 84 de nuci, 69 de nuci, 24 de nuci. Un pas constă în mutarea a 2 nuci din primul coş în al doilea şi a 3 nuci din primul în al treilea, respectiv a 4 nuci din al doilea coş în al treilea coş.

a) După câţi paşi numerele de nuci din cele trei coşuri sunt egale?

b) Care este numărul maxim de paşi ce pot fi făcuţi şi câte nuci rămân în fiecare coş în acest caz?

4. Care este numărul minim de beţişoare de lungimi egale necesare pentru a construi 14 pătrate?

Testul Nr. 112

1. Completaţi tabelul următor, ştiind că se foloseşte o singură regulă.

65	43	32	*a*	*b*
22	11	8	6	
c	*d*	*e*		
f	*g*			
h				

2. În 3 vase se află nuci. Dacă se ia un sfert din numărul nucilor din primul vas şi se adaugă în cel de-al doilea vas, atunci în al doilea se află 3 sferturi din numărul iniţial de nuci din primul vas. Dacă se ia o treime din numărul iniţial al nucilor din al doilea vas şi se adaugă în al treilea vas, atunci în al doilea vas se va afla jumătate din numărul nucilor din al doilea vas.

a) Determinaţi cel mai mic număr natural diferit de 1 prin care se împarte suma numerelor nucilor din cele 3 vase.

b) Câte nuci se aflau inițial în fiecare din cele 3 vase, dacă după mutările indicate, în cele 3 vase se află 125 de nuci?

3. Câte triplete de numere naturale nenule a, b, c, cu $a + b + c =$ $= 15$, îndeplinesc condiția că suma oricăror două dintre numere este mai mare decât al treilea număr?

4. a) La ce număr natural diferit de 1 se împarte exact produsul oricăror 4 numere naturale consecutive?
b) Scrieți ca produs de 4 numere naturale consecutive numerele:
i) 78; ii) 202; iii) 1680; iv) 8040.

Testul Nr. 113

1. Un număr de 23 de copii stau în jurul unei mese rotunde. Ei își spun numărul din 6 în 6.
a) Ce numere nu au fost pronunțate până în momentul în care unul dintre ei și-a pronunțat numărul a doua oară?
b) Ce număr a fost pronunțat a 215-a oară?

2. Determinați suma a trei numere, știind că fiecare număr împărțit la 11 de câtul de 3 ori mai mic decât restul. Se știe că cele trei numere sunt distincte.

3. Se consideră 6 numere a căror sumă este S. Din ultimul număr se ia de 5 ori câte 4 și se adaugă 4 la fiecare din cele 5 numere. Se obțin 6 numere consecutive. Aflați numerele, dacă suma este:
i) 91; ii) 107; iii) 122; iv) 148.

4. Determinați un număr de 4 cifre, știind că dacă îi adăugăm 6 la stânga, se obține un număr de 3 ori mai mare decât dacă îi adăugăm 8 la dreapta.

Testul Nr. 114

1. Pe un cerc sunt așezate 7 numere, a căror sumă este 91. Demonstrați că există cel puțin două numere alăturate, a căror sumă este cel puțin egală cu 26.

2. Într-o curte sunt oi, miei, găini și pui de găină. La fiecare 2 miei este o oaie, la fiecare 2 găini sunt 11 pui de găină. În total sunt 110 capete și 232 de picioare. Câte oi și câte găini sunt în curte?

3. O găină face 2 ouă în 3 zile.
a) Câte ouă fac 6 găini în 12 zile?
b) Câte găini fac 72 de ouă în 9 zile?

4. Suma a două numere este 248. Determinați cele două numere, știind că dacă primului număr i se șterge o cifră, atunci rămâne egal cu al doilea.

Testul Nr. 115

1. Suma S a trei numere naturale este mai mare decât produsul dintre 4 și primul număr și mai mică decât produsul dintre 5 și ultimul număr. Demonstrați că există cel puțin 101 triplete de numere pentru care avem $S \leq 2020$.

2. Suma a trei numere naturale este 84. Se măresc numerele cu 3 numere ce reprezintă resturi consecutive ale împărțirii unui număr natural la 7. Aflați cele trei numere.

3. Fie numărul $\overline{ab}$ astfel încât $P = \overline{ab} \cdot \overline{ba}$ are ultima cifră egală cu 8.

a) Determinați $\overline{ab}$ dacă P are 3 cifre.

b) Determinați $\overline{ab}$ dacă toate cifrele lui P sunt numere pare.

4. Se consideră suma $S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 19 + 20$. Se fac înlocuiri în S de forma „$+ a$” cu „$- a$”.

a) Arătați că se poate înlocui şi „+ 1” cu „– 1”.

b) Care sunt toate valorile pe care le poate lua S după astfel de înlocuiri?

c) Care este numărul maxim, respectiv numărul minim de înlocuiri, astfel încât să obținem $S = 36$.

Soluții

Testul Nr. 1

1. Vom considera cazul în care b, c, d pot fi și egale cu 0. Dacă $a \geq 2$, nu avem soluție. Dacă $a = 1$, rezultă că $\overline{bcd} + \overline{bc} + b = 905$. Evident nu convine $b = 9$ și $b \leq 7$. Dacă $b = 8$, rezultă $\overline{cd} + c = 905 - 888 = 17$. Obținem $\overline{abcd} = 1816$.

2. Fie $5x$ și $2x$ vârstele actuale ale mamei și fiului. Din $5x + 2 + 2x + 2 = 60$ rezultă $x = 8$. Mama are 40 ani, iar fiul are 16 ani. Din $2 \cdot (16 + n) = 40 + n$ rezultă $n = 8$.

3. Cea mai mică sumă a 12 numere naturale nenule este $S = 1 + 2 + \ldots + 12 = 78$. Avem $81 - 78 = 3$. Avem soluțiile (1, 2, 3, …, 9, 10, 11, 15), (1, 2, 3, …, 9, 10, 12, 14), (1, 2, 3, …, 9, 11, 12, 13).

4. $8 + 8 : (1 + a - 7 - 8) = 12 \Rightarrow a - 14 = 8 : (12 - 8) = 2 \Rightarrow a = 16$.

Testul Nr. 2

1. Fie $3 \cdot \overline{abc} = \overline{xyz}$, unde $3 \leq x \leq 7$, $y = x + 1$, $z = x + 2$. Obținem $300 \cdot a + 30 \cdot b + 3 \cdot c = 111 \cdot x + 12$, de unde $\overline{abc} = 37 \cdot x + 4$. Pentru $x \in \{3, 4, 5, 6, 7\}$ rezultă $\overline{abc} \in \{115, 152, 189, 226, 263\}$. Pentru cazul $3 \cdot \overline{abc} = \overline{zyx}$ obținem $3 \cdot \overline{abc} = (37 \cdot x - 70) \cdot 3$, de unde $\overline{abc} = 37 \cdot x - 70$. Avem $\overline{abc} \in \{511, 251, 984, 622, 362\}$.

2. Fie numerele $7x - 3$, $7x - 2$, $7x - 1$, $7x$, $7x + 1$, $7x + 2$, $7x + 3$. Atunci $S = 49x$. Deoarece S se împarte exact la 5, avem $x = 5n$, $n \in \mathbb{N}$. Din $200 < 49 \cdot 5n < 500$ rezultă $n \in \{1, 2\}$ și deci $x \in \{5, 10\}$. Numerele sunt 32, 33, …, 37, 38 sau 67, 68, …, 72, 73.

3. Nu putem avea decât $x = 4$ sau $x = 5$. Dacă $x = 4$, atunci avem $\overline{44y} - \overline{44z} = y - z$ și $x + y - z = 4 + y - z \in \{10, 11, 12, 13\}$. Dacă

$x = 5$, avem $\overline{54y} - \overline{45z} = 90 + y - z \leq 99$. Atunci $x + y - z \in \{10, 11, 12, 13, 14\}$.

4. Notăm cu x, $2x$, $5x$ prețurile unui caiet, unui pix, unui stilou. Avem $3x + 6 \cdot 2x + 5x = 120$ şi deci $x = 6$ lei, $2x = 12$ lei, $5x = 30$ lei.

Testul Nr. 3

1. $(26 + 4) : 6 = 5$; $(5 + 5) : 5 = 2$; $(6 + 2) : 4 = 2$; $3a - 1 = 2 \Rightarrow a = 1$.

2. La 10 bile verzi corespund 6 bile negre şi 4 bile albe. Avem o „grupă” formată din $10 + 6 + 4 = 20$ bile. În total sunt $100 : 20 = 5$ grupe. Sunt 50 de bile verzi, 30 de bile negre şi 20 de bile albe.

3. Avem $a \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ şi $b \in \{7, 8, 9\}$. Sunt $9 \cdot 3 = 27$ de numere.

4. Fie numerele $5(2n + 1)$, $5(2n + 3)$, $5(2n + 5)$, $5(2n + 7)$. Avem $10n \cdot 4 + 5 + 15 + 25 + 35 = 40n + 80 = 480 \Rightarrow n = 10 \Rightarrow$ numerele 105, 115, 125, 135.

Testul Nr. 4

1. Avem obligatoriu I = 0, T = 9, C = 1. Pentru (O, E) avem cazurile (3, 8), (7, 4), (5, 6), (6, 5), (4, 7), (8, 3). Pentru O = 3, E = 8 rezultă D + R + 1 = 10 + N. Pentru (D, R, N) avem soluțiile (4, 7, 2), (5, 6, 2), (6, 5, 2), (7, 4, 2). Analog obținem încă 4 soluții pentru O = 8, E = 3.

2. O sticlă plină are tot atâta suc cât două sticle umplute pe jumătate. Persoanele vor primi: I) 4 sticle pline, 1 sticlă goală şi 1 pe jumătate, iar II) şi III) câte 3 sticle pline şi câte 3 „jumătăți”.

3. Dacă $a = 1$, avem $3b + c = 16$ şi atunci $\overline{abc} \in \{137, 144, 151\}$. Dacă $a = 2$, avem $3b + c = 8$ şi atunci $\overline{abc} \in \{208, 215, 222\}$. $S =$ $= 137 + 144 + 151 + 208 + 215 + 222 = 1077$.

4. Notăm numărul cu $12x$ (12 a fost ales astfel încât să fie cel mai mic număr care se împarte exact la 2, 6, 4, 3). Avem $6x - 2x = 4x - 3x + 2016$. Rezultă $3x = 2016$ şi numărul este $12x = 8064$.

Testul Nr. 5

1. Notăm $a = 4n$, $b = 3m$. Avem $n + m = 25$. Pentru (n, m) avem $m = 25 - n$, unde $n \in \{0, 1, 2, \dots, 24, 25\}$. Pentru (a, b) avem soluțiile $(4n; 3(25 - n))$, unde $n = \overline{0, 25}$, adică 26 de soluții.
2. Pentru un dreptunghi 8×4 sunt necesare 8 piese. Pentru pătratul 8×8 sunt necesare 16 piese.
3. a este număr par, iar b este număr impar şi $\min(a - b) = 1$. Fie $a = (2m - 2) + 2m + (2m + 2) + (2m + 4) = 8m + 4$; $b = (2n - 1) + (2n + 1) + (2n + 3) = 6n + 3$. Avem $8m + 4 = 6n + 3 + 1 \Leftrightarrow 4m = 3n$. Exemple: $m = 3$, $n = 4$ sau $m = 6$, $n = 8$ sau $m = 9$, $n = 12$.
4. Avem $1001(a + d) + 110(b + c) = 3993$. Avem $a + d < 4$ şi cum $1001(a + d) \geq 3993 - 110 \cdot 18$, rezultă că $a + d \in \{2, 3\}$. Dacă $a + d = 2$, rezultă că $110(b + c) = 1991$ (fals). Dacă $a + d = 3$, rezultă $b + c = 9$. Se obțin $2 \cdot 10 = 20$ de numere.

Testul Nr. 6

1. $\frac{1}{6} \cdot \left[\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}a + 1\right) + 1\right] = 8 \cdot 1 - 1 = 7$; $\frac{1}{4} \cdot \left(\frac{1}{2}a + 1\right) = 6 \cdot 7 - 1 = 41$;
$\frac{1}{2}a + 1 = 4 \cdot 41$; $\frac{1}{2}a = 163$; $a = 326$.
2. Fie a, b, c, d cele 4 numere. Presupunem că $a + b + c < 18$, $a + b + d < 18$, $a + c + d < 18$, $b + c + d < 18$. Prin însumare rezultă că $3(a + b + c + d) < 72 \Rightarrow a + b + c + d < 24$. Deci cel puțin una din cele 4 sume este cel puțin egală cu 18.
3. $\overline{abc} = 5 \cdot \overline{bc} + \overline{bc} - 10 \Rightarrow 100a = 5 \cdot \overline{bc} - 10 \Rightarrow \overline{bc} = 20a + 2 \Rightarrow \overline{abc} \in \{122, 242, 362, 482\} \Rightarrow S = 1208$.
4. Fie $S = a + b$, $D = a - b$. Avem $3S = 8D + 6$, $S = \frac{1}{3}D + 44$. Rezultă $8D + 6 = D + 44 \cdot 3$, de unde $D = 18$ şi apoi $S = 50$. Avem $a = (S + D) : 2 = 34$; $b = (S - D) : 2 = 16$.

Testul Nr. 7

1. Notăm cele trei numere cu a, b, c şi cu n numărul care se adună. Avem $a + b + c = 66$; $a + n = 30$; $b + n = 22$ şi $c + n = 41$. Avem $(a + b + c) + 3n = 30 + 22 + 41$, de unde $n = (93 - 66) : 3 = 9$; $a = 21$; $b = 13$, $c = 32$.

2. Din $\overline{abc} = 16 \cdot \overline{ac}$ rezultă $10b = 60a + 15c$. Atunci c este număr par mai mic decât 4. Obţinem $\overline{abc} \in \{160, 172, 184, 196\}$.

3. Notând cantităţile cu $2a$, $3a$, $4a$ rezultă $a = 207 : (2 + 3 + 4) = 23$. Cantităţile sunt 46 ℓ, 69 ℓ, 92 ℓ.

4. $a + 2016 - 1 = 2020$; $a = 5$.

Testul Nr. 8

1. Cum $b + c \leq 18$, avem $a \leq 3$. Pentru $a = 3$ avem $b = c = 9$. Pentru $a = 2$ avem $\overline{bc} \in \{89, 98, 99\}$. Pentru $a = 1$ avem $\overline{bc} \in \{79, 88, 97, 89, 98, 99\}$. În total sunt 10 numere.

2. Avem $\overline{ab}(\overline{cd} - 1) = 400 = 10 \cdot 40 = 16 \cdot 25 = 20 \cdot 20 \Rightarrow \overline{ab} + \overline{cd} \in \{51, 42, 41, 49\}$.

3. Notăm cu a, $a + 2$, $a + 4$, $a + 6$ vârstele copiilor şi cu $8a + 24$ vârsta tatălui, unde $a \in \mathbb{N}^*$. Din $(4a + 12) : 4 + (8a + 24) : 2 < 24$ rezultă $a = 1$. Vârstele sunt 1, 3, 5, 7, 32 (în ani).

4. Fie $x = \overline{abc}$. Se obţin trei cazuri:
I) $\overline{abc} + \overline{bc} = 332$; II) $\overline{abc} + \overline{ab} = 332$; III) $\overline{abc} + \overline{ac} = 332$.
În primul caz avem soluţiile date de $\overline{abc} \in \{266, 316\}$. În al doilea caz avem $\overline{abc} = 302$, iar în al treilea caz avem $\overline{abc} \in \{301\}$.

Testul Nr. 9

1. Din ultima cifră a fiecărui număr rezultă $c = 0$ (nu convine) sau $c = 5$. Pentru $c = 5$ rezultă $\overline{ab0} = 25 \cdot a \cdot b$ şi deci $4 \leq a \cdot b \leq 34$, unde cel puțin una din cifrele a, b este cifră pară. Dacă b este cifră pară nu avem soluții. Dacă a este cifră pară obținem $\overline{abc} = 255$.

2. Avem $x + y = a$, unde x, y, a sunt cifre nenule cu $2 \leq a \leq 9$. Avem $A = 1111a + 111a = 1222a$, $B = (111 + 11)a = 122a$. Atunci $A = 10B + 2a$. Avem cazurile:

a	2	3	4	5	6	7	8	9
nr. perechi (x, y) cu $x + y = a$	1	2	3	4	5	6	7	8

Suma resturilor este $4 \cdot 1 + 6 \cdot 2 + 8 \cdot 3 + 10 \cdot 4 + 12 \cdot 5 + 14 \cdot 6 + 16 \cdot 7 + 18 \cdot 8 = 380$.

3. Nu pot fi achitate până la suma 8, sumele 1, 2, 4, 7, dar pot fi achitate sumele 3, 5, 6. Grupăm numerele mai mari sau egale cu 8 în grupe de câte 5. Atunci orice număr din aceste grupe este o sumă a unor numere din grupele anterioare care pot fi achitate. Exemple: $8 = 5 + 3$, $9 = 6 + 3$, $10 = 5 + 5$, $11 = 6 + 5$, $12 = 6 + 6$ etc. Rămân deci sumele 3, 5, 6.

4. $1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$; $108 : 2 \cdot 5 = 270$; $1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$; $270 : 3 \cdot 4 = 360$ (km).

Testul Nr. 10

1. a) $101 \cdot \overline{xy} = 9z \cdot 101z \Rightarrow \overline{xy} = 9z \Rightarrow \overline{xyz} \in \{182, 273, 364, 455, 546, 637, 728, 819\}$; b) $4 \cdot \overline{ab} \cdot 10101 = 7 \cdot \overline{ba} \cdot 10101 \Rightarrow 40a + 4b = 70b + 7a \Rightarrow a = 2b \Rightarrow \overline{ab} \in \{21, 42, 63, 84\}$.

2. Sumele rămase reprezintă $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$ din sumele inițiale. Notăm sumele inițiale cu $2n$, $3n$, $4n$. Suma cheltuită este $3n$. Avem $3n = 3 \cdot 34 = 102$. Suma inițială este $9n = 306$.

3. $\overline{abc} = 10 \cdot 2(a + b + c) + 12 \Rightarrow c = 2 \Rightarrow \overline{abc} = 132$.

4. Fie $S = a + b + c$. Din $a + b + c \geq 3a$ rezultă $c \geq 2a - b$. Din $S \leq 4b$ rezultă $c \leq 3b - a$. Fie $2a - b = 3b - a = c$. Rezultă că $a = 4n$, $b = 3n$, $c = 5n$, $S = 12n$. Luăm $n = 6$.

Testul Nr. 11

1. În cazul $\overline{ab23}$ avem 90 de numere, din care scoatem numărul 2323. În cazul $\overline{a23b}$ avem 90 de numere. În cazul $\overline{23ab}$ avem 100 – 1 = = 99 de numere. În total sunt 278 de numere. Suma este [(10 + + 11 + … + 99) – 23] + (10 + 11 + … + 99) + [(1 + 2 + … + 99) – – 23] = 14714.

2. Sumele sunt 18 + 17 · 1 = 35, 9 + 2 + 16 · 1 = 27, 6 + 3 + 16 · 1 = = 25, 2 + 3 + 3 + 15 · 1 = 23. Diferența cerută este 35 – 23 = 12.

3.

ora	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
d_1	0	20	40	60	60	80	100	120	120	140	160	180	200
d_2	0	0	0	40	40	40	80	120	120	120	120	160	200

S-au întâlnit (a doua oară) la ora 18. Distanța este de 200 km.

4. (301 + 503 + 705 + 907) – (200 + 402 + 604 + 806) = 404.

Testul Nr. 12

1. $13 + 8 + d = 7 + e + d \Rightarrow e = 14$; $13 + 6 + a = 7 + c + a \Rightarrow c = 12$; $13 + 6 + a = 13 + b + 7 \Rightarrow a = b + 1$ (1); $a + b + d = 7 + 14 + d \Rightarrow$ $\Rightarrow a + b = 21$ (2). Din (1) şi (2) $\Rightarrow a = 11$, $b = 10$; $13 + 8 + d =$ $= 13 + 10 + 7 \Rightarrow d = 9$.

13	6	*a*
8	*b*	*c*
d	*e*	7

2. Avem 5 perechi (2, 32), (5, 29), (8, 26), (11, 23), (14, 20) care au suma 34. Rămâne numărul 17. În cel mai „rău” caz alegem din cele 10 numere primele 5 numere sau ultimele 6 numere din şir. Al 6-lea împreună cu unul din cele 6 alese dă suma 34.

3. $1 - \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$; (15 + 3) : 2 · 3 = 27; (27 + 3) : 2 · 3 = 45; (45 + 3) : 2 · 3 = 72.

4. a) Avem $2(2a + 4b + c) + (5a + b + 7c) = 9(a + b + c)$. Obținem că $9(a + b + c) = 2 \cdot 48 + 93 = 189$ şi atunci $a + b + c = 21$.
b) Avem $(5a + b + 7c) - (2a + 4b + c) = 45$ şi $b = a + 2c - 15$. Atunci $a + a + 2c - 15 + c = 21$, de unde $2a + 3c = 36$. Soluțiile sunt (3, 8, 10), (6, 7, 8), (9, 6, 6), (12, 5, 4), (15, 4, 2), (18, 3, 0).

Testul Nr. 13

1. Nu putem avea decât $x \in \{1, 2\}$. Pentru $x = 1$ avem $4y + z = 14$ şi rezultă soluțiile (1, 0, 14), (1, 1, 10), (1, 2, 6), (1, 3, 2). Pentru $x = 2$ avem $4y + z = 4$ şi rezultă soluțiile (2, 0, 4), (2, 1, 0).

2.

suma cheltuită	suma rămasă	suma completată
x	$90 - x$	$2 \cdot (90 - x) = 180 - 2x$
x	$180 - 3x$	$220 - 3x$
x	$220 - 4x$	

$220 - 4x = 20 \Rightarrow x = 50$. Tatăl a dat $90 - 50 + 40 = 80$ lei.

3. Sunt 14 pătrate de tip A şi câte 13 pătrate de tip B, respectiv C. O albină de pe A se aşază pe B sau C. Dacă albinele de pe A se aşază numai pe B sau numai pe C, rămâne o albină în zbor şi deci un pătrat neocupat.

A	B	C	A	B	C	A	B
C	A	B	C	A	B	C	A
B	C	A	B	C	A	B	c
A	B	C	A	B	C	A	B
C	A	B	C	A	B	C	A

4. Notând cu a şi n numărul de bile albe, respectiv negre, avem $(a, n) \in \{(34, 3), (35, 2), (36, 1)\}$.

Testul Nr. 14

1. $S = (1 + 2 + 3 + 5 + 6 + \ldots + 96 + 97 + 98 + 99) - 2(4 + 8 + 12 +$ $+ \ldots + 96)$; $S = 99 \cdot 100 : 2 - 2 \cdot 4(1 + 2 + 3 + \ldots + 24) = 99 \cdot 50 -$ $- 4 \cdot 24 \cdot 25 :2 = 3750$.

2. Numărul minim este: I) trec 2 copii şi un adult; II) se întoarce un copil; III) trec 2 copii şi un adult; IV) se întoarce un copil; V) trec un adult şi un copil.

3. a) 129 şi 996.

4. Avem grupele (12, 21), (31, 13), (14, 41), (51, 15) intercalate cu grupele (2, 3), (3, 2), (4, 3), (3, 4). Cele 8 numere sunt: 16, 61, 6, 5, 71, 17, 5, 6.

Testul Nr. 15

1. Fie $1 \leq a \leq b \leq c \leq d$ cu $a + b + c + d = 12$, $a \cdot b \cdot c \cdot d = 24$. Nu putem avea $d \in \{24, 12, 8\}$. Dacă $d = 6$, avem $a + b + c = 6$ şi $a \cdot b \cdot c = 4$, de unde $a = b = 1$, $c = 4$.

2. Numerele sunt 12, 21, 24, 42, 36, 63, 48, 84.

3. $S = 7 + (115 + 151 + 511) + (133 + 313 + 331) = 1561$.

4. a) Notăm cu n numărul de alegeri făcute de cei doi copii până când ajung simultan la acelaşi număr. Din $33 + 4n = 150 - 5n$ rezultă $n = 13$, iar numărul este $33 + 4 \cdot 13 = 85$.

b) Dacă n şi m sunt numărul de alegeri, trebuie să avem $33 + 4n = 150 - 5m$, cu $m \leq 30$. Avem $4(n + m) + m = M4 + 1 \Rightarrow m = 4p + 1$, $p \in \mathbb{N} \Rightarrow n = 28 - 5p \Rightarrow$ numerele sunt 45, 65, 85, 105, 125, 145, care au suma 570.

Testul Nr. 16

1. 1 găină .... 12 boabe ....2 minute
1 găină .... 12 : 2 = 6 boabe...................1 minut
1 găină .... 100 · 6 = 600 boabe.............100 minute
20 găini .... 600 boabe ....100 : 20 = 5 minute

2. a) $1 + 4 + 7 + 3x = 30 + x \Rightarrow x = 9$;
b) $(1 + 4 + 7 + 3n) \cdot 2 = 3 \cdot (30 + n) \Rightarrow n = 22$.

3. a) 9 (figura 1); b) 10 (figura 2); c) 12 (figura 3)

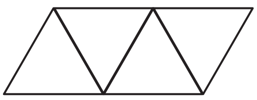


Fig. 1

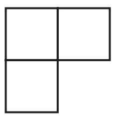


Fig. 2

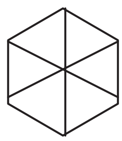


Fig. 3

4. $80 - 33 = 47$; $47 - 23 = 24$; $24 - 15 = 9$; $9 - 8 = 1$; $33 - 10 = 23$; $23 - 8 = 15$; $15 - a = 8 \Rightarrow a = 7$; $10 - b = 8 \Rightarrow b = 2$; $8 - c = 7 \Rightarrow$ $\Rightarrow c = 1$; $2 - d = 1 \Rightarrow d = 1$.

Testul Nr. 17

1. $30 = 14 + 18 + 6 - x \Rightarrow x = 8$.
2. $2 \cdot 20 + 4 \cdot 75 + 6 \cdot 50 + 8 \cdot 45 = 1000$ picături; $1000 : 100 \cdot 3$ cl $=$ $= 30$ cl.
3. Nu are importanță dacă ziua luată este luni, marți etc. Numărul maxim de zile se obține pentru cel mai mic par (2 în cazul a), 1 în cazul b)). Rezultatele apar în tabel.

luna de	numere pare	nr. max	numere impare	nr. max
31 zile	2, 16, 30	3	1, 15, 29	3
30 zile	2, 16, 30	3	1, 15, 29	3
29 zile	2, 16	2	1, 15, 29	3
28 zile	2, 16	2	1, 15	2

Pentru numărul minim luăm prima zi în data 6, respectiv 5. Numărul minim în toate cazurile este 2 (zilele 6, 20, respectiv 5, 19).

4. Viteza este $(192 - 96) : (5 - 3) = 48$ km/h. Distanța este $48 \cdot 3 +$ $+ 192 = 336$ km (sau $48 \cdot 5 + 96 = 336$).

Testul Nr. 18

1. $S_{min} = 339$ pentru perechile (104, 235), (105, 234), (134, 205), (135, 204);
   $S_{max} = 753 + 642 = 1395$. Sunt 8 perechi.
2. Avem $a = d + 4$, $b = d + 2$, $c = d + 7$, unde $d \in \{0, 1, 2\} \Rightarrow S =$ $= 4270 + 5381 + 6492 = 16143$.
3. Studiem cazul $1 \leq a \leq b \leq c$. Evident avem $b + c > a$, $c + a > b$. Din $a + b > c$ rezultă $11 = a + b + c > 2c$, de unde $c \leq 5$. Dacă $c \leq 3$, rezultă $a + b + c \leq 9 < 11$ (fals). Avem deci $c \in \{4, 5\}$. Tripletele sunt (3, 4, 4), (1, 5, 5), (2, 4, 5), (3, 3, 5). În total sunt $3 + 3 + 6 + 3 =$ $= 15$ triplete.

4. $a = 25$, $b = c = d = 26$, $x = 25 + 25 = 50$, $y = 25 + 26 = 51$; $z = 51$; $t = 52$. Numerele impare de la 1 la 25 sunt scrise de 3 ori, iar cele pare o dată. În total sunt $13 \cdot 3 + 13 = 52$ de numere în fiecare şir; $S_2 = (1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 26) + 2 \cdot (2 + 4 + \ldots + 26) = 715$; $S_1 = S_2 - 13 \cdot 2 = 689$; $S_3 = S_1 + S_2 = 1404$.

Testul Nr. 19

1. $a = 6m + 3 = 15p + 12 \Rightarrow a + 3 = 6(m + 1) = 15(p + 1) = 30n$, $n \in \mathbb{N}$. Avem $a_n = 30n - 3$; $a_{30} = 30 \cdot 30 - 3 = 897$. Din $a_n \geq 100 \Rightarrow n \geq 4$. Din $a_n \leq 999 \Rightarrow n \leq 33$. Suma $= 30(4 + 5 + \ldots + 33) - 30 \cdot 3 = 16560$.
2. Din 4 numere naturale consecutive, câte unul se împarte exact la 2, 3, 4. Numărul maxim este 24.
3. Suma a 5 numere naturale pare consecutive este de forma $(2n - 4) + (2n - 2) + 2n + (2n + 2) + (2n + 4) = 10n$, $n \geq 2$. Din $S_n \leq 183$ rezultă $n \leq 18$. Avem 17 soluții, iar numărul maxim este $2 \cdot 18 + 4 = 40$.
4. Dacă copilul este băiat, atunci familia are minim 2 băieți şi minim o fată. Dacă copilul este fată, atunci familia are minim un băiat şi minim două fete. Familia trebuie să aibă minim 2 băieți şi minim două fete.

Testul Nr. 20

1. Fie $3n$, respectiv $5n$ numărul bilelor albe, respectiv negre din urnă. Din $100 \leq 8n \leq 113 \Rightarrow 13 \leq n \leq 14$. Sunt 39 de bile albe şi 65 de bile negre sau 42 de bile albe şi 70 de bile negre.
2. În 5 minute se fierb 10 ouă de gâscă. În 5 minute se fierb simultan 2 ouă de gâscă, 4 ouă de rață şi 4 ouă de găină. În 3 minute se fierb 9 ouă de găină. În total sunt $5 + 5 + 3 = 13$ minute.
3. Distanța d de acasă la şcoală este parcursă cu autobuzul în 10 minute, iar pe jos în $40 - 10 = 30$ minute. Dacă merge şi la dus, şi la întors pe jos, timpul este de o oră.

4.

primul copil	4	8	12	16
al doilea copil	6	8	10	12
al treilea copil	–	5	–	8
total creioane	–	21	–	36

Testul Nr. 21

1. Numărul numerelor impare este par. Fie numerele $2n + 1$, $2n + 3$, $2n + 5$, …, $2n + 2m - 1$, unde $n \geq 0$, $m \geq 4$. Suma lor este $S = (2n + 1 + 2n + 2m - 1) \cdot m : 2 = m \cdot (2n + m)$. Din $m \cdot (2n + m) = 64$, $m \geq 4$, m număr par $\Rightarrow m = 4$, $n = 6$ sau $m = 8$, $n = 0$. Numerele sunt 13, 15, 17, 19 sau 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15.

2. Copiii îşi spun numele în ordinea 1, 8, 15, 22, 7, 14, 21, 6, 13, 20, 5, 12, 19, 4, 11, 18, 3, 10, 17, 2, 9, 16. Astfel şi-au pronunţat toţi numele în 22 de pronunţări. Avem $129 = 5 \cdot 22 + 19$. A 129-a pronunţare după 5 tururi de pronunţare este cu numărul 17.

3. Dacă x este preţul unui obiect şi p este profitul, din $3x + p = 147$; $2x + p = 99$ avem $x = 48$, $p = 3$.

4. a) Căutăm un număr de forma $\overline{5bcb5} > 57975$. Obţinem numărul 58085; b) 59995.

Testul Nr. 22

1.

8 muncitori	4 m	6 zile
1 muncitor	4 m	$6 \cdot 8 = 48$ zile
1 muncitor	1 m	$48 : 4 = 12$ zile
1 muncitor	10 m	$12 \cdot 10 = 120$ zile
20 muncitori	10 m	$120 : 20 = 6$ zile

2. Au avut $10 + 12 + 18 = 40$ nuci. Fiecare a primit câte $40 : (3 + 5) = 5$ nuci. Cei trei elevi au cedat $10 - 5 = 5$ nuci, $12 - 5 = 7$ nuci, $18 - 5 = 13$ nuci, adică în total 25 de nuci. Pentru fiecare nucă au primit câte $250 : 25 = 10$ alune. Primii 3 elevi au primit 50, 70, 130 alune.

3. Notăm cu D grupa lui Darius şi cu T grupa Taniei. Avem cazurile:

T	0	0	D	0	0						elevi = 24
0	T	0	D	0	0	0					28
0	0	T	D	0	0	0	0				32
0	0	0	T = D	0	0	0	0	0			36
0	0	0	D	T	0	0	0	0	0		40
0	0	0	D	0	T	0	0	0	0	0	44

4. $22 : \left(\frac{1}{4} - \frac{1}{6}\right) = 22 : \frac{1}{12} = 264$.

Testul Nr. 23

1. Notăm sumele cu $4n$, $6n$, $10n$. Din $20n = 200$ rezultă $n = 10$. Sumele sunt 40 lei, 60 lei, 100 lei.

2. Fie a numărul mieilor, $2a$ numărul oilor, b numărul găinilor şi $8b$ numărul puilor. Avem $3a + 9b = 96$, de unde $a + 3b = 32$. Avem $12a + 18b = 204$, de unde $2a + 3b = 34$. Obţinem $a = 2$, $b = 10$. Sunt 4 oi, 2 miei, 10 găini, 80 pui.

3. Fie cifrele $a > b > c > d > e$. Cea mai mare sumă este: $\overline{abcde} + \overline{abced} = 98765 + 98756 = 197521$. Cea mai mică diferenţă este $\overline{yztuv} - \overline{yztvu} = 9(u - v) = 9 \cdot 1 = 9$ (condiţii $y \neq 0$, $u = v + 1$).

4.

a)	1 găină	4 zile	3 ouă	b)	4 zile	3 ouă	1 găină
	1 găină	8 zile	6 ouă		4 zile	24 ouă	8 găini
	6 găini	8 zile	36 ouă		8 zile	24 ouă	4 găini

Testul Nr. 24

1. După 4 salturi ale iepurelui, câinele parcurge mai mult cu un metru. Iepurele este prins după $40 \cdot 4 = 160$ de salturi ale iepurelui. În timp ce iepurele face 160 de salturi, câinele face $160 : 4 \cdot 3 = 120$ de salturi.

2. Lungimea maximă este $8 \cdot 2 + 9 \cdot 4 = 52$ m. Lungimea minimă este $8 \cdot 2 + 7 \cdot 4 = 44$ m.

3. Fie $(n - 1) + n + (n + 1) = \overline{abc}$, $b = a + 1$, $c = a + 2$. Rezultă $3n = 111a + 12$, adică $n = 37a + 4$. Cum $1 \leq a \leq 7$, avem 7 cazuri.

Pentru $3n = \overline{cba}$ avem $1 \leq a \leq 7$, adică 8 cazuri. În total sunt 15 cazuri.

4. Dacă $\overline{ab}$ are 2 cifre, avem $600 + n = 10n + 96$ şi deci $n = 56$. Dacă $n = \overline{abc}$, avem $6000 + n = 10n + 96$ şi deci $n = 656$.

Testul Nr. 25

1. Suma plătită de fiecare a fost de $(24 + 28 + 29 + 31 + 33 - 65) : 5 = 16$ lei. Sumele rămase sunt de 8 lei, 12 lei, 13 lei, 15 lei, 17 lei.

2. Cel mai mic pătrat ce se poate obţine este cu latura 6 (sunt necesare 6 plăcuţe). Se pot obţine doar pătrate cu laturile 12, 18, 24 cu numărul de plăcuţe $6 \cdot 4 = 24$; $24 \cdot 4 = 96$ etc.

3. Suma primelor n numere naturale consecutive este $S_n = n \cdot (n + 1) : 2$. Pentru $n \geq 3$ avem sumele 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, 55, 66, 78 etc. Sumele cerute sunt 36, 37, 38. Pentru $S = 36$ luăm numerele 1, 2, 3, 4, …, 8. Pentru $S = 38$ avem $38 = 66 - 28$ şi deci numerele 8, 9, 10, 11.

4. Fie distanţa $d = 60$ km. Avem $t_1 = 60 : 20 = 3$ (h); $t_2 = 60 : 30 = 2$ (h); $v = 2 \cdot 60 : (2 + 3) = 24$ km/h. Este corectă soluţia?

Testul Nr. 26

1. Suma dintre o treime şi o şesime este o doime. Suma dintre o doime şi un sfert este trei sferturi. Numărul total convenabil este 48 (se împarte exact la 4, la 3 şi la 6). Sunt 16 meri, 12 pruni, 8 cireşi şi 12 caişi.

2. Notăm numerele cu $2a$, $2a + 1$, $2b$, $2b + 1$, cu $5 \leq a < b \leq 49$. Avem $4(a + b) + 2 = 70 = 4 \cdot 17 + 2$ şi deci $a + b = 17$. Pentru (a, b) avem soluţiile: (5, 12), (6, 11), (7, 10), (8, 9). Perechile cerute sunt: (10, 25), (12, 23), (14, 21), (16, 19).

3. Din $\overline{2b} \cdot 6 = \overline{x5d} \Rightarrow b \in \{5, 6\}$. Dacă $b = 5$, din $\overline{a25} \cdot 6 = \overline{4c50}$ rezultă $a = 7$, $c = 3$ sau $a = 8$, $c = 9$. Dacă $b = 6$, din $\overline{a26} \cdot 6 = \overline{4c56}$ rezultă $a = 7$, $c = 3$ sau $a = 8$, $c = 9$. Avem $7530 + 7636 + 8590 + 8696 = 32352$.

4. Numărul minim este $11 \cdot 2 + 5 = 27$ de participanți. Numărul maxim este $12 \cdot 7 = 84$ de participanți.

Testul Nr. 27

1. Dacă anul naşterii este $\overline{19xy}$, din $2016 = \overline{19xy} + 1 + 9 + x + y$ rezultă $11x + 2y = 106$ şi obținem $\overline{19xy} = 1989$. Dacă anul naşterii este $\overline{20xy}$, din $2016 = \overline{20xy} + 2 + x + y$ rezultă $11x + 2y = 14$ şi deci $x = 0$, $y = 7$. Vârsta în 2030 este 41 ani sau 23 ani.
2. Din $a = 6b + r$, $a + 11 = 5(b + 3) + r$, $r < 4$, rezultă $b = 4$, $a = 24 + r$. Avem soluțiile (24, 4), (25, 4), (26, 4), (27, 4).
3. $S_n = \overline{aa} \Leftrightarrow n(n + 1) = 22a \Rightarrow n \in \{10, 11\} \Rightarrow S_n \in \{55, 66\}$.
4. Avem $0 + 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 8 = 23$ şi suma $689 + 8543210 = 8543899$.

Testul Nr. 28

1. Dacă a şi b sunt vitezele, în m/s, avem $a + b = 2 \cdot (48 + 12) : 12 = 10$ şi $a - b = 2 \cdot (48 + 12) : 30 = 4$. Obținem $a = 7$, $b = 3$.
2. Din $a - (b + c) = 2(b + c)$ şi $a = 4b + 2c$ avem $a = 3b + 3c$. Din $4b + 2c = 3b + 3c$ rezultă $b = c$ şi apoi $a = 6b$. Din $8b = 488$ rezultă $b = 61$. Numerele sunt 366, 61, 61.
3. Avem $11 \cdot a \cdot 11 \cdot b = \overline{cdc} \Leftrightarrow 121 \cdot a \cdot b = \overline{cdc}$. Atunci $\overline{cdc} \in \{121, 242, 363, 484\}$, care corespund cazurilor $a \cdot b \in \{1, 2, 3, 4\}$. Obținem $\overline{abcd} \in \{1112, 1224, 2124, 1336, 3136, 1448, 2248, 1560, 1674, 1784, 1896, 2372, 4148\}$ şi apoi $a + b + c + d \in \{5, 9, 13, 16, 17\}$.
4. Numărul total de pătrate este $(22 \cdot 2) \cdot (16 \cdot 2) = 1408$. Un sfert de pagină conține $1408 : 4 = 352$ pătrate. Numărul de pagini colorate pe zile este dat de 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512 etc. Avem $1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 128 = 255$ pătrate colorate în 8 zile. Depăşim 352 pătrate colorate în a 9-a zi.

Testul Nr. 29

1. Cazul 1): $a + b + c = 8c$; $a + b = 7c \Rightarrow a = 4c$, $b = 3c$, $c \in \{1, 2, 3, 4\}$.
Cazul 2): $a + b + c = 8c$; $a + c = 7b \Rightarrow a = 6c$, $b = c$, $c \in \{1, 2, 3, 4\}$.
Avem 8 soluții: (4, 3, 1), (8, 6, 2), (12, 9, 3), (16, 12, 4), (6, 1, 1), (12, 2, 2), (18, 3, 3), (24, 4, 4). Ultimele două soluții convin?

2. $a = 2(b + c)$; $a = 4c \Rightarrow 2b + 2c = 4c \Rightarrow b = c \Rightarrow a = 4b \Rightarrow 6b = 126 \Rightarrow b = c = 21$; $a = 84$.

3. Notăm numărul inițial de bile din cele 4 cutii cu a, $3b$, $8c$, $5d$. Avem $a + b = 2b + 2c = 6c + d = 4d$. Obținem $d = 2c$, $b = 3c$, $a = 5c$, $d = 2c$, $5c + 9c + 8c + 10c = 320 \Rightarrow c = 10$. În cutii se aflau 50, 90, 80, respectiv 100 de bile.

4. Prin adunarea relațiilor rezultă $a + c + 2b = a + c + 10$ şi deci $b = 5$, $a = c + 1$. Rezultă $S = 150 + 251 + 352 + 453 + \ldots + 958 = 4986$.

Testul Nr. 30

1. Pasărea a zburat $120 : (11 + 9) = 6$ ore şi a parcurs $15 \cdot 6 = 90$ km.

2. I) $a = 2$; $10(b + c) + c + d = 2$. Dacă $b + c = 6$, $c + d = 2$, avem: $\overline{ab} - (c + d) = \overline{2b} - 2 \in \{22, 23, 24\}$. Dacă $b + c = 5$, $c + d = 12$, avem $\overline{ab} - (c + d) = \overline{2b} - 12 \in \{8, 9, 10, 11, 12, 13\}$.
II) $a = 1$; $10(b + c) + c + d = 162$. Nu putem avea $c + d = 2$, $b + c = 16$. Dacă $c + d = 12$, $b + c = 15$, fie $S = \overline{ab} - (c + d) = \overline{1b} - 12$. Obținem $S \in \{4, 5, 6, 7\}$.

3. Din $1 \leq a < b$, $a + b + 2 \leq 9$ rezultă $a \in \{1, 2, 3\}$. Suma este $125 + 136 + 147 + 158 + 169 + 237 + 248 + 259 + 349 = 1828$.

4. Avem $a = d + 5$, $b = 2 + d$, $c = d + 7$, $d \in \{0, 1, 2\}$, $S = 4d + 14 \in \{14, 18, 22\} \Rightarrow 22 + 14 = 36$.

Testul Nr. 31

1. Dacă împărțitorul este 9, avem numerele $9n + 7$, $1 \le n \le 10$. Dacă împărțitorul este 8, avem numerele $8m + 7$, $1 \le m \le 11$. În total avem 21 de numere şi suma cerută $8 \cdot 1 + 9 \cdot 10 + 7 = 112$.
2. Fie $a = b \cdot c + r$. Avem $a = 6r \cdot 2r + r$. Din $a \ge 100$ avem $r \ge 3$. Din $a \le 999$ avem $r \le 9$. Obținem 7 împărțiri.
3. Fie numerele a, b, c. Cazul I): $a + 13 = b + 15$; $a + 14 = c + 9 \Rightarrow$ $\Rightarrow a = 26$, $b = 24$, $c = 31$. Cazul II): $c + 10 = b + 15$; $c + 11 = a +$ $+ 12 \Rightarrow a = 28$, $b = 24$, $c = 29$.
4. $2 - 0 = 2$; $1 - 0 = 1$; $6 - 1 = 5$; $2 - 1 = 1$; $5 - 1 = 4$; $a = 4 - 1 = 3$.

3
1 4
2 1 5
2 0 1 6

Testul Nr. 32

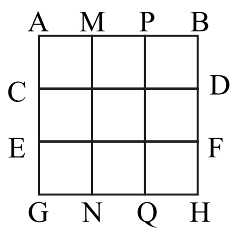
1. Fie $a + b + c = 58$. Cazul I): $a + 10 = 2n - 2$; $b + 2 = 2n$, $c + 14 =$ $= 2n + 2 \Rightarrow n = 14$, $a = 16$, $b = 26$, $c = 16$. Cazul II): $a + 10 = 2n + 2$; $b + 2 = 2n$, $c + 14 = 2n + 2 \Rightarrow n = 14$, $a = 20$, $b = 26$, $c = 12$.
2. Fie $8n$ numărul elevilor înscrişi. Avem $7n + 5 = 15(n - 5)$. Obținem $n = 10$; $8n = 80$. Trebuie să vină $80 - 70 - 5 = 5$.
3. Numărul minim este 14: AGB; AFIHB; AFQRBB; AFXB; AEJHB; AEJIQRB; AEJIXB; ACNPUB; ACTB; ALKNPUB; ACKTB; AMPUB; AMNTB; ASB. Considerând că avem 15 pătrate de latură a, lungimea drumului minim este $8a$.
4. Avem $365 = 7 \cdot 52 + 1$; $366 = 7 \cdot 52 + 2$. Numărul minim de ani consecutivi este 5, din care primul şi ultimul an sunt ani bisecți. Numărul total de săptămâni în cei 5 ani este $52 \cdot 5 + 1 = 261$.

Testul Nr. 33

1. Un mobil efectuează 2 tururi complete, iar celălalt 3 tururi complete, indiferent de sensul de parcurs. Timpul în ambele cazuri este $6 \cdot 2 = 3 \cdot 4$ minute.
2. Notăm cu a lungimea unui pătrat mic din figura dată. Din două figuri se obține un dreptunghi cu dimensiunile $5a$ şi $2a$. Pătratul are dimensiunea minimă $10a$. Vom folosi două rânduri de câte 5 dreptunghiuri. În total sunt $5 \cdot 2 \cdot 2 = 20$ de piese.
3. Notăm numerele cu a şi b, $S = a + b$. Din $4(a - 9) = b + 12$ rezultă $4(a - 12) = b$. Fie $b = 4n$, $a = n + 12$, $S = 5n + 12 \leq 9n \Rightarrow n_{max} = 24$, $S_{max} = 132 = 36 + 96$, $n_{min} = 3$, $a = 15$, $b = 12$, $S_{min} = 27$.
4. Dacă Nicu este în fața lui George, iar $12n$ este numărul total al copiilor, avem $4n + 3n + 8 + 1 + 1 = 12n$. Obținem $n = 2$, $12n = 24$. Dacă primul este George, avem $4n = 9 + 3n$ şi deci $12n = 108$.

Testul Nr. 34

1. Luăm 8 bețe AB, CD, EF, GH, AG, MN, PQ, BH ca în figura de mai jos.



2. Prin scăderea egalităților rezultă $a + b = 7$. Avem $17 = 2(a + b) + b + c$ şi $b + c = 3$. Obținem soluțiile (7, 0, 3), (6, 1, 2), (5, 2, 1), (4, 3, 0) şi $S \in \{7, 8, 9, 10\}$.
3. Notăm numerele cu $a < b < c < d < 3a$. Dacă $b \geq 6$, avem $c \geq 7$, $d \geq 8$, $3a \geq 9$ şi atunci $a + b + c + d + 3a > 31$. Dacă $b \leq 3$, atunci $a \leq 2$ şi $3a \leq 6$ şi atunci $a + b + c + d + 3a = 20$. Dacă $b \leq 3$, atunci $a \leq 2$ şi $a + b + c + d + 3a < 20$. Rămâne $b = 4$. Nu putem avea $a \leq 2$. Rămâne $a = 3$ şi atunci $c = 7$, $d = 8$.

4. 57 luni = 4 ani + 9 luni; 57 săptămâni + 58 zile = 1 an + 94 zile (sau 1 an şi 93 zile) ≥ 1 an şi 3 luni. Persoana are (57 + 4) ani + + (9 + 3) luni, adică 62 ani.

Testul Nr. 35

1.

		31	
	26	36	
18	34	38	
10	26	42	34

2. Un ucenic face pe zi o normă, iar un muncitor face 2 norme. Lucrarea se face cu (10 · 2 + 16) · 12 = 36 · 12 norme. Lucrarea este terminată în 36 · 12 : (15 · 2 + 18) = 3 · 4 · 3 · 12 : (4 · 12) = 9 zile.
3. Notăm cu V masa vasului şi cu $4a$ masa apei dintr-un vas plin. Avem $18(V + 4a) = 162$ şi $5(V + 4a) + 7(V + 2a) + 6(V + 3a) = 122$. Prin scădere rezultă $18V + 72a - (18V + 52a) = 162 - 122$. Rezultă $a = 2$, $V = 1$, $4a = 8$.
4. Avem $c \cdot c = \overline{bc}$, de unde $\overline{bc} \in \{25, 36\}$. Dacă $\overline{bc} = 25$, avem $2b = 5$ (fals). Dacă $\overline{bc} = 36$, avem $3a = 6$ şi $a + b + c = 11$.

Testul Nr. 36

1. Avem $abc = 48$; $ab(c + 1) = 72$; $ac(b + 1) = 60$; $bc(a + 1) = 56$. Obținem $ab = 72 - 48 = 24$; $ac = 60 - 48 = 12$; $bc = 56 - 48 = 8$. Din $ab = 2 \cdot ac$, $ab = 3 \cdot bc$ rezultă $a = 3c$. Din $ab = 2 \cdot ac$ rezultă $b = 2c$. Din $8 = 2c \cdot c$ rezultă $c = 2$. Avem $a + b + c = 6 + 4 + 2 = 12$.
2. Avem evident $n \geq 3$. Numerele 3 şi 4 sunt soluții ale problemei. Fie $n \geq 5$. Avem $n = (n - 2) \cdot 1 + 2$ şi cum restul este 2, numărul n nu se împarte exact la $n - 2$.
3. La fiecare 60 de zile, elevul economiseşte 60 : 20 · 100 – 60 : 15 · · 50 = 100 lei. În 360 de zile economiseşte 360 : 60 · 100 = 600 lei.

4. Pe linii luăm cifrele (a, x, b), (c, x, d), (e, x, f). Avem $a + b + x = c + x + d = e + x + f$, de unde $a + b = c + d = e + f$ şi $a + b + c + d + e + f + x = 1 + 2 + \ldots + 7 = 28$. Fie $a + b + c + d + e + f = S = 3(a + b)$. Atunci $S - 2x = 28 \Leftrightarrow S = 2(x + 14)$. Cum S se împarte exact la 3, rezultă $x \in \{1, 4, 7\}$. Pentru $x = 4$ avem perechile (1, 7), (2, 6), (3, 5). Pentru $x = 1$ avem perechile (2, 7), (3, 6), (4, 5), iar pentru $x = 7$ avem perechile (1, 6), (2, 5), (3, 4).

Testul Nr. 37

1. $126 = 8 \cdot 15 + 6$ (pot fi cumpărate 15 obiecte). La ofertă avem $126 = 7 \cdot 18$; $18 : 7 = 2$ rest 4. Se pot cumpăra $15 + 2 = 17$ obiecte.
2. Fie t timpul la dus. Avem $d = 8t = 4(6 - t)$. Obţinem $t = 2$ (ore) şi $2d = 16 \cdot 2 = 32$ km.
3. Numărul a are $1 \cdot 9 + (32 - 9) \cdot 2 = 55$ cifre.
   a) Rămân $55 - 48 = 7$ cifre, din care 3 cifre de 9 şi apoi din 303 132 eliminăm 3 cifre. Obţinem numărul 999 333. b) Rămân $55 - 49 = 6$ cifre. Reţinem prima cifră de 0 de la 10, de la 20, de la 30. Obţinem numărul 100 012.
4. Avem $a = 4b$, $c = 2b + 3$, $d = 2b - 5$; $S = 9b - 2$. Din $33 < 9b - 2 < 42$ rezultă $b = 4$, $a = 16$, $c = 11$, $d = 3$.

Testul Nr. 38

1. Dacă f este vârsta fiului, din $7f = f + 24$ rezultă $f = 4$. Tatăl are 28 ani. Din $5(4 + x) = 2(28 + x)$ rezultă $x = 12$ (ani).
2. Avem $S(A) = 4a + 6$, $S(B) = 3b + 3$. Pentru $a \geq b$ avem $S(A) + S(B) > 2$. Pentru $a = b + 3$ obţinem $b = 1$, $a = 4$. Dacă $a = b + 2$, avem suma $6a + 3$. Cum $b \geq 1$, $a \geq 1$, şi suma ≥ 21. Pentru $S = 21$ rezultă $a = 3$, $b = 1$. Pentru $S = 27$, avem $a = 4$, $b = 2$. Dacă $a = b + 1$, avem $B = \{a - 1, a, a + 1\}$ şi suma $5a + 5$. Cum $5a + 5 \leq 28$, rezultă $a \leq 4$. Obţinem pentru (a, b) soluţiile (2, 1), (3, 2), (4, 3), (3, 1), (4, 2), (4, 1).
3. Dacă una din cifre este jumătate din altă cifră, dar este dublul altei cifre, cifrele sunt $4a$, $2a$, a, adică 1, 2, 4, respectiv 2, 4, 8. Se

formează câte 6 numere a căror sumă este $2(a + 2a + 4a) \cdot 111 =$ $= 222 \cdot 7a = 1554a$. Suma cerută este $1554(1 + 2) = 4662$.

4. Avem $(ab - a) - (ab - b) = b - a = 36 - 35 = 1$. Rezultă $b - 1 = a$. Din $36 = ab - a = a(b - 1) = a \cdot a$ avem $a = 6$, apoi $b = 7$.

Testul Nr. 39

1. Avem $n = 1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 21$. Deoarece $21 = 6 + 7 + 3 + 5$, $21 = 1 + 2 + 3 + 4 + 11$, rezultă că n este numărul căutat.

2. Pe linia n se află $n + 1$ elemente. Pe liniile de la 1 la 7 se află primele $2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 35$ de numere naturale nenule. Suma cerută este $36 + 37 + 38 + 39 + 40 + 41 + 42 + 43 + 44 =$ $= 360$.

3. Cifrele 1, 2, 3 au fost folosite de $1 + 1 + 11 + 1 + 1 = 15$ ori, cifra 4 de $1 + 1 + 1 + 1 + 7 = 11$ ori, cifra 5 de 5 ori, iar cifrele 6, 7, 8, 9 de 4 ori.

4. a) Notând vitezele cu $4a$ şi $4b$, avem $4a + 4b = 36$ şi $a + 3 = b + 4$. Obţinem $a = 5$, $b = 4$, $v_1 = 20$ km/h, $v_2 = 16$ km/h. b) 12 minute şi 15 minute reprezintă o cincime, respectiv un sfert dintr-o oră. Avem $20 : 5 + 16 : 4 = 8$ km.

Testul Nr. 40

1. $a = 4 + 2d$, $b = 2d - 4$, $c = 4d$, $S = a + b + c + d = 9d$. Din $80 \leq$ $\leq 9d \leq 89 \Rightarrow d = 9$, $a = 22$, $b = 14$, $c = 36$.

2. $1 + 2 + 3 + 4 + 6 - 5 - 7 = 4$; $26 + 53 - 71 - 4 = 4$; $23 + 56 - 71 -$ $- 4 = 4$; $1 + 3 + 5 + 7 - 6 - 4 - 2 = 4$.

3. Dacă avem pe o coloană forma alăturată, atunci $z = 3x - 2y$. Avem $a = 5$, $b = 4$, $c = 8$.

x
y
z

4. Ultima cifră a numărului $a \cdot b$ este 6 în cazurile $\overline{ab} \in \{16, 61, 23, 32, 49, 94\}$. Convin $\overline{ab} \in \{16, 61, 23, 32\}$. Avem $16 \cdot 61 = 61 \cdot$ $\cdot 16 = 976$, $23 \cdot 32 = 32 \cdot 23 = 736$.

Testul Nr. 41

1. Fie numerele $2n - 3$, $2n - 1$, $2n + 1$, $2n + 3$, cu $n \geq 7$, $a \geq 0$. Avem $S = 8n + a$. Cum $8n + a \leq 79$, avem $n \in \{7, 8, 9\}$. Dacă $n = 7$, avem $S = 56 + a \leq 79 \Rightarrow a \in \{0, 1, 2, \ldots, 23\}$. Dacă $n = 8$, avem $S = 64 + a \leq 79 \Rightarrow a \in \{0, 1, 2, \ldots, 15\}$. Dacă $n = 9$, avem $72 + a \leq$ $\leq 79 \Rightarrow a \in \{0, 1, \ldots, 7\}$. În total sunt $24 + 16 + 8 = 48$ de soluții.

2. Dacă $4n$ şi $3n$ sunt sumele primilor doi elevi, al treilea are $2n + 8$. Din $4n + 3n + 2n + 8 = 188$ rezultă $n = 20$. Sumele au fost 80, 60, 48 lei.

3. Notăm numerele cu $10 - 3n$, $10 - 2n$, $10 - n$, 10, $10 + n$, $10 + 2n$, $10 + 3n$. Nu are importanță ordonarea (crescător sau descrescător). Suma numerelor este 70. Din $10 - 3n \geq 0 \Rightarrow n \in \{1, 2, 3\}$. Problema are 4 soluții: (7, 8, 9, 10, 11, 12, 13), (4, 6, 8, 10, 12, 14, 16), (1, 4, 7, 10, 13, 16, 19), (10, 10, 10, 10, 10, 10, 10).

4. 2 pere cântăresc cât 3 mere, respectiv cât 9 nuci. Notăm masa unui măr, unei pere, unei nuci cu $6m$, $9m$, $2m$. Avem $6m + 9m + 2m =$ $= 340 \Rightarrow m = 20$. Masele fructelor sunt 120, 180, 40 de grame.

Testul Nr. 42

1. Notăm cu a, b, c numărul bancnotelor de 1, 5, respectiv 10 lei. Din $a + b + c = 21$, $a + 5b + 10c = 102$ rezultă $4b + 9c = 81$ şi deci $b \in$ $\in \{0, 9, 18\}$. Avem soluțiile (12, 0, 9), (7, 9, 5), (2, 18, 1).

2. $D + C + I - R = 7 \Rightarrow C \cdot I + R + C + I - R = 7 \Rightarrow (C + 1)(I + 1) =$ $= 8 = 2 \cdot 4 = 4 \cdot 2$. Avem $C = 1$, $I = 3$, $R \in \{1, 2, 0\}$, $D = 4 + R \Rightarrow$ $\Rightarrow S \in \{9, 11, 7\}$ sau $C = 3$, $I = 1$, $R = 0$, $D = 3 \Rightarrow S = 7$. Avem $S \in$ $\in \{6, 7, 9, 11\}$.

3. a) $13 + 14 + 3 = 30$; b) $12 + 14 + 4 = 30$; c) $5 + 6 + 5 = 16$.

4. Notăm numerele cu $2n - 2$; $2n$; $2m - 1$; $2m + 1$, unde $m \geq 6$, $n \geq 6$. Avem $4m + 4n - 2 \geq 56$, $4m + 4n - 2 \leq 60$. Rămâne $m + n = 15$. Pentru (m, n) avem soluțiile (6, 9), (7, 8), (8, 7), (9, 6). Pentru cele 4 numere avem (11, 13, 16, 18), (13, 15, 14, 16). (15, 17, 12, 14), (17, 19, 10, 12).

Testul Nr. 43

1. $4c + 2 = s = 5c - 3 \Rightarrow c = 5, s = 22 \Rightarrow 12c + 2s = 104$.

2. Termenii şirurilor sunt de forma $3n - 2$ şi $8m - 5$, $n \geq 1$, $m \geq 1$. Avem $8m - 5 = 3n - 2 \Leftrightarrow 8m = 3(n + 1) = 24p \Leftrightarrow m = 3p$. Suma este $24(1 + 2 + 3 + \ldots + 10) - 5 \cdot 10 = 1270$.

3. Numerele care nu se împart exact la 3 sunt de forma $3n + 1$ şi $3n + 2$. Grupele sunt de forma $(3n + 1, 3m + 1, 3p + 1)$ sau $(3n + 2, 3m + 2, 3p + 2)$ cu $3 \leq n < m < p \leq 6$. Avem $(n, m, p) \in \{(3, 4, 5), (3, 4, 6), (4, 5, 6)\}$, deci sunt $3 \cdot 2 = 6$ grupe.

4. $C + R = 4$, $C + I = 5$, $C \leq 4 \Rightarrow D = C(5 - C) + 4 - C \Rightarrow D \in \{4, 7, 8\} \Rightarrow 4 + 7 + 8 = 19$.

Testul Nr. 44

1. Grupele sunt (1, 2, 3, 7), (1, 2, 4, 6), (1, 2, 3, 4, 8), (1, 2, 3, 5, 7). În cele 4 cazuri avem $S \in \{13 + 12, 13 + 5, 13 + 11, 13 + 15\}$.

2. $a : 4 + b : 3 = 4$. Fie $a = 4x$, $b = 3y$. Avem $x + y = 4$, de unde rezultă $(x, y) \in \{(0, 4), (4, 0), (1, 3), (2, 2), (3, 1)\} \Rightarrow (a, b) \in \{(4, 9), (8, 6), (12, 3), (0, 12), (16, 0)\}$.

3. Numerele sunt a, $b = 2a - 1$, $c = a + b - 6 = 3a - 7$, $d = 2a + b - 4 = 4a - 5$. Avem $a + (2a - 1) + (3a - 7) + (4a - 5) = 127 \Rightarrow a = 14$, $b = 27$, $c = 35$, $d = 51$.

4. Avem următoarele cazuri:

suma vârstelor copiilor	vârstele copiilor	vârsta mamei	vârsta tatălui	suma vârstelor membrilor
5	1, 1, 3	26	29	60
5	1, 2, 2	26	28	59
6	1, 1, 4	26	30	62
6	1, 2, 3	26	29	61
6	2, 2, 2	27	28	61

Testul Nr. 45

1. Fie $I = 4n + 2$, $C = 2n + 2$, $R = n + 4$, $C + I + R = 7n + 8$. Din $7n + 8 \geq$ ≥ 10 şi $7n + 8 \leq 99$ avem $1 \leq n \leq 13$. Cum $D = 2(n + 1)(4n + 2) +$ $+ n + 4$, avem D impar pentru $n \in \{1, 3, 5, 7, 9, 11, 13\} \Rightarrow S =$ $= 29 + 119 + 273 + 491 + 773 + 1119 + 1529 = 1885$.

2. Avem c, p, s prețul unei cărți, unui pix, unui stilou. Din $c = 5p$, $3c = 2s \Rightarrow 15p = 3c = 2s = 30a \Rightarrow p = 2a$, $c = 10a$, $s = 15a \Rightarrow 5p +$ $+ 4c + 2s = 80a = 160 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow p = 4$, $c = 20$, $s = 30$.

3. Fie numerele $2n - 2$, $2n$, $2n + 2$, $n \in \mathbb{N}^*$, $2m - 3$, $2m - 1$, $2m + 1$, $2m + 3$, $m \geq 2$; $S_1 = 6n$, $S_2 = 8m$. Din $S_1 < 32$, $S_2 < 32 \Rightarrow n \leq 5$, $m \leq$ ≤ 3. Este necesar ca $6n < 8m + 10 \Rightarrow 3n < 4m + 5$. Avem:

m	n	numerele pare	numerele impare	suma
2	1	0, 2, 4	1, 3, 5, 7	22
2	2	2, 4, 6	1, 3, 5, 7	28
2	3	4, 6, 8	1, 3, 5, 7	34
2	4	6, 8, 10	1, 3, 5, 7	40
3	1	0, 2, 4	3, 5, 7, 9	30
3	2	2, 4, 6	3, 5, 7, 9	36
3	3	4, 6, 8	3, 5, 7, 9	42
3	4	6, 8, 10	3, 5, 7, 9	48
3	5	8, 10, 12	3, 5, 7, 9	54

4. Notăm numerele cu $2a$, $3b$, $4c$. Avem $a - 1 = b - 2 + 1 = c - 3 + 2$. Obținem $a = b = c$, $2a + 3a + 4a = 103$. Rezultă $a \notin \mathbb{N}$. Dacă $a - 1 + 2 = b - 2 + 1 = c - 3$, rezultă $b = a + 2$, $c = a + 4$. Din $2a + 3(a + 2) + 4(a + 4) = 103$ rezultă $a = 9$. Numerele sunt 18, 33, 52.

Testul Nr. 46

1. $3 \cdot (4a + 2b + c) - 2 \cdot (6a + 3b + c) = 51 - 44 = 7 \Rightarrow c = 7$, $4a + 2b =$ $= 10 \Rightarrow 2a + b = 5 \Rightarrow (a, b, c) \in \{(0, 5, 7), (1, 3, 7), (2, 1, 7)\}$.

2. $c = 3b$, $a = (b + c) : 2 = 2b$, $d = (a + b + c) : 3 = 2b$, $8b = 144 \Rightarrow$ $\Rightarrow b = 18$; $a = d = 36$, $c = 54$.
3. Vârstele actuale sunt a, $a + 4$, $4a + 16$. Din $2 \cdot (a + x + a + 4 + x) =$ $= 4a + 16 + x \Rightarrow 3x = 8$ ani $\Rightarrow x = 2$ani 8 luni; $3 \cdot (14$ ani $+ 8$ luni$)$ $= 44$ ani, $6a + 20 = 44 \Rightarrow a = 4$, $a + 4 = 8$, $4a + 16 = 32$.
4. $(88 + 7) : 5 = 19$; $(19 + 5) : 4 = 6$; $(6 + 3) : 3 = 3$; $(3 + 1) : 2 = 2$.

Testul Nr. 47

1. Notăm numerele cu $m - 2$, $m - 1$, m, $m + 1$, $m + 2$, $m \geq 2$, $2n - 1$, $2n + 1$, $2n + 3$; $S = 5m + 6n + 3$. Avem $m + 2 - (2n + 3) =$ maximă dacă m este maxim şi n este minim. Luăm $n = 1$ şi din $5m + 6n +$ $+ 3 < 42$ rezultă $m = 6$. Diferența este 3.
2. Dacă anul naşterii este $\overline{19ab}$ avem $2025 = \overline{19ab} + 2 \cdot (1 + 9 + a +$ $+ b)$. Obținem $4a + b = 35$ şi $\overline{ab} \in \{77, 83\}$. În 2030 vârsta va fi de 53 sau 47 ani. Dacă anul naşterii este $\overline{20ab}$, cu $\overline{ab} \leq 25$, avem $2025 = \overline{20ab} + 2 \cdot (2 + a + b)$, de unde $4a + b = 7$ şi $\overline{ab} \in \{07,$ $13\}$. Vârsta în 2030 este de 23 sau 17 ani.
3. Avem $\overline{abc} = 20n(a + b + c)$. Avem $c = 0$ şi $\overline{ab} = 2n(a + b)$, unde $n \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Obținem $\overline{abc} \in \{180, 120, 240, 360, 480, 540,$ $720, 100\}$ şi $\overline{a00}$.
4. Notăm $d = 12a$. Mobilul a parcurs în fiecare din zile distanțele $12a : 4 = 3a$; $(12a - 3a) : 3 = 3a$; $(9a - 3a) : 3 \cdot 2 = 4a$; $4a : 2 = 2a$. Din $2a = 300$ rezultă $d = 12a = 6 \cdot 300 = 1800$ km.

Testul Nr. 48

1. Fie vârstele $2n$, $2n + 2$, $2n + 4$. Avem $x \leq 2n - 1$. Avem cazurile: I) $2n + 2 - x = 2(2n - x) \Rightarrow x = 2n - 2$, $n \geq 2$; II) $2n + 4 - x =$ $= 2(2n - x) \Rightarrow x = 2n - 4$, $n \geq 3$; III) $2n + 4 -x = 2(2n + 2 - x) \Rightarrow$ $\Rightarrow x = 2n$, $n \geq 1$. Pentru $n = 1$ avem $x = 2$. Pentru $n = 2$ avem $x \in$ $\in \{2, 4\}$. Pentru $n \geq 3$ avem $x \in \{2n, 2n - 2, 2n - 4\}$.

2. $5(a-b)-(a+b)=n \Rightarrow n=4a-6b \leq 36 \Rightarrow n \in \{0, 2, 4, 6, 8, \ldots, 36\}$. Din $4a-6b=20 \Rightarrow 2a-3b=10 \Rightarrow \overline{ab} \in \{50, 82\}$.
3. a) $3a = b \cdot (b-1)$, $b \leq 5 \Rightarrow \overline{ab} \in \{23, 44\}$; b) $3y = x(x-1) \Rightarrow \Rightarrow \overline{xy} \in \{32, 44\}$.
4. Notând numărul bilelor albe cu a, al bilelor negre cu b şi cu m şi n numărul grupelor, avem $2m+3=a$, $3m+4=b$, $5n+2=a$, $6n+7= = b \Rightarrow 2m+3=5n+2$, $3m+4=6n+7 \Rightarrow m=n+4 \Rightarrow 2n+8+ + 3=5n+2 \Rightarrow n=3 \Rightarrow a=17$, $b=25$.

Testul Nr. 49

1. $\overline{abc} = 25(a+b+c) \Rightarrow c \in \{0, 5\}$. Dacă $c=0 \Rightarrow b=5a \Rightarrow \overline{abc} = = 150$. Dacă $c=5 \Rightarrow 100a+10b+5=25(a+b+5) \Rightarrow 75a = = 15b+120 \Rightarrow b=5a-8 \Rightarrow \overline{abc} \in \{225, 375\}$. Avem $S = 150 + + 225 + 375 = 750$.
2. Fie n, $n+8$ cele două numere. Cum $2n+8$ este număr par, rezultă $c \in \{0, 2\}$. Dacă $c=0$, avem $2n+8=\overline{ab0} \in \{400, 310, 220, 130\} \Rightarrow$ $\Rightarrow$ numerele sunt (196, 204), (151, 159), (106, 114), (61, 69). Dacă $2n+8=\overline{ab2} \in \{112, 202\} \Rightarrow$ numerele sunt (54, 62) şi (97, 105).
3. $c=6n$; $b=6n:3+2=2n+2$; $a=(2n+2):2+3=n+4 \Rightarrow n+ + 4+2n+2+6n=9n+6=240 \Rightarrow n=26$, $a=30$, $b=54$, $c= = 156$.
4. Fie n împărţitorul, cu $n \geq 17$. Avem $8n+16+8+n+16=9n+40 \leq \leq 302$. Rezultă $n \leq 29$. Avem $17+18+19+\ldots+29=299$.

Testul Nr. 50

1. Fie numărul $\overline{abc}$. Din $(a+b+c):4<1$ rezultă $a+b+c \in \{1, 2, 3\} \Rightarrow \overline{abc} \in \{100, 101, 110, 200, 102, 120, 201, 210, 300\}$. Din $a+b+c>24 \Rightarrow \overline{abc} \in \{889, 898, 988, 899, 989, 998, 999\}$. Avem 17 numere.

2. Toți copiii au vârsta a sau 3 copii au vârsta a şi 2 au vârsta $a + n$, sau 2 au vârsta a şi 3 au vârsta $a + n$, unde $a, n \in \mathbb{N}^*$. Avem $S \in \{5a, 5a + 2n, 5a + 3n\}$. Rezultă că S nu poate lua valorile 29, 34, 36, 39, 41.
3. În față sunt $5n$ copii, iar în spate $2n - 1$. Avem $5n = 2n - 1 + 13$, de unde $n = 4$. Sunt 28 de copii.
4. Avem $1111 \cdot a = 11b \cdot 101b \Leftrightarrow 11 \cdot 101a = 11 \cdot 101 \cdot b \cdot b \Rightarrow a = b \cdot b \Rightarrow \overline{ab} \in \{11, 42, 93\} \Rightarrow 11 + 22 + 33 = 66$.

Testul Nr. 51

1. a) $a(b + 4) \le 10 \Rightarrow (0, b), b \in \mathbb{N}; (1, b), 0 \le b \le 6; (2, b), 0 \le b \le 1$;
b) $x(y - 2) \le 4 \Rightarrow (0, y), y \in \mathbb{N}; (x, 2), x \in \mathbb{N}, (x, 0), x \in \mathbb{N}, (x, 1), x \in \mathbb{N}; (1, 3), (2, 3), (3, 3), (4, 3), (1, 4), (2, 4)$.
2. Fie numerele n, $n + 9$, cu $2n + 9 = \overline{ab}$, $a + b = 13$. Cum b este impar $\Rightarrow \overline{ab} \in \{49, 67, 85\} \Rightarrow$ numerele (20, 29), (29, 38), (38, 47).
3. Fie x vârsta în luni a fiului. Avem 24 ani şi 8 luni = 296 luni şi $296 + 50 + x = 5(x + 50) \Rightarrow x = 24$ luni = 2 ani.
4. Fie $2n$, $2n + 2$, $2n + 4$, $n \in \mathbb{N}^*$ numerele bilelor din urne. Fie $2m$, $2m + 2$, $2m + 4$ numerele bilelor scoase din urne.
I) Au rămas $2n - 2m$; $2n - 2m$ bile, cu $n \ge m$. Cazul este imposibil.
II) Fie $2n - 2m - 4$, $2n - 2m$, $2n + 4 - 2m + 4 = 2n - 2m + 4$ bile rămase. Din $2n - 2m + 4 = 2(2n - 2m - 4) \Rightarrow n - m = 4 \Rightarrow$ rămase 4, 8, 12 bile.
III) Dacă $2n - 2m + 4 = 3(2n - 2m) \Rightarrow$ nu avem soluții.

Testul Nr. 52

1. Fie numerele $2n + 1$, $2n + 3$, $2n + 5$, $n \in \mathbb{N}$, cu $S = 6n + 9$. Dacă $6n + 9 = 20 + 2n + 1 \Rightarrow n = 3 \Rightarrow S = 27$. Dacă $6n + 9 = 20 + 2n + 3 \Rightarrow n \notin \mathbb{N}$. Dacă $6n + 9 = 20 + 2n + 5 \Rightarrow S = 33$.

2. Într-o oră, prin robinete se umple o doime, o treime, respectiv o şesime din bazin. Împreună prin cele trei robinete se umple un bazin întreg. Pentru 5 bazine sunt necesare 5 ore.

3. Avem $a[2 + 3(b + c) = 42$, cu $2 + 3(b + c) \geq 8$. Avem $a \leq 5$. Cum a se împarte exact la 3, rezultă $a = 3$, $b + c = 4$, $S = 313 + 322 + 331 = 966$.

4. Termenul a_n începe cu n şi este suma a $n + 1$ numere naturale consecutive.

a) $5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$; $6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12$; c) $a_n = n + (n + 1) + (n + 2) + \ldots + (n + n) = (n + 2n) \cdot (n + 1) : 2$; $a_n = 3n \cdot (n + 1) : 2$; $S = 3 \cdot (1 \cdot 2 + 2 \cdot 3 + 3 \cdot 4 + \ldots 10 \cdot 11) : 2 = 660$.

Testul Nr. 53

1. Notăm numerele cu $2n$, $2n + 2$, $2n + 4$, $n \in \mathbb{N}^*$. Avem cazurile:

cazul	n	numerele
$2n - 6 = 3 + (2n + 2) : 2$	10	20, 22, 24
$2n - 6 = 3 + (2n + 4) : 2$	11	22, 24, 26
$2n + 2 - 6 = 3 + 2n : 2$	7	14, 16, 18
$2n + 2 - 6 = 3 + (2n + 4) : 2$	9	18, 20, 22
$2n + 4 - 6 = 3 + 2n : 2$	5	10, 12, 14
$2n + 4 - 6 = 3 + (2n + 2) : 2$	6	12, 14, 16

2. Fie numerele $2n - 1$, $2n + 1$, $2n + 3$, $n \in \mathbb{N}^*$, cu suma $S = 6n + 3$. Din $6n + 3 = \overline{aa} = 11a$ obţinem $a \in \{3, 6, 9\}$. Pentru $a = 3$ avem $n = 5$. Pentru $a = 6$ rezultă $n \notin \mathbb{N}^*$. Pentru $a = 9$ avem $n = 16$. Din $6n + 3 = \overline{aaa} = 111a$ rezultă $2n + 1 = 37a$. Obţinem $a = 2p + 1$, cu $p \in \{0, 1, 2, 3, 4\}$. Avem în total 7 soluţii.

3. a) 10, 13, 16, 11, 14, 17, 12, 15, 18; b) Grupăm termenii în grupe de câte 9 termeni, care cuprind exact 9 numere consecutive scrise în altă ordine: primele 3 dau restul 1 la împărţirea la 3, următoarele 3 numere dau restul 2 la împărţirea la 3, iar următoarele 3 numere se împart exact la 3. Avem $97 = 9 \cdot 10 + 7$. Primii 90 de termeni sunt numerele 1, 2, …, 90 scrise în altă ordine, iar următorii 7 sunt 91, 94, 97, 92, 95, 98, 93. Suma este $90 \cdot 91 : 2 + (91 + 94 + 97 + 92 + 95 + 98 + 93) = 4755$.

4. Avem $a \cdot [2 + 3(b + c)] = 66$ şi $2 + 3 \cdot (b + c) \geq 8$. Rezultă că $a \leq 8$. Cum 66 şi $3a(b + c)$ se împart exact la 3, rezultă că $a = 3n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Obținem $n = 1$ sau $n = 2$. Dacă $n = 1$, rezultă $2 + 3 \cdot (b + c) = 22$ şi nu avem soluții. Dacă $n = 2$, avem $2a + 3 \cdot (b + c) = 11$ şi atunci $\overline{abc} \in \{612, 621\}$.

Testul Nr. 54

1. Dacă vârstele sunt a, a, a, a, avem $a = 2$ şi suma este 8. Dacă vârstele sunt a, a, b, b, cu $a \neq b$, avem $a \cdot a \cdot b \cdot b = 1 \cdot 1 \cdot 4 \cdot 4$ şi suma este 10.

2. Notăm cu a, b, c numărul de bile din fiecare cutie şi cu n numărul de bile scoase din prima cutie. Avem $a + b + c = 240$, $a - n = b - 2n = c - 3n = n + 2n + 3n$. Rezultă $a = 7n$, $b = 8n$, $c = 9n$, $a + b + c = 24n = 240$. Obținem $n = 10$, $a = 70$, $b = 80$, $c = 90$.

3. Suma cifrelor diferite de 0 şi 1 este $31 = 3 \cdot 9 + 4$. Numărul este 1 004 999.

4. Notăm cu a, b, c masele merelor din cei trei saci şi cu n prețul unui kilogram de mere. Avem $a + b + c = 40$, $na + nb + nc = 40n$ şi $na = 32$, $nb = 48$, $nc = 80$. Rezultă $160 = 40n$, $n = 4$, $a = 8$, $b = 12$, $c = 20$.

Testul Nr. 55

1. Numerele sunt de forma $(2n - 2) + 2n + (2n + 2) = 6n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Din $10 \leq 6n \leq 99$ avem $2 \leq n \leq 16$. Avem $S = 6 \cdot (2 + 3 + 4 + \ldots + 16) = 810$.

2. Fie numerele $a = 3n$, $b = 3n + 3$, $c = 3n + 6$, $S = 9n + 9$. Dacă $S = \overline{m(m+1)(m+2)} = 100m + 10(m+1) + m + 2 = 111m + 12$, avem $3n = 36m + (m + 1)$ şi deci $m = 3p + 2$, $m \in \mathbb{N}^*$. Atunci $m \in \{2, 5, 8\}$,

$n \in \{25, 62\} \Rightarrow$ numerele 75, 78, 81 sau 186, 189, 192. Dacă $S = \overline{(m+2)(m+1)m} = 111m + 210$, obținem numerele (141, 144, 147), (252, 255, 258), (363, 366, 369).

3. Fie $n + 1$ şi $3n$ numărul băieților, respectiv numărul fetelor. Avem $4n + 1 = 245 \Leftrightarrow n = 61$. Sunt 62 de băieți şi 183 de fete.
4. a) Numerele sunt $x_{4n+1} = a$, $x_{4n+2} = b$, $x_{4n+3} = c$, $x_{4n+4} = d$, unde $n \in \mathbb{N}^*$, $a + b + c + d = 40$. Avem $d = x_4 = 8$, $b = x_{10} = 10$, $a = x_{17} = 7$, $d = 40 - (8 + 10 + 7) = 15$; b) $x_{28} + x_{41} + x_{54} + x_{67} = d + a + b + c = 40$.

Testul Nr. 56

1. Din $2a = 2b + 8 = 2c + 16$ rezultă $a = c + 8$, $b = c + 4$. Din $c + 8 + c + 4 + c = 132$ obținem $c = 40$, $a = 48$, $b = 44$.
2. Capacitatea bazinului fiind de 60 ℓ, prin primul robinet se obțin 15 ℓ, prin al doilea 20 ℓ, iar prin al treilea curg 30 ℓ (într-o oră). Funcționând simultan, după o oră în bazin rămân $15 + 20 - 30 = 5$ litri. Bazinul poate fi umplut în $60 : 5 = 12$ ore.
3. Masa apei din 3 vase umplute pe jumătate este cât masa apei din 6 vase umplute pe sfert. Deci masa apei din 3 vase umplute pe jumătate împreună cu masa apei din 10 vase umplute pe sfert este cât masa apei din $(6 + 10) : 4 = 4$ vase pline. Fie V masa vasului gol, a masa apei dintr-un vas plin. Avem $(7 + 3 + 10) \cdot V + 11a = 128$ şi $(10 + 10)V + 10a + 10a : 2 = 160$. Obținem $4a = 32$ şi deci $a = 8$, $V = 2$.
4.
$$\begin{array}{r} 3\,2\,0\,5\,+ \\ 3\,2\,0\,5 \\ \hline 6\,4\,1\,0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\,3\,0\,5\,+ \\ 2\,3\,0\,5 \\ \hline 4\,6\,1\,0 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3\,2\,8\,9\,+ \\ 3\,2\,8\,9 \\ \hline 6\,5\,7\,8 \end{array}$$

Testul Nr. 57

1. Notând vârstele în ordina a, b, c, d, avem $S = a + b + c + d$, $b + c = 2a$, $c + d = 2b$, $3c = a + b + d$. Obținem $a = b = c = d$ şi $S = 4a < 16$. Avem $a \le 3$ şi $S \in \{4, 8, 12\}$.

2. Notăm cu a şi $3b$ timpul la urcare, respectiv la coborâre în prima zi. Avem $a + 3b = 12$, $2a + b = 9$, de unde $a = b = 3$. Timpul pentru a treia zi este $4a + b : 3 = 13$ (ore).
3. Perimetrul dreptunghiului este de 200 m. Avem $1190 = 6 \cdot 200 - 10$. La întoarcere se află în punctul E pe AD cu $AE = 10$, $DE = 30$. Avem $910 = (200 - 10) + 3 \cdot 200 + 120$. După $190 + 600 = 790$ m se află în A şi merge 120 m spre D. Distanţa minimă este $200 - 120 = 80$ m. La final se află în F pe BC cu $CF = BF = 20$ m.
4. Notăm numărul cu $60n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Din $100 \le 6n < 1000$ şi $10 \le 5n < 100$ rezultă $n \in \{17, 18, 19\}$, $S = 60(17 + 18 + 19) = 3240$.

Testul Nr. 58

1. Notăm vârstele cu n, $n + 2$, $n + 4$, $n + 6$, unde n este număr par nenul. Avem cazurile: I) $3n = 2(n + 2)$; II) $3n = 2(n + 4)$; III) $3n = 2(n + 6)$; IV) $3(n + 2) = 2(n + 4)$; V) $3(n + 2) = 2(n + 6)$; VI) $3(n + 4) = 2(n + 6)$. Rezultă $n \in \{2, 4, 6, 8, 12\}$ etc.
2. Din $2x + y \le 15$, $4x - y \le 3$ rezultă că $6x \le 18$ şi deci $x \le 3$. Dacă $x = 1$ rezultă $y \in \{1, 2, 3, \ldots, 12, 13\}$. Dacă $x = 2$ rezultă $y \in \{5, 6, \ldots, 11\}$. Dacă $x = 3$ rezultă $y \in \{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$.
3. a) $\overline{ab} \cdot c = 100 + \overline{ab} \Rightarrow \overline{ab} \cdot (c - 1) = 100 \Rightarrow \overline{abc} \in \{206, 255, 503\}$.

   b) Fi $1 \le x < y < z$. Dacă $x \ge 3$, avem $y \ge 4$, $z \ge 5$ şi atunci $S = xy + yz + zx \ge 12 + 15 + 20 > 29$. Rezultă că $x \le 2$. Dacă $x = 1$, avem $(x, y, z) \in \{(1, 2, 3), (1, 2, 4), (1, 2, 5), \ldots, (1, 2, 8), (1, 2, 9)\}$. Dacă $x = 2$, $y \ge 4$, atunci $z \ge 5$ şi avem $S \ge 8 + 10 + 20 > 29$. Dacă $x = 2$, $y = 3$, $z = 4$, avem $S = 6 + 8 + 12 = 26$. Problema are 8 soluţii.
4. Avem $x - 10 = y + 10 - 22 = z + 22 = n$, de unde $x + y + z = 3n$, $n \le 33$. Atunci $x = 10 + n$, $y = 12 + n$, $z = n - 22 \ge 10 \Rightarrow n \ge 32$. Dacă $n = 32$, avem $x = 42$, $y = 44$, $z = 10$. Dacă $n = 33$, avem $x = 43$, $y = 45$, $z = 11$.

Testul Nr. 59

1. Avem $c_4 = 2n + 1$, $c_3 = 2c_4 + 1 = 4n + 3$, $c_2 = 2c_3 + 1 = 8n + 7$, $c_1 =$ $= 16n + 15$, $d = 32n + 31$. Din $2n + 1 + 4n + 3 + 8n + 7 + 16n + 15 =$ $= 176$ rezultă $n = 5$ şi apoi $d = 191$. Din $4n + 3 + 8n + 7 + 16n + 15$ $+ 32n + 31 = 176$ rezultă $n = 2$ şi apoi $d = 95$.

2. I) Din $a : 2 - 1 = b : 3 - 2 + 1 = c : 6 - 3 + 2 = n \Rightarrow a : 2 = b : 3 =$ $= c : 6 = n \Rightarrow a = 2n$, $b = 3n$, $c = 6n$. Din $2n \geq 10$, $6n \leq 99$ rezultă $5 \leq n \leq 16$.
II) Din $a : 2 - 1 + 2 = b : 3 - 2 + 1 = c : 6 - 3 = n \Rightarrow a = 2(n - 1)$, $b = 3(n + 1)$, $c = 6(n + 3)$, unde $6 \leq n \leq 13$. Avem $12 + 8 = 20$ soluții.

3. Cea mai mică sumă a 5 numere naturale nenule distincte este 15. Dacă numerele ar fi toate impare, suma minimă ar fi 25. Deci există cel puțin un număr par. Cum suma este impară, avem cel puțin un număr impar. Numărul numerelor pare poate fi 2 sau 4. Avem, de exemplu, $(2 + 4) + (3 + 5 + 7) = 21$; $1 + (2 + 4 + 6 + 8) = 21$.

4. Fie $a = 6n$, $b = 3m$, $c = 2p$. Avem $3n + m + 2p = 2n + 3m + p$, de unde $n + p = 2m$, $6n + 6p = 12m$; $a + 3c = 4b$; $12 = a + 3c - 2b =$ $= 2b \Rightarrow b = 6$, $m = 2$; $n + p = 4 \Rightarrow (n, p) \in \{(1, 3), (2, 2), (3, 1)\} \Rightarrow$ $\Rightarrow (a, b, c) \in \{(6, 12, 6), (6, 12, 4), (18, 12, 2)\}$.

Testul Nr. 60

1. Notăm vârstele cu $2n$, $2n + 2$, $2n + 4$. Fie $1 \leq x \leq 2n$ numărul de ani cerut. Avem: I) $2n + 2 - x = 2(2n - x) \Rightarrow x = 2n - 2$, $n \geq 2$; II) $2n +$ $+ 4 - x = 2(2n - x) \Rightarrow x = 2n - 4$, $n \geq 3$; III) $2n + 4 - x = 2(2n + 2 -$ $- x) \Rightarrow x = 2n$.

2. $55(a + b + c) = \overline{abc} \Rightarrow c \in \{0, 5\}$. Dacă $c = 0 \Rightarrow 55(a + b) =$ $= 100a + 10b \Rightarrow a = b \Rightarrow$ numerele $\overline{aa0}$, $1 \leq a \leq 9$. Dacă $c = 5 \Rightarrow$ $\Rightarrow 55(a + b + 5) = 100a + 10 + 5 \Rightarrow 11a + 11b + 55 = 20a + 2b +$ $+ 1 \Rightarrow 9b + 54 = 9a \Rightarrow a = b + 6 \Rightarrow$ numerele 605, 715, 825, 935.

3. $Vt = (V + 20)(t - 1) = (V - 20)(t + 2) \Rightarrow V = 60$; $t = 4$, $d = 240$.

4. Notăm cu a, b, c vitezele mobilelor A, B, C. Din $at = 200$, $bt = 160$ rezultă $4a = 5b$. Din $bt' = 300$, $ct' = 240$ rezultă $4b = 5c$. Avem $16a = 20b = 25c$. Dacă A parcurge 25 km, atunci C parcurge 16 km. Dacă A parcurge 250 km, atunci C parcurge $250 : 25 \cdot 16 =$ $= 160$ km.

Testul Nr. 61

1. Avem $(12a + 3b) + (12b + 3a) = (20 - 5) \cdot 12 \Leftrightarrow a + b = 12$. Cum $3b$ se împarte exact la 12, rezultă că b se împarte exact la 4. Avem deci $b \in \{0, 4, 8\}$. Vârstele pot fi de 3 şi 9 ani, respectiv 9 şi 3 ani.

2. Numărul de tururi efectuate de atleţi este $4n$, $5n$, $6n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Din $50 \leq 15n \leq 80 \Rightarrow n \in \{4, 5\}$. Avem soluţiile (16, 20, 25), (20, 25, 30).

3. Notăm lungimea şi lăţimea cu $4a$ şi $3a$. Din $3a = 4a : 2 + 6$ rezultă $a = 6$. Perimetrul este $2 \cdot 7a = 14 \cdot 6 = 64$ m.

4. O maşină parcurge în 4 ore cât parcurge cealaltă în 5 ore. Notăm distanţele parcurse cu $5d$ şi $4d$. Din $9d = 477$, rezultă restul $d = 53$. Maşinile au parcurs $5 \cdot 53 = 265$ km, respectiv $53 \cdot 4 = 212$ km.

Testul Nr. 62

1. a) Notăm cu t, m vârstele tatălui şi mamei, iar cu s suma vârstelor celor doi copii. Avem $t = 4(s + 2) - 1 = 4s + 7$, $m = 2(s + 12) - 6 =$ $= 2s + 18$. Din $t = m + 1$ rezultă $s = 6$, $t = 31$, $m = 30$.

b) Dacă a, b sunt vârstele copiilor, cu $a \leq b$, avem: I) $a = 1$, $b = 5$; II) $a = 2$; $b = 4$; III) $a = b = 3$.

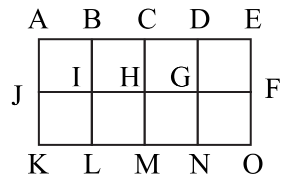
2. Fie n numărul de lădiţe. Cantitatea este $5n + 22 = 7(n - 8 - 2) + 2 \cdot 3$. Rezultă $n = 43$ şi cantitatea de 237 kg.

3. Avem $(a + 1)bc = abc + 30$, $a(b + 2)c = ab + 48$, $ab(c + 3) = abc +$ $+ 60$. Obţinem $bc = 30$; $ac = 24$; $ab = 20$; $(abc)(abc) = 30 \cdot 24 \cdot 20 =$ $= 120 \cdot 120$; $abc = 120$; $a = 120 : 30 = 4$; $c = 24 : 4 = 6$; $b = 20 : 4 = 5$.

4. La finalul unei zile complete, melcul a urcat $160 - 40 = 120$ cm. După 6 zile complete, melcul a urcat $6 \cdot 120$ cm $= 720$ cm. Mai are de urcat $840 - 720 = 120$ cm, care reprezintă trei sferturi din 160 cm. Îi mai trebuie deci trei sferturi din 12 ore, adică 9 ore. Timpul necesar, începând cu urcarea, este 6 zile complete şi 9 ore.

Testul Nr. 63

1. Pentru $n = 11$, luăm segmentele de lungimi $2a$: (AC), (CE), (AK), (BL), (CM), (DN), (EO), (JH), (HF), (KM), (NO) ca în figura de mai jos. Avem 8 pătrate de latură a, trei pătrate de latură $2a$ (ACMK, BDNL, CEOM).



2. Fiecare copil trebuie să primească $(6 + 6 + 9) : 3 = 7$ mere şi $(6 \cdot 100 + 6 \cdot 150 + 9 \cdot 200) : 3 = 1100$ grame. Fie a, b şi $7 - a - b$ numărul de mere de 100 g, 150 g, respectiv 200 g. Din $100a + 150b + (7 - a - b) \cdot 200 = 1100$ rezultă $2a + 3b + 28 - 4a - 4b = 22$ şi apoi $2a + b = 6$. Pentru (a, b, c) avem cazurile (0, 6, 1), (1, 4, 2), (2, 2, 3), (3, 0, 4). Avem împărţirea:

copilul	mere de 100 g	mere de 150 g	mere de 200 g	cantitatea
primul	1	4	2	1100
al doilea	2	2	3	1100
al treilea	3	0	4	1100
total mere	6	6	9	

3. Pentru fiecare din cele 4 pătrate ACJI, BDLK, HFPM, GEON repetăm procedeul de a, b, c, respectiv d ori. Obţinem pătratul din figura 3. Avem $a + b + c + d = 26$, $a + b = 12$, $a + c = 13$. Avem $c + d = 14$, $b + d = 13$, $b = 12 - a$, $c = 13 - a$, $d = a + 1$. Avem soluţiile $(a, 12 - a, 13 - a, a + 1)$, unde $1 \leq a \leq 11$.

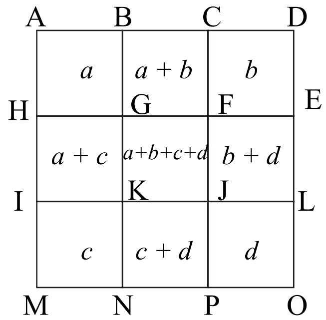


Fig. 3

a	12	$12 - a$
13	26	13
$13 - a$	14	$a + 1$

4. a) 14, 16, 13, 15, 18, 20, 17, 19,
b) Termenii şirului sunt grupaţi câte 4 şi au forma $4n - 2$, $4n$, $4n - 3$, $4n - 1$. În fiecare grupă apar 4 numere naturale consecutive scrise în altă ordine. Avem schema de mai jos. Avem $37 = 4 \cdot 10 - 3$; $42 = 4 \cdot 11 - 2$; $49 = 4 \cdot 15 - 1$; $80 = 4 \cdot 20$. Suma numerelor este $(37 + 1) + (42 + 2) + (59 - 2) + (80 - 1) = 218$.

numărul	locul în şir
$4n - 2$	$4n - 3$
$4n$	$4n - 2$
$4n - 3$	$4n - 1$
$4n - 1$	$4n$

Testul Nr. 64

1. Avem $n = 333(a + b)$ şi $2331 = 333 \cdot 7$. Cum $2 \leq a + b \leq 18$, atunci n se împart exact la 2331 dacă $a + b = 7$ sau $a + b = 14$. Avem $n = 2331$ sau $n = 4662$.

2. Avem $55 = 1 + 2 + 3 + 7 + 8 + 9 + (a_1 + a_2 + \ldots + a_n)$ şi $a_1 + a_2 + \ldots + a_n = 25$. Numărul m este minim dacă are cât mai puţine cifre (cele de la început fiind egale cu 9). Cum $25 = 2 \cdot 9 + 7$, rezultă $m = 123\,997\,789$.

3. Deoarece 70 este număr par, atunci numărul numerelor impare este număr par. Dacă toate numerele ar fi pare, atunci cea mai mică sumă a lor ar fi 2 + 4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 18 = 2(1 + 2 + … + 8) = = 72 > 70 (fals). Rezultă că sunt cel puţin două numere impare.

4. Avem:

a	n	v	r	
2	3			· 8
	2	3		· 12
		4	5	· 9

$\Rightarrow$

a	n	v	r
16	24		
	24	36	
		36	45

Înseamnă că la 16 bile albe corespund 24 bile negre, 36 bile verzi şi 45 bile roşii. O astfel de grupă are 16 + 24 + 36 + 45 = 121 bile. Putem forma 605 : 121 = 5 grupe. Sunt 80 bile albe, 120 bile negre, 180 bile verzi şi 225 bile roşii.

Testul Nr. 65

1. Avem $a_9(a_1 + a_2 + \ldots + a_8) + a_{10}(a_1 + a_2 + \ldots + a_8) = (a_9 + a_{10}) \cdot (a_1 + a_2 + \ldots + a_8) \Leftrightarrow 1414 = 101 \cdot (a_9 + a_{10}) \Rightarrow a_9 + a_{10} = 14$. Rezultă că $a_1 + a_2 + \ldots + a_9 + a_{10} = 14 + 101 = 115$.

2.

numărul n	numărul $n + 2$	$s(n)$	$s(n + 2)$	soluţie (n)
999	1001	27	2	da
$\overline{a99}$, $a \le 8$	$\overline{(a+1)01}$	$18 + a$	$a + 2$	da
$\overline{ab9}$, $b \le 8$	$\overline{a(b+1)1}$	$a + b + 9$	$a + b + 2$	da
998	1000	27	1	da
$\overline{ab8}$, $b \le 8$	$\overline{a(b+1)0}$	$a + b + 9$	$a + b + 1$	da
$\overline{abc}$, $c \le 7$	$\overline{ab(c+2)}$	$a + b + c$	$a + b + c + 2$	nu

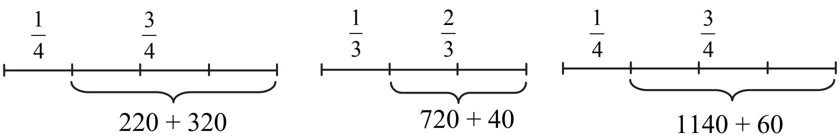
3. Cum resturile sunt mai mici decât 5, ele sunt 0, 2, 4. Fie deci numerele $a = 5 \cdot (2n + 1) + 0 = 10n + 5$; $b = 5 \cdot (2n + 3) + 2 = 10n + 17$; $c = 5 \cdot (2n + 5) + 4 = 10n + 29$. Suma este $30n + 51 = 261$. Rezultă $n = 7$, $a = 75$, $b = 87$, $c = 99$.

4. Notăm cu a numărul problemelor rezolvate corect şi cu b numărul problemelor rezolvate greşit. Fie $20 - a - b$ numărul problemelor nerezolvate. Atunci avem $5a - 2b - (20 - a - b) - 40 = 99$. Rezultă

$6a - b = 79 \Leftrightarrow 6a - 84 = b - 5 \Leftrightarrow 6(a - 14) = b - 5$. Cum $b - 5$ se împarte exact la 6, rezultă $b \in \{5, 11, 17\}$. Dacă $b = 5$, $a = 14$. Dacă $b = 11$, $a = 15$, iar dacă $b = 17$, $a = 16$ (în ambele cazuri avem $a + b > 20$).

Testul Nr. 66

1. Fie numerele $n = \overline{ab}$ şi $m = \overline{cb}$, unde $c = a - 1$. Cum ultima cifră a lui $b \cdot b$ este 0, 1, 4, 5, 6, 9, rezultă că $n \cdot m \in \{111, 444, 555, 666, 999\}$. Fie $n \cdot m = \overline{ddd} = 3 \cdot 37 \cdot d = 37 \cdot 3d$. Convine $d = 9$ şi $n = 37$, $m = 27$.
2. Notăm cu a numărul bilelor albe şi cu n numărul bilelor negre. Avem $a + n = 97$. Fie x numărul schimburilor. Avem $a = 7x$ şi $n + 2x = 57$. Cum $n = 57 - 2x$, avem $7x + 57 - 2x = 97$ şi obținem $x = 8$, $a = 56$, $b = 41$.
3. $(220 + 320) : 3 \cdot 4 = 720$ km
   $(720 + 40) : 2 \cdot 3 = 1140$ km
   Distanța este $(1140 + 60) : 3 \cdot 4 = 1600$ km.



4. Notăm cifrele cu $a \le b \le c$, $a \ge 1$. Avem $c = a + b$ şi $a \cdot b \cdot c = 4 \cdot (a + b + c)$. Obținem $a \cdot b \cdot c = 8c$ şi deci $a \cdot b = 8$. Pentru (a, b, c) avem cazurile (1, 8, 9), (2, 4, 6). Obținem 12 numere.

Testul Nr. 67

1. $\overline{ab} - \overline{ba} = 12 \cdot m \cdot a \Leftrightarrow 9(a - b) = 12ma \Leftrightarrow 3(a - b) = 4ma$. Atunci $a - b$ se împarte exact la 4 şi deci $a - b = 4$ sau $a - b = 8$. Dacă $a - b = 4$, rezultă $ma = 3$ (imposibil, pentru că $a \ge 4$). Dacă $a - b = 8$, rezultă $ma = 6$ (imposibil).
2. Ultima cifră a lui $r \cdot m$ este r. Cum $m \ne 0$, $r \ne 0$, rezultă $m = 1$. Atunci $n + p = \overline{1r} - 1 - r = 9$. Din $\overline{1r} \cdot \overline{r1} = \overline{1npr}$ rezultă $r \ge 7$. Din

$17 \cdot 71 = 1207$, $18 \cdot 81 = 1458$, $19 \cdot 91 = 1729$, convin numerele 1458 şi 1729.

3. Fie a, b lăţimea, respectiv lungimea dreptunghiului iniţial. Avem $(a + 2)(b + 3) = ab + 48 \Leftrightarrow ab + 3a + 2b + 6 = ab + 48 \Rightarrow 3a + 2b = 42$. Cum $a < b$, rezultă $5b > 48$ şi $5a < 48$, de unde $a \leq 8 < b$, $b \leq 19$. Cum $3a$ şi 42 se împart exact la 3, atunci b se împarte exact la 3. Rezultă că $b \in \{9, 12, 15, 18\}$. Pentru (a, b) avem cazurile $(8, 9)$, $(6, 12)$, $(4, 15)$, $(2, 18)$. Convin soluţiile $(8, 9)$, $(6, 12)$ şi deci perimetrul poate fi 34 sau 36.

4. Notăm cu a numărul copiilor din primul bloc. În al doilea pot fi $a + 5$ sau $a - 5$, în al treilea pot fi $a + 10$ sau $a - 10$, în al patrulea pot fi $a + 15$, $a + 5$, $a - 5$ sau $a - 15$, iar în al cincilea pot fi $a + 20$, $a - 10$, a, $a + 10$ sau $a - 20$. Numărul total al copiilor este $5a$, la care se adaugă sau se scade un număr care se împarte exact la 5.
a) Numărul total al copiilor se împarte exact la 5. Numărul 121 nu se împarte exact la 5.
b) Răspunsul este da. Exemplu: $30 + 25 + 20 + 25 + 30 = 130$.

Testul Nr. 68

1. Fie S_i suma unor numere de pe coloana i. Suma celorlalte numere este $S_i + 2$, unde $i = \overline{1, 5}$. Suma numerelor de pe fiecare coloană este $S_i + S_i + 2 = 2(S_i + 1)$. Suma tuturor numerelor este $2(S_1 + 1 + S_2 + 1 + \ldots + S_7 + 1) = 2[(S_1 + S_2 + \ldots + S_5) + 1] = 2(a + 1)$. Dar $S = 1 + 2 + \ldots + 25 = 195 \neq 2(a + 1)$. Nu este posibil.

2. Notăm numerele cu a, b, c. Din $(a + b) \cdot 2 = 5c$ şi $(a - b) : 3 = c : 2$ rezultă $2a + 2b = 7c$ şi $2a - 2b = 3c$, de unde $a = 2c = 4b$. Atunci $a + b + c = 7b$. Cum $10 \leq 7b \leq 99 \Rightarrow 2 \leq b \leq 14$; sunt 13 valori.

3. Notăm numerele cu a, b, c, d şi avem $a + b + c + d = 2020$. Presupunem că suma oricăror 3 numere dintre numerele a, b, c, d este mai mică decât 1515. Adunând inegalităţile $a + b + c < 1515$, $a + b + d < 1515$, $a + c + d < 1515$, $b + c + d < 1515$ rezultă $3 \cdot 2020 < 4 \cdot 1515$ (fals). Presupunerea este falsă.

4. Dacă A parcurge 120 m : 30 = 4 m, B parcurge 90 m : 30 = 3 m. Dacă B parcurge 60 m : 10 = 6 m, C parcurge 50 m : 10 = 5 m. Dacă A parcurge 4 m · 50 = 200 m, B parcurge 3 m · 50 = 150 m = = 6 · 125 m şi deci C parcurge 5 m · 25 = 125 m.

Testul Nr. 69

1. $\overline{abc} = 6 \cdot \overline{bc} + \overline{bc} - 10 \Rightarrow 100a + \overline{bc} = 6 \cdot \overline{bc} + \overline{bc} - 10 \Rightarrow 100a = 6 \cdot \overline{bc} - 10 \Rightarrow c = 0$ sau $c = 5$. Dacă $c = 0 \Rightarrow 100a = 60b - 10 \Rightarrow 10a = 6b - 1$ (fals). Dacă $c = 5 \Rightarrow 100a = 60b + 20 \Rightarrow 5a = 3b + 1 \Rightarrow a = 2, b = 3$ sau $a = 5, b = 8 \Rightarrow \overline{abc} \in \{235, 585\}$.

2. Fie scăzătorul $S = \overline{abcd}$. Pentru diferența r avem cazurile:

I. $r = \overline{abc}$, $d = 2$. Avem $\overline{abc2} + \overline{abc} = 3632 \Rightarrow 11 \cdot \overline{abc} = 3630 \Rightarrow \overline{abc} = 330 \Rightarrow S = 3302$.

II. $c = 2 \Rightarrow \overline{ab2d} + \overline{abd} = 3632 \Rightarrow a = 3$; $\overline{b0d} + \overline{bd} = 312$; nu avem soluție.

III. $b = 2 \Rightarrow \overline{a2cd} + \overline{acd} = 3632 \Rightarrow a = 3$; $2 \cdot \overline{cd} = 132 \Rightarrow \overline{cd} = 66 \Rightarrow \overline{abcd} = 3266$.

IV. $a = 2 \Rightarrow \overline{2bcd} + \overline{bcd} = 3632 \Rightarrow \overline{bcd} = 816 \Rightarrow \overline{abcd} = 2816$.

Scăzătorul este unul din numerele 3302, 3266, 2816.

3. Fie lungimea $L = 3a$, lățimea $l = 4b$. Avem $a = b + 3$, $L = 3(b + 3)$, $l = 4b$. Cum $L > l$, rezultă $b < 9$. Avem $b \geq 1$. Perimetrul $= 2(L + l) = 14b + 6$. Diferența cerută este $14 \cdot 8 + 6 - (14 \cdot 1 + 6) = 98$ (m).

4. Fie numerele a şi b, $S = a + b$, $D = a - b$. Avem $2S = 25D : 6 + 3$ şi $S : 4 = D : 2 + 1$. Obținem $12S = 25D + 18$ şi $S = 2D + 4$; $25D + 18 = 12(2D + 4)$; $D = 30$; $S = 64$. Din $a + b = 64$; $a - b = 30$ rezultă $a = 47$, $b = 17$.

Testul Nr. 70

1. Notăm vârstele cu T, M, F, f. Avem (T + M) + (F + f) = 80 şi T + M = 7(F + f). Rezultă F + f = 10, T + M = 70. Cum F = f + 2, rezultă f = 4, F = 6. Cum T = M + a, $a \leq 3$, rezultă 2M + a = 70. Dacă a = 0, avem M = T = 35. Dacă a = 2, avem T = 36, M = 34. Dacă a = 1, T = 35 ani şi 6 luni, M = 34 ani şi 6 luni. Dacă a = 3, avem T = 36 ani şi 6 luni, M = 33 ani şi 6 luni.

2. $102a + 120b + 111c = 1323 \Leftrightarrow (100a + 120b + 110c) + 2a + c = 1323 \Rightarrow 10(10a + 12b + 11c) + 2a + c = 1320 + 3 \Rightarrow u(2a + c) = 3$, adică $2a + c \in \{3, 13, 23\}$. Perechile (a, c) sunt (2, 3), (3, 7), (4, 5), (5, 3), (6, 1), (7, 9), (8, 7), (9, 5). Se obţin numerele $\overline{abc}$ date de 219, 327, 435, 543, 651. Suma lor este 2175.

3. $\overline{20ab} = \overline{19xy} + 29$. Dacă $a = 0$, rezultă $2000 + b = 1929 + \overline{xy}$, adică $71 + b = 10x + y \Leftrightarrow x = 7, b + 1 = y$ sau $x = 8, b = 9 + y$. Dacă $x = 7$, avem $b = 8, y = 9$. Dacă $x = 8$, nu avem soluţie. Vârsta mea este 2018 – 2008 = 10 ani. Dacă $a = 1$, rezultă $\overline{201b} = \overline{19xy} + 29 \Rightarrow 81 + b = \overline{xy} = 10x + 17 - b \Rightarrow 64 + 2b = 10x$. Din $64 + 2b \geq 64$ şi $64 + 2b \leq 82$ rezultă $x = 7$ sau $x = 8$. Dacă $x = 7, b = 3, y = 14$ (fals). Dacă $x = 8, b = 8, y = 9$. Vârsta mea este 2018 – 2018 = 0 ani.

4. Fie d vârsta lui Dan şi a vârsta lui Adi (acum). Avem $d = 4(a - d)$, de unde $5d = 4a = 20n$. Obţinem $d = 4n$, $a = 5n$. Din $5n + 5n + (5n - 4n) = 44$ rezultă $n = 4$, $a = 20$, $d = 16$.

Testul Nr. 71

1. Notăm $2 \cdot (2n - 1 + 2n : x) = y$. Avem $2n + 1 = 2n - (4n - y) + 1 \Leftrightarrow 4n - y = 0 \Leftrightarrow 4n = (2n - 1 + 2n : a) \Leftrightarrow 2n = 2n - 1 + 2n : x \Leftrightarrow 2n : x = 1 \Leftrightarrow x = 2n$.

2. a) Avem $\overline{ab} \cdot 10 + c = \overline{ab} \cdot (a + b + c) \Leftrightarrow c = \overline{ab} \cdot (a + b + c - 10) \Rightarrow$
$\Rightarrow a + b + c = 10; c = 0 \Rightarrow$ numerele sunt 910, 820, 730, 640, 550, 460, 370, 280, 190. Suma lor este 4950.

b) Avem $100a + \overline{bc} = \overline{bc} \cdot (a + b + c) \Leftrightarrow 100a = \overline{bc} \cdot (a + b + c - 1)$.

Dacă $a = 1 \Rightarrow 100 = \overline{bc} \cdot (b + c)$. Pentru $(\overline{bc}, b + c)$ avem perechile (10, 10), (20, 5), (25, 4), (50, 2), care nu convin.

Dacă $a = 2 \Rightarrow 200 = \overline{bc} \cdot (b + c + 1)$. Pentru $(\overline{bc}, b + c + 1)$ avem perechile (10, 20), (20, 10), (25, 8), (50, 4) şi convine $\overline{bc} = 25$,

$\overline{abc} = 225$.

Dacă $a = 3 \Rightarrow 300 = \overline{bc} \cdot (b + c + 2)$ şi avem perechile (10, 30), (20, 15), (25, 16), (50, 6), (75, 4). În acest caz nu avem soluții.

3. Notăm cu a, b, c numărul obiectelor de 2 lei, de 4 lei, respectiv de 5 lei. Avem $a + b + c = 17$ şi $2a + 4b + 5c = 62$. Atunci $2a + 4b + 5c - 2(a + b + c) = 62 - 2 \cdot 17 \Leftrightarrow 2b + 3c = 28$. Pentru (b, c) avem soluțiile (2, 8), (5, 6), (8, 4), (11, 2). Tripletele (a, b, c) sunt (7, 2, 8), (6, 5, 6), (5, 8, 4), (4, 11, 2).

4. a) Putem avea 2 numere sau 4 numere sau 6 numere consecutive. Exemple: I. 2, 4, 6, 7, 9, 11; II. 4, 6, 8, 7, 9, 11; III. 4, 6, 8, 5, 7, 9.

b) Pentru $a = 4$ avem doar două cazuri.

i) Numerele sunt $2n$, $2n + 2$, $2n + 3$, $2n + 4$, $2n + 5$, $2n + 7$. Atunci $S = 12n + 21$ şi $m_1 = \min S = 21$, $M_1 = \max S = 93$.

ii) Numerele sunt $2n - 1$, $2n + 1$, $2n + 2$, $2n + 3$, $2n + 4$, $2n + 6$. Atunci $S = 12n + 15$ şi $m_2 = \min S = 27$, $M_2 = \max S = 99$.

Deci, $\min S = \min(m_1, m_2) = 21$, $\max S = \max(M_1, M_2) = 99$.

c) Notăm numerele cu $2n - 1$, $2n + 1$, $2n + 3$, $2m - 2$, $2m$, $2m + 2$. Avem cazurile:

i) $(2n + 3) + 1 < 2m - 2 \Leftrightarrow m > n + 3$. Suma este $S = 6n + 6m + 5 = 6(m + n) + 5 \leq 99 \Rightarrow m + n \leq 15$. Avem $\max S = 95$ pentru $m + n = 15$ (pentru (m, n) avem cazurile (10, 5), (11, 4), (12, 3), (13, 2), (12, 1). Avem $\min S = 6 \cdot 5 + 5 = 35$.

ii) $2m + 2 < 2n - 1 \Leftrightarrow n \geq m + 2$. Atunci $\min S = 6 \cdot (3 + 1) + 5 = 29$ şi $\max S = 6 \cdot 15 + 5 = 95$.

Testul Nr. 72

1. i) $L = n + 1$, $l = n$, x latura pătratului $\Rightarrow 2(2n + 1) = 4x \Rightarrow 2n + 1 = 2x$ (fals);

ii) $L = 2n + 2$, $l = 2n \Rightarrow 2(2n + 2 + 2n) = 4x \Rightarrow 4n + 2 = 2x \Rightarrow x = 2n + 1$ (da);

iii) $L = 2n + 1$, $l = 2n - 1 \Rightarrow 2(2n + 1 + 2n - 1) = 4x \Rightarrow x = n$ (da).

2. Deoarece $2 \cdot a \cdot a$ şi 76 sunt numere pare, rezultă că b şi c sunt simultan impare sau simultan pare.

i) Dacă $b = 2m$, $c = 2n$, rezultă $a \cdot a = 38 - 3m - 5n \leq 30 \Rightarrow a \in$

$\in \{1, 2, 3, 4, 5\}$. Cum $m \le 4$, $n \le 4 \Rightarrow 3m + 5n \le 32 \Rightarrow a = 1$ nu este soluție. Dacă $a = 2 \Rightarrow 3m + 5n = 34$ (fals). Dacă $a = 3 \Rightarrow$ $\Rightarrow 3m + 5n = 27 \Rightarrow n = 3, m = 4 \Rightarrow \overline{abc} = 386$. Dacă $a = 4 \Rightarrow$ $\Rightarrow 3m + 5n = 22$ (nu avem soluție). Dacă $a = 5 \Rightarrow 3m + 5n =$ $= 13 \Rightarrow m = 1, n = 2 \Rightarrow \overline{abc} = 524$.

ii) Dacă $b = 2m + 1$, $c = 2n + 1$, $m, n \in \{0, 1, 2, 3, 4\} \Rightarrow 2 \cdot a \cdot a +$ $+ 3 \cdot (2m + 1) + 5 \cdot (2n + 1) = 76 \Rightarrow a \cdot a + 3m + 5n = 33$. Pentru $a \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$ avem $a = 1$, $3m + 9n = 32$ sau $a = 2$, $3m +$ $+ 5n = 29$ sau $a = 3$, $3m + 5n = 24$ sau $a = 4$, $3m + 5n = 17$ sau $a = 5$, $3m + 5n = 12$. Cum $m \le 4$, $n \le 4$, rezultă $3m + 5n \le 32$. Obținem pentru (a, m, n) tripletele $(1, 4, 4)$, $(2, 3, 4)$, $(3, 3, 3)$, $(4, 4, 1)$. Mai avem $\overline{abc} \in \{299, 279, 377\}$.

3. Avem $x = 6y + 13$, unde $y > 13$ şi $a \cdot a = 5 \cdot (6y + 13) - 30y + 35 =$ $= 100$. Avem $a = 10$ şi cum $x \le 99$, rezultă $y \le 14$. Avem $y = 14$, $x = 97$, $11b = 97 + 14 - 100 = 11$ şi deci $b = 1$.

4. Avem $36t = \dfrac{1080}{2}$ şi deci $t = 15$ minute. În 15 minute au parcurs $(24 + 36) \cdot 15 = 900$ m, iar prima a parcurs singură $1080 - 900 =$ $= 180$ m.

Testul Nr. 73

1. Fie numerele a, b, c, d. Din $a - 2 = b + 3 = c : 4 = 5 \cdot d$ rezultă $a =$ $= 5d + 2$, $b = 5d - 3$, $c = 20d$ şi $S = 31d - 1$. Din $31d - 1 \ge 42$ şi $31d - 1 \le 98$ rezultă $d = 2$ sau $d = 3$. Dacă $d = 2$, numerele sunt 12, 7, 40, 2. Dacă $d = 3$, numerele sunt 17, 12, 60, 3.

2. Fie $A = \overline{abc}$. Numărul 999 nu este soluție. Fie $A = \overline{ab9}$, cu $b \le 8$. Avem $a + b + 9 = 2(a + b + 1)$, de unde $a + b = 7$ şi $A \in \{169, 259,$ $349, 439, 529, 619, 709\}$. Fie $A = \overline{ab}$. Numărul 99 nu convine. Fie $A = \overline{a9}$, cu $a \le 8$. Avem $a + 9 = 2(a + 1) \Rightarrow a = 7 \Rightarrow A = 79$.

3. a) Avem $\overline{aba} \cdot 11c = 1111a = 11 \cdot 101 \cdot a \Leftrightarrow \overline{aba} \cdot c = 101 \cdot a$. Cum 101 este un număr care se împarte exact doar la 1 şi la el însuşi (numit număr prim), rezultă că $\overline{aba}$ se împarte exact la 101, adică $\overline{aba} = n \cdot 101$, unde $1 \le n \le 9 \Rightarrow nc = a$. Dacă $a = 1$, avem $n = c = 1$ şi $\overline{abc} = 101$. Dacă $a = 2$, avem $n = 2$, $c = 1$ sau $n = 1$, $c = 2$ şi $\overline{abc} \in \{201, 202\}$. În mod analog obţinem $\overline{abc} \in$ $\in \{301, 303, 401, 402, 404, 501, 505, 601, 602, 603, 606, 701, 707, 801, 802, 804, 808, 901, 903, 909\}$.

b) $10 \cdot \overline{mnp} + p - \overline{mnp} = 181 \cdot 10p \Leftrightarrow 9 \cdot \overline{mnp} + p = 181 \cdot 10p \Leftrightarrow$

$\Leftrightarrow 90\overline{mn} + 10p = 181 \cdot 10p \Leftrightarrow 90 \cdot \overline{mn} = 180 \cdot 10p \Leftrightarrow \overline{mn} = 20p$ şi deci $\overline{mnp} \in \{201, 402, 603, 804\}$.

4. Fie a, $a + 2$, $a + 4$, $a + 6$ vârstelor copiilor şi $2 \cdot (a + a + 2 + a + 4 + a + 6) = 8a + 24$ vârsta tatălui. Avem $(4a + 12) : 4 + 4a + 12 < 24 \Leftrightarrow 5a < 9$ şi deci $a = 1$. Vârstele sunt 1, 3, 5, 7 şi 32 ani.

Testul Nr. 74

1. a) $\overline{ab} \cdot \overline{cd} = 400 + \overline{ab} \Leftrightarrow \overline{ab}(\overline{cd} - 1) = 400 \Leftrightarrow$ perechile $(\overline{ab}, \overline{cd} - 1)$ sunt (10, 40), (16, 25), (20, 20), (25, 16), (40, 10). Perechile $(\overline{ab}, \overline{cd})$ sunt (10, 41), (16, 26), (20, 21), (25, 17), (40, 11).

b) $(100\overline{ab} + \overline{ab}) : 9 = 101 \cdot c \Leftrightarrow 101 \cdot \overline{ab} = 9 \cdot 101 \cdot c \Leftrightarrow \overline{ab} = 9c \Rightarrow \overline{abc} \in$ $\in \{182, 273, 364, 455, 546, 637, 728, 819\}$.

2. $\overline{abc} = 101 \cdot n + 99$, unde $1 \le n \le 8$. Avem $\overline{abc} + 2 = 101(n + 1) \Rightarrow$ $\Rightarrow \overline{abc} + 2 \in \{202, 303, 404, 505, 606, 707, 808, 909\} \Rightarrow \overline{abc} \in$ $\in \{200, 301, 402, 503, 604, 705, 806, 907\}$. Convine numărul 705.

3. Fie n împărţitorul, $n > 5$. Deîmpărţitul este $9n + 5$. Avem $11n = 9n + 5 + n + 9 + 5$, de unde $n = 19$, $D = 176$.

4. Notăm cu $7a$ preţul unei cămăşi şi cu $4b$ preţului unei cravate. Atunci $\frac{3}{7}$ din $7a$ este $3a$, iar $\frac{3}{4}$ din $3 \cdot 4b = 12b$ este $9b$. Avem $3a = 9b$ şi deci $a = 3b$. Din $7a + 4b = 21b + 4b = 25b = 200$ rezultă $b = 8$. O cămaşă costă $21 \cdot 8 = 168$ lei, iar o cravată $4 \cdot 8 = 32$ lei. Atunci 4 cravate şi 2 cămăşi costă $4 \cdot 32 + 2 \cdot 168 = 464$ lei.

Testul Nr. 75

1. a) Doar $a = 9$ este soluție. Avem $994 \cdot 94 = 93436$;
b) $3636 = 101(1 + 2 + 3 + \ldots + b) = 101 \cdot b \cdot (b + 1) : 2 \Rightarrow 7272 = 101 \cdot b \cdot (b + 1) \Rightarrow 72 = b \cdot (b + 1) \Rightarrow b = 8$.

2. Avem $7\underbrace{00...0}_{m \text{ cifre}} + n = 5 \cdot 10n + 35 \Rightarrow 49n = 7\underbrace{00...0}_{m \text{ cifre}} - 35$. Se determină care dintre numerele 665, 6965, 69965, 699965, 6999965 etc se împarte exact la 49 şi apoi n.

3. a) Dacă t este timpul, avem $10 \cdot (t + 1) = 15t \Rightarrow t = 2$ (ore).
b) Distanța AB este de $15 \cdot 2 = 30$ km. Fie t_1 timpul până la a doua întâlnire. Avem $(10 + 15) \cdot t_1 = 60$ km $\Rightarrow 25t_1 = 60 \Rightarrow 5t_1 = 12$. Avem 12 ore = 720 minute şi $t_1 = 720 : 5 = 144$ minute. Biciclistul care a plecat din B a parcurs $\frac{12}{5}$ din 15, adică 36 km. Distanța față de A este $36 - 15 = 21$ km.

4. Avem $a = 2b$; $2c = a + b = 3b$; $3d = a + b + c = 3c + c = 3c$. Rezultă $d = c$; $3b = 2c = 6n \Rightarrow b = 2n$, $c = d = 3n$, $a = 4n$. Cum $4n \leq 9 \Rightarrow n \in \{1, 2\} \Rightarrow \overline{abcd} \in \{4233, 8466\}$.

Testul Nr. 76

1. $333 + 333 + 3 \cdot 33 = 765$.

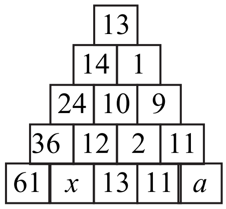
2. *Cazul 1.* $S_n = 1 + 2 + \ldots + n = n(n + 1) : 2 = \overline{aa} \Leftrightarrow n(n + 1) = 2 \cdot \overline{aa} \in \{22, 44, 66, 88, 110, 132, 154, 176, 198\}$. Avem $110 = 10 \cdot 11$; $132 = 11 \cdot 12$ şi deci $n \in \{10, 11\}$.

Cazul 2. $S_n = n(n + 1) : 2 = \overline{aaa} \Leftrightarrow n(n + 1) = 222a \Rightarrow S_n \in \{222, 444, 666, 888, 1110, 1322, 1554, 1776, 1998\}$. Produsul a două numere consecutive are ultima cifră 0, 2 sau 6. Pot fi soluții doar numerele 22, 666, 1110, 1332, 1776. Cum $14 \cdot 15 = 210 < 222 < 15 \cdot 16 = 240 \Rightarrow 222$ nu convine. Cum $25 \cdot 26 = 650 < 666 < 26 \cdot 27 \Rightarrow 666$ nu convine. Avem $36 \cdot 37 = 1332$ şi deci $n = 36$. Cum $42 \cdot 43 = 1706 < 1776 < 43 \cdot 44 = 1892 \Rightarrow 1776$ nu convine. În concluzie, avem suma $10 + 11 + 36 = 57$.

3. Urmărind tabelul de mai jos, sunt $2 \cdot 2 + 4 \cdot 9 + 3 \cdot 81 = 287$ numere.

Forma lui $\overline{abcd}$	numărul de numere
$\overline{a000}$	2
$\overline{100b}$	9
$\overline{10b0}$	9
$\overline{1b00}$	9
$\overline{10ab}$	$9 \cdot 9 = 81$
$\overline{1a0b}$	81
$\overline{1ab0}$	81
$\overline{200b}$	9
$\overline{20b0}$	2

4. Fie x numărul din tabel. Avem $13 - x = 12$ sau $x - 13 = 12$. Avem deci $x = 1$ sau $x = 25$. Pentru fiecare număr dintr-o căsuță liberă avem două variante. Vom lua cazul $x = 25$. O soluție este cea din figura alăturată, aflând celelalte numere în ordinea 36, 24, 14, 1, 9, 2, 11. De exemplu, în ultima căsuță liberă putem avea $a = 0$ sau $a = 22$.



Testul Nr. 77

1. Fie $n = \overline{ab}$. Avem două cazuri: I. $a > b$; II. $a < b$.

Cazul I. $a + b = 3(a - b) + r$, $0 \leq r < 2$. Obținem $2a = 4b - r$. Dacă $r = 0$, avem $a = 2b$ şi $n \in \{21, 42, 63, 84\}$. Dacă $r = 1$, avem $2a = 4b - 1$ (imposibil, pentru că $2a$ este număr par şi $4b - 1$ este număr impar). Dacă $r = 2$, avem $a = 2b - 1$ şi $n \in \{11, 32, 53, 74, 95\}$.

Cazul II. $a + b = 3(b - a) + r$, $r \in \{0, 1, 2\}$. Rezultă $4a = 2b + r$. Observăm că $r = 1$ nu convine. Dacă $r = 0 \Rightarrow b = 2a \Rightarrow n \in \{12, 24, 36, 48\}$. Dacă $r = 2$, rezultă $2a = b + 1 \Rightarrow n \in \{11, 23, 35, 47, 59\}$. Suma numerelor este 769. De ce nu este 780?

2. Răspuns „sugerat”: 9 – 2 = 7. Efectuați mutarea.

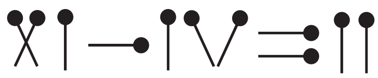
3. Avem succesiv: $2\cdot\overline{mnpr}+38=19\cdot\overline{mpr}\Rightarrow$ u($2r$ + 8) = u($9r$) (unde u(n) = ultima cifră a lui n) $\Rightarrow r = 4 \Rightarrow 2\cdot\overline{mnp4}+38=19\cdot\overline{mp4}\Rightarrow$
$\Rightarrow 2\cdot\overline{mnp0}+46=190\cdot\overline{mp}+76\Rightarrow 2\cdot\overline{mnp}=19\cdot\overline{mp}+3 \Rightarrow p$ impar și u($2p$) = u($19p$ + 3) $\Rightarrow p = 1$. Atunci $2\cdot\overline{mn1}=19\cdot\overline{m1}+3\Rightarrow$
$\Rightarrow 20\cdot\overline{mn}=190m+20\Rightarrow m+2n=2\Rightarrow m=2, n=0\Rightarrow\overline{mnpr}=2016$.

4. După un „exercițiu” (adică 9 + 7 + 3 = 19 mişcări), sportivul a urcat 9 – 7 + 3 = 5 trepte. Avem 2031 = 106 · 19 + 17. După 106 · 19 = = 2014 mişcări, sportivul a urcat 106 · 5 = 530 trepte. Mai urcă 9 trepte, ajungând pe treapta 539, coboară 7 trepte, ajungând pe treapta 532, apoi urcă o treaptă, ajungând pe treapta 531. Trebuie amenajate minimum 539 de trepte.

Testul Nr. 78

1. Notăm sumele celor trei copii cu a, b, c. Sumele rămase sunt $a : 2$, $b : 3$, $c : 4$.
Cazul 1. $a : 2 = 2n - 1$; $b : 3 = 2n + 1$; $c : 4 = 2n + 3 \Rightarrow a = 4n - 2$; $b = 6n + 3$; $c = 8n + 12 \Rightarrow S = a + b + c = 18n + 13$. Cum 193 = = 18 · 10 + 13 $\Rightarrow n = 10 \Rightarrow a = 38$; $b = 63$; $c = 92$.
Cazul 2. $a : 2 = 2m + 3$; $b : 3 = 2m + 1$; $c : 4 = 2m - 1 \Rightarrow a = 4m + 6$; $b = 6m + 3$; $c = 8m - 4 \Rightarrow S = 18m + 5$. Cum 203 = 18 · 11 + 5 $\Rightarrow$ $\Rightarrow m = 11 \Rightarrow a = 50$; $b = 69$; $c = 84$.

2. a) Nu; b) Nu.



3. Pentru scrierea numerelor de la 1 la 79, cifra 8 este folosită de 8 ori. De la numerele 80 la 88 inclusiv, cifra 8 mai este folosită de 10 ori. Atunci pentru numerele de la 1 la 88 inclusiv, cifra 8 este folosită de 18 ori. Cifra 8 mai trebuie folosită încă o dată şi deci apare şi pagina 89, dar nu mai apare pagina 98. Cum orice caiet numerotat are un număr par de pagini, acesta poate avea 90, 92, 94 sau 96 de pagini.

4. $99 \cdot n = \overline{cba} - \overline{abc} = 99(c - a) \Rightarrow c - a = n \geq 5 \Rightarrow c - a \in \{5, 6, 7, 8\}$.

Dacă $n = 5 \Rightarrow \overline{nabcd} \in \left\{\overline{51b6}, \overline{52b7}, \overline{63b8}, \overline{54b9} \mid 0 \leq b \leq 9\right\}$.

Dacă $n = 6 \Rightarrow \overline{nabcd} \in \left\{\overline{61b7}, \overline{62b8}, \overline{63b9} \mid 0 \leq b \leq 9\right\}$.

Dacă $n = 7 \Rightarrow \overline{nabcd} \in \left\{\overline{71b8}, \overline{72b9} \mid 0 \leq b \leq 9\right\}$.

Dacă $n = 7 \Rightarrow \overline{nabcd} \in \left\{\overline{81b9} \mid 0 \leq b \leq 9\right\}$.

În total sunt $10 \cdot (3 + 2 + 1) = 60$ de numere.

Testul Nr. 79

1. O soluție este cea din tabelul de mai jos. Mai sunt şi alte soluții?

10	9	8	7	6
9	8	7	6	10
8	7	6	10	9
7	6	10	9	8
6	10	9	8	7

2. Cazul general: $\{[(a - 6) : n + n] : (n + 1) + (n + 1)\} : (n + 2) + n + 2 = n + 3$, $n \in \mathbb{N}^*$. Avem succesiv: $(n + 3) - (n + 2) = 1$. Conținutul acoladei este $n + 2$. Avem $(n + 2) - (n + 1) = 1$, deci conținutul parantezei pătrate este $n + 1$. Avem $(n + 1) - n = 1$. Atunci $a - 6 = 1$ şi deci $a = 7$.

3. $n - m = n : 5 \Rightarrow 5n - 5m = n \Rightarrow 4n = 5m = 20p \Rightarrow n = 5p$, $m = 4p$. Cum $n \leq 99$, $m \leq 99 \Rightarrow p \leq 19$. Suma acestor numere este $(5 + 4) \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + 19) = 9 \cdot 19 \cdot 20 : 2 = 1710$.

4. Avem $9a - 9b = a \cdot b - a \Rightarrow 10a = 9(b + a)$. Cum $10a$ se împarte exact la 9, putem avea doar $a = 1$ sau $a \in \{3, 6, 9\}$. Se obțin numerele 64, 95.

Testul Nr. 80

1. Luăm cazul $a \le b \le c$. Tripletele posibile sunt (1, 6, 6), (2, 3, 6). În total sunt 3 + 6 = 9 numere. Suma numerelor este $222 \cdot (2 + 3 + 6) + 111 \cdot (1 + 6 + 6) = 3885$.
2. Avem $\overline{a0a} + \overline{b0b} + \overline{aa} + \overline{bb} + \overline{ccc} = \overline{201n} \Leftrightarrow 112(a + b) + 111c = \overline{201n} \Leftrightarrow 111 \cdot (a + b + c) + (a + b) = 111 \cdot 18 + \overline{1n} + 2 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow a + b + c = 18$ şi $a + b = \overline{1n} + 2$. Deci $\overline{1n} + 2 + c = 18 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow \overline{1n} + c = 16 \Leftrightarrow n + c = 6$. Numerele $\overline{nc}$ sunt 15, 24, 33, 42, 51, 60.
3. După 3 sărituri ale lui A şi 5 sărituri ale lui B, A se apropie de B cu $3 \cdot 120 - 5 \cdot 60 = 60$ cm. Avem 72 dm = 720 cm şi 720 : 60 = 12. B efectuează $12 \cdot 5 = 60$ sărituri.
4. $a \cdot (b + c) = ab + ac = 120 \Rightarrow 48 + ac = 120 \Rightarrow ac = 72$. Avem $ab \cdot ac \cdot bc = 48 \cdot 96 \cdot 72 \Leftrightarrow a \cdot a \cdot b \cdot b \cdot c \cdot c = (6 \cdot 8) \cdot (8 \cdot 12) \cdot (6 \cdot 12) = (6 \cdot 6) \cdot (8 \cdot 8) \cdot (12 \cdot 12) \Rightarrow a \cdot b \cdot c = 6 \cdot 8 \cdot 12 \Rightarrow a = (6 \cdot 8 \cdot 12) : 96 = 6$; $b = 8$, $c = 12$.

Testul Nr. 81

1. Avem $110a + 113b + 113c = \overline{201n} \Rightarrow 110(a + b + c) + 3b + c = 110 \cdot 18 + 3n \Rightarrow a + b + c = 18$ şi $3b + c = \overline{3n}$. Cum $\overline{3b} = \overline{3n} - c \geq 30 - 9 = 21 \Rightarrow b \geq 7$. Pentru $b = 7$, avem $\overline{cn} = 90$. Pentru $b = 8$, avem $\overline{cn} \in \{60, 71, 82, 93\}$. Pentru $b = 9$, avem $\overline{cn} \in \{30, 41, 52, 63, 74, 85, 96\} \Rightarrow$ suma = 837.
2. a) XIII – V = VIII; b) XII – VI ≠ VII; c) XIII – V ≠ VII.
3. Fie a şi b numărul elementelor celor două mulţimi. Avem $60a + 160b = 120(a + b) \Leftrightarrow 40b = 60a \Leftrightarrow 2b = 3a = 6k \Rightarrow a = 2k$, $b = 3k \Rightarrow a + b = 5k$. Din $21 < 5k < 34 \Rightarrow 5k \in \{30, 25\}$.
4. Notăm preţul unui caiet, al unei cărţi, respectiv al preţul unui album cu $2n$, $10n$, respectiv $15n$. Din $15n - 2n = 13n = 39 \Rightarrow n = 3$. Preţurile sunt 6 lei, 30 lei, 45 lei.

Testul Nr. 82

1. Din $c > b \geq 2 \Rightarrow a = b + c + 1 \geq 2 + 3 + 1 = 6$ şi deci $a \in \{6, 7, 8, 9\}$. Avem d egal cu $\frac{1}{3}$ din $a + b + c = a + a - 1 = 2a - 1$. Cum $2a - 1$ se împarte exact la 3, rezultă $a = 8$ şi $d = 5$. Cum $b + c = a - 1 = 7$ şi $2 \leq b < c$, rezultă $b = 2$, $c = 5$ sau $b = 3$, $c = 4$. Numerele $\overline{abcd}$ sunt 8255 şi 8345.

2. Notând cu a, b, c numărul de nuci pe care la au Ana, Barbu şi Costin, rezultă $a - 3 = b + 3$ şi $b + 5 = c - 5$, de unde $a = b + 6$, $c = b + 10$ şi $a + b + c = 3b + 16 = \overline{dd} = 11d$. Avem $3(b + 5) + 1 = 12d - d$. Cum $3(b + 5)$ şi $12d$ se împart exact la 3, atunci $d + 1$ se împarte exact la 3 şi deci $d \in \{2, 5, 8\}$. Dacă $d = 2$, rezultă $b = 2$, $a = 8$, $c = 12$. Dacă $d = 5$, rezultă $b = 13$, $a = 19$, $c = 23$. Dacă $d = 8$, rezultă $b = 24$, $a = 30$, $c = 34$.

3. *Cazul 1.* Dacă numerele sunt $2n + 1$, $2n + 2$, $2n + 3$, $2n + 4$, $2n + 5$, $2n + 6$ şi $2n + 7$, avem $2n + 2 + 2n + 4 + 2n + 6 = 108 \Rightarrow 2n = 32$ $\Rightarrow$ numerele sunt 33, 34, 35, 36, 37, 38, 39.
Cazul 2. Dacă numerele sunt $2m$, $2m + 1$, $2m + 2$, $2m + 3$, $2m + 4$, $2m + 5$, $2m + 6$, avem $2m + 2m + 2 + 2m + 4 + 2m + 6 = 138 \Rightarrow$ $\Rightarrow 8m + 12 = 108 \Rightarrow 2m = 24 \Rightarrow$ numerele sunt 24, 25, 26, 27, 28, 29, 30.

4. $\overline{ab} + \overline{n2} = 2 \cdot \overline{ab} \Rightarrow \overline{n2} = \overline{ab} \Rightarrow n = a$, $b = 2$. Numerele sunt 12, 22, 32, 42 şi au suma 108.

Testul Nr. 83

1. a) Avem $4 \cdot 6 = 24 < 25$. Trebuie să fie rezolvată cel puţin o problemă cu 7 puncte. Luăm o problemă de 7 puncte şi 3 probleme de 6 puncte.

b) Pentru 23 de puncte, care este număr impar, dar şi sumă a patru numere, trebuie luate o problemă sau 3 probleme de număr impar de puncte. Dacă luăm o problemă de 3 puncte (sau 3 probleme de 3 puncte), atunci maximul ar fi $3 \cdot 3 + 6 = 15$ puncte <

< 23. Dacă luăm una de 7 puncte, avem nevoie de 2 de 6 puncte şi una de 4 puncte. Ultima variantă este 3 probleme de 7 puncte şi una de 2 puncte.

c) Pentru 14 puncte avem cazurile din tabelul de mai jos.

Punctaj problemă	7	6	4	3	2	0	Total puncte
Numărul de probleme	2	–	–	–	–	2	14
	1	0	1	1	0	1	
	0	2	0	0	1	1	
	0	1	2	0	0	1	
	0	1	1	0	2	0	
	0	1	0	2	1	0	
	0	0	3	0	1	0	
	0	0	2	2	0	0	

2. Avem $\overline{ab}\cdot\left(\overline{ab}+1\right):2=2\cdot\overline{abc}$. Fie $n=\overline{ab}$. Rezultă $n(n+1) = 4(10n+c) \Rightarrow n(n-39) = 4c$. Deoarece $0 \le 4c \le 36$, pentru $n < 39 \Rightarrow n(n-39) < 0$, iar pentru $n \ge 40 \Rightarrow c \ge 10$. Rămâne $n=\overline{ab} = 39$ şi $c = 0$, adică $\overline{abc} = 390$.

3. a) Observăm că $1 = 1 \cdot 1$; $1 + 3 = 2 \cdot 2$; $1 + 3 + 5 = 3 \cdot 3$; $1 + 3 + 5 + 7 = 4 \cdot 4$. Avem $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + (2n - 1) = n \cdot n$. Pentru $n = 20$ avem $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 39 = 20 \cdot 20 = 400$.

b) Suma primelor 20 de numere este $(2 + 3) + (5 + 6 + 7 + 8) + (10 + 11 + 12 + 13 + 14 + 15) + (17 + 18 + 19 + 20 + 21 + 22 + 23 + 24) = (1 + 2 + 3 + \ldots + 24 + 25) - (1 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 3 \cdot 3 + 4 \cdot 4 + 5 \cdot 5) = 25 \cdot 26 : 2 - (1 + 4 + 9 + 16 + 25) = 270$.

4. Notăm numărul dublurilor pentru copii cu n, $2n$, $3n$. Copiii au, în ordine, $2n + 32$, $4n + 20$, respectiv $4n + 8$ timbre. Din $2n + 32 + 4n + 20 + 6n + 8 = 132$ rezultă $n = 66$. Copiii au, în ordine, $2 \cdot 6 + 32 = 44$; $4 \cdot 6 + 20 = 44$; $6 \cdot 6 + 8 = 44$ (timbre).

Testul Nr. 84

1. Tripletele de numere consecutive de două cifre alese dintre cifrele numărului 2019 sunt (10, 11, 12), (20, 21, 22) şi (90, 91, 92). Sumele sunt 33, 63, 273.

2. După ce au fost date 4 timbre, urmează să dea din nou un timbru primului copil. După $4m$ timbre date ajunge să dea timbre din nou primului copil. Avem schema din tabelul de mai jos.

Cazul	Număr total de timbre date	Număr de timbre date de:		
		primul copil	al doilea copil	al treilea copil
a)	$4m$	m	$2m$	m
b)	$4m + 1$	$m + 1$	$2m$	m
c)	$4m + 2$	$m + 1$	$2m + 1$	m
d)	$4m + 3$	$m + 1$	$2m + 2$	$m + 1$

Nu putem avea 3 numere consecutive în cazurile a) şi d). În cazul b) avem numere consecutive dacă $2m = m + 2 \Leftrightarrow m = 2$. Au fost date 9 timbre. Cum $9 = 8 + 1$, ultimul timbru l-a dat primul copil. În cazul c) avem numere consecutive dacă $m + 2 = 2m + 1 \Rightarrow m = 1$. Au fost date 6 timbre şi ultimul timbru l-a dat al doilea copil.

3. $121 \cdot d \cdot d = 11(a + b) \Rightarrow 11 \cdot d \cdot d = a + b \leq 18 \Rightarrow a + b = 11$.
$\overline{ab} - \overline{ba} = c \cdot c \Leftrightarrow 9 \cdot (a + b) = c \cdot c \Rightarrow a - b \in \{0, 1, 4, 9\}$; $\overline{abc} = 651$.

4. Dacă $n = 1 \Rightarrow \overline{mm} = \overline{mnp}$ (fals). Dacă $n \geq 3 \Rightarrow \overline{mm} \cdot \overline{mm} \cdot ... \cdot \overline{mm} \geq$ $\geq 11 \cdot 11 \cdot 11 > \overline{mnp}$. Avem $n = 2$ şi $\overline{m2p} = \overline{mm} \cdot \overline{mm} = 11m \cdot 11m =$ $= 121 \cdot m \cdot m$. Din $\overline{m2p} \leq 929 \Rightarrow 121 \cdot m \cdot m \leq 929 \Rightarrow m \leq 2$. Dacă $m = 2 \Rightarrow \overline{22p} = 484$ (fals). Dacă $m = 1 \Rightarrow p = 1 \Rightarrow \overline{mnp} = 121$.

Testul Nr. 85

1. Observăm că $a \neq 1$, $a \neq 2$. Pentru $a = 4$ avem tabelul din figura 1. Pentru $a = 3$, în figura 2 avem $a \neq 1$, $a \neq 2$, $a \neq 3$ şi deci $a = 4$. Apare un pătrat de forma din figura 3, care nu convine. Soluția din figura 1 este unică.

1	3	2	4
2	4	1	3
3	1	4	2
4	2	3	1

Fig. 1

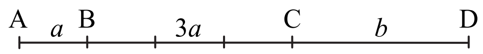
1		2	
2			3
a	1	3	
	4		

Fig. 2

4	1
	4

Fig. 3

2. Fie distanțele AB = a, BC = $3a$. Avem $4a + b = 144$. Dacă $a < b$, $a = 20 \Rightarrow b = 64 \Rightarrow$ BD = 124 km. Dacă $b = 20 \Rightarrow 4a = 124 \Rightarrow a = 31 \Rightarrow$ BD = 113.



3. $\overline{ab} \cdot c - a \cdot \overline{cb} = (10a + b) \cdot c - a(10c + b) = 10ac + bc - 10ac - ab = b(c - a)$. Cum $8 = 1 \cdot 2 = 2 \cdot 4 = 4 \cdot 2 = 8 \cdot 1$, avem cazurile;
a) $b = 1$, $c - a = 8 \Rightarrow$ nu avem soluție (c impar); b) $b = 2$, $c - a = 4 \Rightarrow$ numerele 226, 428; c) $b = 4$, $c - a = 2 \Rightarrow$ numerele 224, 446, 648; d) $b = 8$, $c - a = 1 \Rightarrow$ numerele 182, 384, 586, 788.

4. Numărul cerut este 0.

Testul Nr. 86

1. Avem $101a + 110b + 11c = 111a + 111b \Leftrightarrow 11c = 10a + b \Leftrightarrow \overline{cc} = \overline{ab} \Leftrightarrow a = b = c$. Numerele sunt $\overline{aaa}$. Numărul cerut este $111(1 + 3 + 5 + 7 + 9 - 2 - 4 - 6 - 8) = 555$.

2. Avem $83 = a \cdot c + 11$, cu $a \geq 12$. Rezultă că $83 - 11 = 72$ se împarte exact la $a \geq 12$. Avem $a \in \{12, 18, 24, 36, 72\}$.

3. a) $206 - 202 = 4$; $206 + 4 = 210$; $210 + 4 = 2014$. Avem 3 pași.
b) Conform a), pe tablă avem numerele 202, 206, 210, 214, și 4. Adunând mereu 4, obținem toate numerele ≥ 202 care împărțite la 4, dau restul 2. Scăzând 4, obținem $202 - 4 = 198$, $198 - 4 = 192$, până la $6 - 4 = 2$.

4. Fie $a = 3m$. Avem $113 = 3m \cdot m + r$, unde $r < 3m$. Dacă $m \geq 7$, avem $3m \cdot m + r \geq 3 \cdot 7 \cdot 7 > 113$. Dacă $m \leq 5$, avem $3m \cdot m + r \leq 3 \cdot 5 \cdot 5 + (3 \cdot 5 - 1) < 113$. Rămâne $m = 6$, $a = 18$, $r = 113 - 18 \cdot 6 = 5$.

Testul Nr. 87

1. a) După un număr de k pași, suma numerelor devine egală cu: $(1 + 2) \cdot k = 3k$. Notăm numerele consecutive cu a, $a + 1$, $a + 2$, $a + 3$, iar suma lor este $4a + 6$. Trebuie să avem $4a + 6 = 3k$. Atunci $k = 2n$ și din $4a + 6 = 6n$ rezultă $a = 3m$, $n = 2m + 1$ și

$k = 4m + 2$. Pentru $m = 1$, $a = 3$, $k = 6$ avem tabelul de mai jos.

Inițial	Pasul 1	Pasul 2	Pasul 3	Pasul 4	Pasul 5	Pasul 6
0	1	2	3	3	3	3
0	2	4	4	4	4	4
0	0	0	2	3	4	5
0	0	0	0	2	4	6

b) Din rezolvarea de la a), suma celor 4 numere naturale trebuie să fie de forma $3k$. Dar $2020 + 2021 + 2022 + 2023 \neq 3k$.

2. Avem $11 \cdot a \cdot 11 \cdot b \cdot [11(a + b) - 55] = 11 \cdot a \cdot b \cdot [11(a + b) + 55]$. Fie $x = 11 \cdot (a + b)$. Avem $11(x - 55) = x + 55 \Leftrightarrow 10x = 12 \cdot 55 \Rightarrow$ $\Rightarrow x = 66$ şi deci $a + b = 6$. Suma este $15 + 24 + 33 + 42 + 51 =$ $= 165$.

3. Suma numerelor de pe toate cartonaşele este $1 + 2 + 3 + \ldots + 29 +$ $+ 30 = 465$. Fie $(2a - 1, 2a)$, $(2b - 1, 2b)$, $(2c - 1, 2c)$ cartonaşele scoase, unde $1 \leq a < b < c$. Suma numerelor de pe cartonaşele scoase este $2a - 1 + 2a + 2b - 1 + 2b + 2c - 1 + 2c = 6(a + b + c) -$ $- 3 = 465 - 414 = 51$. Rezultă $a + b + c = 9$. Avem pentru (a, b, c) tripletele $(1, 2, 6)$, $(1, 3, 5)$, $(2, 3, 4)$. Problema are, deci, 3 soluții.

4. Fie pătratul magic din figura 1. Suma tuturor elementelor este egală cu $3 \cdot (5 + 7 + 9) = 63$. Dacă luăm numerele consecutive n, $n + 1$, $n + 2$, …, $n + 8$, suma lor este $9n + 36$. Din $9n + 36 = 63$ rezultă $n = 3$. Numerele sunt 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11. Numărul 11 nu poate fi aşezat în locul lui c pentru că, dacă $f = 11 \Rightarrow c = 1 \Rightarrow 1 + 7 +$ $+ d = 21 \Rightarrow d = 13$ (fals). Analog, nu putem avea $c = 11$. Dacă $a =$ $= 11 \Rightarrow f = 3$, $c = 9$ (fals). Avem deci $b = 11$ sau $e = 11$. Dacă $b =$ $= 11 \Rightarrow e = 3$ (fig. 2). Au rămas numerele 4, 6, 8, 10. Cum $a + c +$ $+ 11 = 21 \Rightarrow a + c = 10$. Deci, $a = 4$, $c = 6$ sau $a = 6$, $c = 4$. Dacă $c = 6$, rezultă $6 + 9 + f = 21 \Rightarrow f = 6$ (fals). Rămâne $c = 4$, $a = 6$ şi atunci avem pătratul din figura 3. Problema are două soluții.

a	b	c
5	7	9
d	e	f

Fig. 1

6	11	4
5	7	9
10	3	8

Fig. 2

10	3	8
5	7	9
6	11	4

Fig. 2

Testul Nr. 88

1. Fie $\overline{ab}$ vârsta copilului. Avem $10a + b = 3(a + b) - 3 \Leftrightarrow 7a = 2b - 3$. Atunci $a = 2n + 1$ şi $b = 7n + 5$. Rezultă $n = 0$ şi $\overline{ab} = 15$.
2. Avem $100b + 11a = a + a \cdot a + a \cdot a \cdot a \Rightarrow 100b + 10a = a \cdot a + a \cdot a \cdot a \Rightarrow 10(10b + a) = a \cdot a \cdot (a + 1) \Rightarrow$ ultima cifră a lui $a \cdot (a + 1)$ este 0. Rezultă $a = 4$ sau $a = 5$. Dacă $a = 4 \Rightarrow 10b + 4 = 8$ (fals). Dacă $a = 5$, rezultă $b = 1$.
3. Notăm sumele avute de copii cu $2a$, $3b$, $4c$. Sumele cheltuite sunt a, b, c, iar sumele rămase sunt a, $2b$, $3c$.
   Cazul 1. Avem $a = 2n$, $2b = 2n + 2$, $3c = 2n + 4$. Din $3c = 2n + 4$ rezultă $n = 3m + 1 \Rightarrow 3c = 6m + 6 \Rightarrow c = 2m + 2$; $2a = 4n = 12m + 4$, $3b = 9m + 6$; $4c = 8m + 8$. Suma totală este $12m + 4 + 9m + 6 + 8m + 8 = 29m + 18$. Din $29m + 18 = 308$ rezultă $m = 10$ şi sumele 124, 196, 88.
   Cazul 2. Din $a = 2n + 4$, $2b = 2n + 2$, $3c = 2n = 6m$ rezultă $c = 2m$, $a = 6m + 4$, $b = 3m + 1$. Avem $2a + 3b + 4c = 308 \Leftrightarrow 29m = 297$ (fals).
4. Am avea nevoie de $(6 \cdot 6) : (1 + 3) = 9$ piese. Marcăm pătrăţelele din liniile 1, 3, 5. Am luat astfel 18 pătrăţele. Fiecare piesă acoperă 1 sau 3 pătrăţele din figura alăturată. Oricum am pune cele 9 piese, ele vor acoperi doar un număr impar de pătrăţele ($\neq 36$). Nu.

x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x
x	x	x	x	x	x

Testul Nr. 89

1. $3 \cdot 333 + 3 \cdot 333 + 3 \cdot 333 + 3 + 3 = 3003$.
2. Timpul este $70 : (8 + 12) = 70 : 20 = 7 : 2 = 3$ ore şi jumătate = 200 minute.
3. a) Deoarece 141 este număr impar, atunci printre cele 15 numere se află un număr par m de numere pare şi $15 - m$ (număr impar) de numere impare. Dacă $m = 0$, atunci cea mai mică sumă a celor 15 numere este $1 + 3 + 5 + 7 + \ldots + 29 = 15 \cdot (1 + 29) : 2 = 225 > 141$. Rezultă că avem un număr par (cel puţin două) de

numere pare.

b) Pentru $m = 2$, min $S = (1 + 2 + 3 + 4) + 5 + 7 + \ldots + 21 + 23 + 25 = 10 + 13 \cdot (5 + 25) : 2 = 175 > 141$. Pentru $m = 4$, min $S = (1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7 + 8) + (9 + 11 + 13 + \ldots + 21) = 36 + 7 \cdot (9 + 21) : 2 = 141$. Numerele cerute sunt cele din parantezele de mai sus.

4. $(\overline{ab} - 7) : 6 = (\overline{ab} - 6) : 7 \Leftrightarrow 7 \cdot (\overline{ab} - 7) = 6(\overline{ab} - 6) \Leftrightarrow 7 \cdot \overline{ab} - 6 \cdot \overline{ab} = 6 \cdot (\overline{ab} - 6) \Leftrightarrow 7 \cdot \overline{ab} - 6 \cdot \overline{ab} = 49 - 36 \Leftrightarrow \overline{ab} = 13$.

Testul Nr. 90

1. Fie n numărul de numere, cu $n \geq 3$. Notăm numerele cu a, $a + 1$, $a + 2$, …, $a + n - 1$. Suma lor este $n \cdot (a + a + n - 1) : 2 = 2020 \Leftrightarrow n(2a + n - 1) = 4040 = 8 \cdot 5 \cdot 101$. Deoarece $2a + n - 1 \geq n$, rezultă $n \leq 63$. Avem cazurile:

n	$2a + n - 1$	a	numerele
40	101	31	31, 32, …, 70
20	202	fals	
10	404	fals	

2. Presupunem că există $a, b, c \in \mathbb{N}$ care îndeplinesc condițiile date. Din condiția i) rezultă că b este număr impar. Din b impar şi condiția ii) rezultă că a este număr par. Din a par, b impar şi condiția iii) rezultă că c este număr par. Avem $(2a + 3b + 4c + a + 5b + 2c) - (5a + 7b + 3c) = 201 + 301 - 402 \Leftrightarrow 3c + b - 2a = 100$. Ultima relație este falsă pentru a şi c pare şi b impar. Nu există numere naturale cu proprietățile date. Altfel: $2(a + 5b + 2c) - (2a + 3b + 4c) = 2 \cdot 301 - 201 \Leftrightarrow 7b = 401 \Rightarrow b \notin \mathbb{N}$.

3. Cum $u(c \cdot c) = c$, $c \neq 0$, unde $u(n)$ este ultima cifră a lui n, rezultă $c \in \{5, 6\}$. Dacă $c = 5 \Rightarrow \overline{ab5} \cdot \overline{a5} = \overline{5db5} \Rightarrow a = 2 \Rightarrow (\overline{2b0} + 5) \cdot 25 = \overline{5db5} \Rightarrow (\overline{2b0} + 5) \cdot (20 + 5) = \overline{5db0} + 5 \Rightarrow 20 \cdot \overline{2b0} + 5 \cdot \overline{2b0} + 125 = \overline{5db0} + 5 \Rightarrow 2 \cdot \overline{2b0} + 5 \cdot \overline{2b} + 12 = \overline{5db} \Rightarrow b = 2 \Rightarrow d = 6 \Rightarrow \overline{abcd} = 2256$. Dacă $c = 6$, nu avem soluții.

4. În timp ce vulpea face 4 sărituri şi cânele face 3 sărituri, câinele se apropie de vulpe cu $3 \cdot 3 - 4 \cdot 2 = 1$ m. Cum $40 = 40 \cdot 1$, câinele face $4 \cdot 40 = 160$ de sărituri şi parcurge distanța de $160 \cdot 3 = 480$ m.

Testul Nr. 91

1. Avem $\overline{abc} > \overline{cba} \Leftrightarrow a > c$. Numărul perechilor (a, c), cu $a > c$, este dat de tabelul:

a	2	3	4	5	6	7	8	9
nr. perechi	1	2	3	4	5	6	7	8

Cum $b \in \{1, 2, 3, \ldots, 8, 9\}$ (ca şi a şi c), rezultă că numărul cerut este $9 \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + 8) = 324$.

2. a) Fie $n = 13a + r_1$, $n = 15b + r_2$, $n = 17c + r_3$. Cum $r_1 \geq 1$, $r_2 \geq 1$, $r_3 \geq 1$ şi $r_1 + r_2 + r_3 < 6$, avem $3 \leq r_1 + r_2 + r_3 \leq 5$. Dacă resturile sunt diferite, rezultă că $\min(r_1 + r_2 + r_3) = 1 + 2 + 3 = 6$ (fals). Deci, cel puțin două resturi sunt egale.
b) Dacă $r_2 = r_3 = 1$, avem $n - 1 = 15b = 17c = 15 \cdot 17m = 255m \geq$ ≥ 255 şi deci $n \geq 256$. Dacă $r_2 = r_3 = 2$, rezultă $n - 2 = 13a = 17b =$ $= 13 \cdot 17m = 251m \geq 251$, deci $n \geq 223$. Dacă $r_1 = r_3 = 1 \Rightarrow n \geq 222$ (fals). Rămâne cazul $r_1 = r_2 \neq r_3$. Dacă $r_1 = r_2 = 1$, $r_3 = 2 \Rightarrow n - 1 =$ $= 13a = 15b = 165m < 200 \Rightarrow n - 1 = 165 \Rightarrow n = 166 = 9 \cdot 17 + 13$ (nu convine). Nu avem numere cu proprietatea dată.

3. Avem $\overline{aaaa} - \overline{aaa} = \overline{bcb} + \overline{aa} \Leftrightarrow \overline{bcb} + \overline{aa} = \overline{a000}$. Cum $\overline{bcb} + \overline{aa} \leq$ $\leq 999 + 99 < 2000$, rezultă că $a = 1$. Avem $\overline{bcb} = 1000 - 11 = 989$.

4. $\frac{1}{2}$ din al doilea rest este 5 pâini + $\frac{1}{2}$ pâine. Al doilea rest este $2 \cdot 5 + 2$ jumătăți = 11 pâini. Avem $\frac{1}{2}$ din primul rest este egală cu 11 pâini şi jumătate. Primul rest este $2 \cdot 11 + 2$ jumătăți = 23 pâini. Avem $\frac{1}{2}$ din cantitatea dată de 23 pâini + $\frac{1}{2}$ pâine. Cantitatea a fost de $23 \cdot 2 + 2$ jumătăți = 47 pâini. Primul a cumpărat $\frac{47}{2} + \frac{1}{2} =$

= 24, al doilea a cumpărat $\frac{47-24}{2}+\frac{1}{2}=$ 12, iar al treilea a cumpărat 6 pâini.

Testul Nr. 92

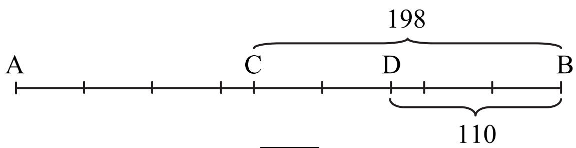
1. Avem $\overline{a000}+\overline{bcd}=8\cdot\overline{bcd}+\overline{bcd}-408 \Rightarrow \overline{a000}=8\cdot\overline{bcd}-$ 408 $\Rightarrow$ $\Rightarrow$ u($8d$ – 8) = 0 $\Rightarrow$ d = 6 sau d = 1.
   Dacă $d = 6 \Rightarrow \overline{a000}=8\cdot\left(\overline{bc0}+6\right)-408\ \ 8\cdot\overline{bc0}-360 \Rightarrow$
   $\Rightarrow \overline{a00}=8\cdot\overline{bc}-36 \Rightarrow$ u($8c$ – 6) = 0 $\Rightarrow c = 2 \Rightarrow$
   $\Rightarrow \overline{a00}=8\cdot\left(\overline{b0}+2\right)-36=8\cdot\overline{b0}-20 \Rightarrow \overline{a0}=8b-2 \Rightarrow$ b = 4 sau b = 9. Dacă b = 4, avem a = 3 şi $\overline{abcd}=3426$. Dacă b = 9, avem a = 7 şi $\overline{abcd}=7926$.
   Dacă d = 1, obţinem $\overline{abcd}$ $\in$ {4551, 8401}.
2. Suma tuturor numerelor este 1 + 2 + 3 + … + 13 = 91. Dacă cea mai mică sumă din numerele şterse este S, suma tuturor numerelor şterse este $4S$. Fie a numărul rămas, unde $1 \leq a \leq 13$. Avem $4S + a =$ $= 91$. Avem $a + 1 = 92 - 4S = 4(23 - S)$. Atunci $a + 1 \in$ {4, 8, 12}, de unde $a \in$ {3, 7, 11}.
3. Suma celor 18 numere este 1 + 2 + … + 18 = 18 · 19 : 2 = 171. Suma celor 3 numere de pe bilele rămase este 171 – 123 = 48. Tripletele de 3 numere din numerele 1, 2, 3, …, 18 cu suma 48 sunt (18, 16, 14), (17, 16, 15). Numărul căutat este 16.
4. Într-un an cu 365 zile sunt 52 săptămâni şi încă o zi. Zilele apar astfel: una de 53 ori şi celelalte de 52 ori. Zilele apar de 52 ori amândouă sau una de 52 ori şi următoarea de 53 ori. Dacă anul este bisect, cele trei zile (în ordine crescătoare) apar în variantele (52, 52, 52), (53, 52, 52), (53, 53, 52).

Testul Nr. 93

1. Fie lungimea $4a$ şi lăţimea $3b$. Avem $2(4a + 3b) = 210$, de unde $4a + 3b = 105$. Avem $2 \cdot (4a - 4a : 4 + 3b - 3b : 3) = 150 \Leftrightarrow 3a +$

$+ 2b = 75$. Atunci avem $8a + 6b = 210$ şi $9a + 6b = 215$. Prin scădere rezultă $a = 15$ şi apoi $b = (75 - 3 \cdot 15) : 2 = 15$. Dimensiunile sunt $4 \cdot 15 = 60$ cm şi $3 \cdot b = 45$ cm.

2. În figura de mai jos, BC = 198 km, BD = 110 km. Fie v viteza motociclistului. În 5 ore 30 min – 3 ore 30 min = 2 ore, motociclistul a parcurs $198 - 110 = 88$ km. Viteza motociclistului este de $88 : 2 =$ $= 44$ km/oră. În 3 ore 30 minute, ore, motociclistul a parcurs $3 \cdot 44 +$ $+ 44 : 2 = 154$ km. Distanța AB este $154 + 198 = 352$ km. Altfel, timpul în care a parcurs distanța BD este $110 : 44 = 5 : 2 = 2$ ore 30 minute. În total a mers de la A la B, 2 ore 30 min + 5 ore 30 min = = 8 ore şi $AB = 8 \cdot 44 = 352$ km.



3. Dacă persoana s-a născut în anul $\overline{20ab} < 2019$, avem $2019 - \overline{20ab} =$ $= 2 + a + b$. Rezultă $19 = 10a + b + 2 + a + b$, adică $11a + 2b =$ $= 17$. Obținem $a = 1$, $b = 3$ şi anul naşterii este 2013. Dacă persoana s-a născut în anul $\overline{19ab}$, avem $2019 - \overline{19ab} = 10 + a + b \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 10a + b + 10 + a + b = 119 \Leftrightarrow 11a + 2b = 109$, de unde $a = 9$, b $= 5$ şi anul naşterii este 1995.

4. Notăm numerele cu $2a$, $3b$ şi $4c$. Atunci sunt numere pare consecutive numerele a, $2b$ şi $3c$. Avem două cazuri.

a) $a = 2n$; $2b = 2n + 2$; $3c = 2n + 4$. Rezultă că c este număr par, adică $c = 2m$. Avem $6m = 2n + 4$. Rezultă că c este număr par, adică $c = 2m$. Avem $6m = 2n + 4$ şi deci $n = 3m - 2$. Suma a celor 3 numere este $4n + 3(n + 1) + 2n + 4 = 9n + 7 = 9(3m - 2) +$ $+ 7 = 27m - 11$. Din $95 \leq 27m - 11 \leq 150$ rezultă $4 \leq m \leq 5$ şi suma poate fi 97 şi 124.

b) $a = 2n + 4$, $2b = 2n + 2$, $3c = 2n = 6m \Rightarrow n = 3m$, $c = 2m$. Suma celor 3 numere este $2(2n + 4) + 3(n + 1) + 2n = 9n + 11 = 2m +$ $+ 11$. Din $95 \leq 27n + 11 \leq 150$ rezultă $4 \leq m \leq 5$ şi suma poate fi 119 şi 146.

Testul Nr. 94

1. a) Fie numerele a şi b. Avem $\left(\frac{3}{2}-\frac{1}{2}\right)$ din a egal cu a. Avem $\left(\frac{5}{3}-\frac{2}{3}\right)$ din b egal cu b. Atunci $a + b = 40 - 15 = 25$.

b) Notăm numerele $a = 2n$ şi $b = 3m$. Atunci rezultă că $n + 2m = 15$ şi $3n + 5m = 40$. Cum $n = 15 - 2m$, avem $45 - 6m + 5m = 40$ şi deci $m = 5$, $n = 15 - 10 = 10$. Numerele sunt $a = 10$, $b = 15$.

2. Luăm operațiile în sens invers:

A doua cutie	Prima cutie
48	48
48 + 24 = 72	48 : 2 = 24
72 : 2 = 36	36 + 24 = 60
36 + 30 = 66	60 : 2 = 30
66 : 2 = 33	30 + 33 = 63

48 : 2 = 24
48 + 24 = 72
72 : 2 = 36
36 + 24 = 60
60 : 2 = 30
36 + 30 = 66
66 : 2 = 33
30 + 33 = 63

Cum 63 : 2 nu are rezultatul număr natural, rezultă că avem soluția 63, 33.

3. Numerele din şir sunt de forma $a_n = 6n + 5$, $n \geq 1$.

a) Fie $\overline{ab} = 6n + 5$, $\overline{ba} = 6m + 5$, $a > b$. Avem $10a + b = 6n + 5$; $10b + a = 6m + 5$. Prin scădere rezultă $9(a - b) = 6(n - m) \Rightarrow$ $3(a - b) = 2(n - m) = 6p \Rightarrow a - b = 2p \Rightarrow$ pentru (a, b) avem perechile (3, 1), (5, 1), (7, 1), (9, 1), (4, 2), (6, 2), (8, 2), (5, 3), (7, 3), (9, 3), (7, 5), (9, 5), (9, 7). Numerele $\overline{ab}$ care verifică sunt: 71, 53, 95, şi deci $\overline{ba} \in \{17, 35, 59\}$. Avem 6 numere.

b) Fie $\overline{abc} = 6n + 5$, $\overline{cba} = 6m + 5$, cu $a \geq c$. Rezultă $99(a - b) =$ $= 6(n - m) \Rightarrow 33(a - c) = 2(n - m) = 66p \Rightarrow a - c = 2p$. Pentru $\overline{ac}$ avem numerele din $\{31, 51, 71, 91, 42, 62, 82, 53, 73, 93, 75, 95, 97\} = A$. Deoarece $6n + 5$ este număr impar, scoatem numerele 42, 62, 82. Se verifică dacă există numere de forma $\overline{abc}$, cu $\overline{ac} \in A$.

4. Notăm cu a, b, c, d numărul de timbre avute inițial de copii. Numerele timbrelor care le au după redistribuire este $a +\ $, $b +\ $, $c +\ $, $d +\ $.
Cazul 1. $a + 3 = b + 3 - 1$; $a + 3 - 2$; $d - 3 \cdot 3 - 3$ sunt numere consecutive. Avem $b = a + 1$, $c = a + 2$, $d = a + 15$. Cum $a + b + c + d = 102$, rezultă $4a + 18 = 102 \Rightarrow 4a = 84 \Rightarrow a = 21$. Copiii aveau inițial 21, 22, 23, respectiv 36 de timbre.
Cazul 2. $a + 3 = b + 3 + 1 = c + 3 + 2 = d - 3 \cdot 3 + 3 \Rightarrow a = c + 2$, $b = c + 1$, $d = c + 11 \Rightarrow (c + 2) + (c + 1) + c + (c + 11) = 102 \Rightarrow$ $\Rightarrow 4c = 102 - 14 = 88 \Rightarrow c = 22$, $a = 24$, $b = 23$, $d = 33$.

Testul Nr. 95

1. Numărul bilelor albe, negre, respectiv verzi este $A = 12a + 4a = 16a$, cu $4a < 13$, $B = 12b + 4b = 16b$, cu $4b < 12$ şi $C = 12c + 4c = 16c$, cu $4c < 12$. Cum $A > B > C$, rezultă $16a > 16b > 16c > 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow a > b > c > 0$. Dar $a \le 3$, $b \le 3$, $c \le 3$ şi deci $a = 3$, $b = 2$, $c = 1$. Numărul total de bile este $16(3 + 2 + 1) = 96$.

2. Avem $100m+\overline{np}=10m+n-\overline{np}+10p+m \Rightarrow 89m=10p+n \Rightarrow$
$\Rightarrow 89m=\overline{pn} \Rightarrow m=1,\ \overline{pn}=89 \Rightarrow \overline{mnp}=198$.

3. a) Fie $n = 10a + 7$, $a \in \mathbb{N}^*$, $n = 12b + 9$, $b \in \mathbb{N}^*$. Din $10a + 7 = 12b + 9$ rezultă $10a = 12b + 2$, de unde $5a = 6\boldsymbol{b} + 1$. Avem $5(a - b) = b + 1$ şi deci $b + 1 = 5m$, $m \in \mathbb{N}^*$. Atunci $n = 12(5m - 1) + 9 = 60m - 3$, $m \in \mathbb{N}^*$. Avem $n_{\min} = 60 \cdot 1 - 3 = 57$. Din $60m - 3 < 1000$ rezultă $m \le 16$ şi deci $n = 60 \cdot 16 - 3 = 957$.
b) $S = 60 \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + 16) - 3 \cdot 16 = 8112$.

4. Deoarece doi regi nu se pot afla pe aceeaşi linie sau coloană, numărul de regi este $n \le 8$. Pentru $n = 8$ avem poziția din figura alăturată.

x							
			x				
						x	
		x					
					x		
	x						
							x
				x			

Testul Nr. 96

1. Avem $1 + 2 + 3 + \ldots + n = n \cdot (n + 1) : 2$; $S = 2 + 3 + 4 + \ldots + n = n \cdot (n + 1) : 2 - 1$. Dacă $n = 10$, avem $S = 54 < 60$. Dacă $n = 11$, avem $S = 11 \cdot 12 : - 1 = 65 > 60$. Deci au fost luate 10 „rânduri” complete, iar la ultimul rând primul a luat 11 nuci, al doilea a luat $60 - 54 = 6$ nuci (ultimele rămase), iar al treilea nu a luat nimic. Numărul total de nuci care au fost în coş este $(1 + 2 + 3 + \ldots + 11) + 60 + (3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12) = 66 + 60 + 75 = 201$.

2. Notăm vârstele piticilor cu $2n + 1$, $2n + 3$, $2n + 5$, $2n + 7$, $2n + 7$, $2n + 9$, $2n + 11$ şi cu a vârsta Albei-ca-Zăpada. Avem $(2n + 1) + (2n + 3) + \ldots + (2n + 11) + a = 120 \Leftrightarrow 14n + a = 71$. Vârsta actuală a Albei-ca-Zăpada este $(2n + 7 + 2) - 2 = 2n + 7$. Din $2n + 7 + 14n = 71$ rezultă $n = 4$. Piticii au vârstele de 9, 11, 13, 15, 17, 19, 21, iar Albă-ca-Zăpada are 15 ani.

3. Fie $a = \overline{mnp}$. Dacă $p < 8$, avem $s(a + 2) = m + n + p + 2 = s(a) + 2 > s(a)$ (nu convine). Dacă $a = \overline{m98} \Rightarrow s(a + 2) = m + 1 < 12$. Dacă $a = \overline{m88} \Rightarrow a + 2 = \overline{m90}$. Din $m + 8 + 8 = 19$ şi $m + 9 = 12 \Rightarrow m = 3 \Rightarrow a = 388$. Dacă $a = \overline{m99} \Rightarrow s(a + 2) = m + 2 < 12$. Dacă $a = \overline{m89} \Rightarrow a + 2 = \overline{m91}$. Din $m + 8 + 9 = 19$ şi $m + 9 + 1 = 12 \Rightarrow m = 2 \Rightarrow a = 289$. Dacă $a = \overline{mnp}$, cu $p \leq 7 \Rightarrow a + 2 = \overline{mn(p+2)}$ şi avem $m + n + p = 19$ şi $m + n + p + 2 = 12$ (fals). Rămâne deci $a \in \{388, 289\}$. Pentru b putem proceda analog ca pentru a sau luăm următorul tabel:

a	799	979	997	889	898	988
$a + 2$	901	981	999	891	900	990
$s(a)$	25	25	25	25	25	25
$s(a + 2)$	9	18	27	18	9	18

Cum $s(a + 2) = 18 \Rightarrow b \in \{979, 889, 988\}$. Avem posibile 6 sume: $388 + 979 = 1367$; $388 + 889 = 1277$; $388 + 988 = 1276$; $289 + 979 = 1268$; $289 + 889 = 1178$; $289 + 988 = 1277$.

4. Se toarnă dintr-un vas în altul conform tabelului de mai jos:

A	*B*	*C*
12	0	0
12 – 8 = 4	0 + 8 = 8	0
4	8 – 5 = 3	0 + 5 = 5
4 + 5 = 9	3	5 – 5 = 0
9	3 – 3 = 0	0 + 3 = 3
9 – 8 = 1	0 + 8 = 8	3
1	8 – 2 = 6	3 + 2 = 5
1 + 5 = 6	6	0

Testul Nr. 97

1. a) Avem $\overline{ab} = c \cdot (4a + 3b)$, unde $c \geq 1$. Rezultă $10a - 4ac = 3bc - b$, adică $a(10 - 4c) = b(3c - 1)$. Cum $b \cdot (3c - 1) \geq 0$, rezultă $4c \leq 0$ şi deci $c \in \{1, 2\}$. Dacă $c = 1$, rezultă $6a = 2b$, de unde $b = 3a$ şi $\overline{ab} \in \{13, 25, 39\}$. Dacă $c = 2$, avem $\overline{ab} = 52$.
b) $A = 9 : 1 + 8 : 2 = 13$; $B = 9 : 3 + 8 : 2 = 8$; $A_{\min} = 8 : 4 + 6 : 3 = 4$.

2. Avem $n = 21 \cdot 15 + a = 315 + a$, $0 \leq a \leq 20$ şi $n + 19 = 22 \cdot 16 + b = 352 + b$, $0 \leq b \leq 21$. Din $315 + a + 19 = 352 + b$ rezultă $a = b + 18$. Cum $0 \leq a \leq 20$ şi $0 \leq b \leq 21$, perechile (a, b) sunt $(18, 0)$, $(19, 1)$, $(20, 2)$ şi atunci $n \in \{333, 334, 335\}$.

3. Fie numărul $\overline{abc}$ şi răsturnatul $\overline{cba}$, cu $a \geq c$. Avem $100(a + c) + 20b + (a + c) = 1250 + 1$. Atunci $a + c = 1$ sau $a + c = 11$. Cum $a + c = 1$ nu convine, rămâne $a + c = 11$. Cum $a \geq c$, atunci $a \geq 6$. Obţinem $20b = 1251 - 1111 = 140$ şi deci $b = 7$. Evident, dacă $\overline{abc}$ este soluţie (cu $c \neq 0$), atunci şi $\overline{cba}$ este soluţie. Avem soluţiile 972, 873, 774, 675, 576, 477, 378, 279. Mai căutăm şi numărul $\overline{abcd}$. Dacă $\overline{abcd} + \overline{dcba} = 1251$, rezultă $a = 1$, $d = 0$, $\overline{1bc0} + \overline{cb} = 1251 \Rightarrow \overline{1bc} + \overline{cb} = 125 \Rightarrow \overline{bc} + \overline{cb} = 25 \Rightarrow 11(b + c) = 25$ (fals).

4. Dacă motociclistul mai are de parcurs $\frac{2}{7}$ din distanţă, atunci biciclistul a parcurs $\frac{2}{7}$ din distanţă, iar motociclistul a parcurs $\frac{2}{7}$ din distanță și încă 27 km. Atunci $\frac{7}{7}-\frac{2}{7}-\frac{2}{7}=\frac{3}{7}$ din distanță este de 27 km. Distanța este 27 : 3 · 7 = 63 km. Biciclistul a parcurs 63 : 7 · 2 = 18 km, iar motociclistul 63 – 18 = 45 km (sau 18 + 27 = 45).

Testul Nr. 98

1. Avem 1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15 și deci $n \geq 15$. Avem 16 = 1 + 2 + 3 + + 4 + 6. Dacă $n \geq 17$, atunci n = 1 + 2 3 + 4 + (n – 10) = 1 + 2 + + 3 + 5 + (n – 11) și n – 10 > 4; n – 11 > 5. Deci orice $n \geq 17$ are cel puțin două scrieri. Numerele căutate sunt 15 și 16.

2. Unde pot fi așezate numerele 5 și 7? De ce au fost alese aceste numere? Unde se pune apoi numărul 9? De ce este ales 9? Trebuie să avem $ab = ce$, $cd = af$, $bd = ef$. O soluție este cea din figura alăturată. Dați exemple și de altă soluție (dacă mai există).

5	1	8
2	9	3
4	6	7

3. $\overline{ab0}=10a+20b+10c \Leftrightarrow \overline{ab}=a+2b+c \Leftrightarrow 10a+b=a+2b+c \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow 9a = b + c$. Cum $0 \leq b + c \leq 18$, rezultă: I. $a = 1$; $b + c = 9$ și $\overline{abc} \in \{109, 118, 127, 136, 145, 154, 163, 172, 181, 190\}$; II. $a =$ $= 2 \Rightarrow \overline{abc} = 299$.

4. a) Avem 396 = 2 · 2 · 3 · 3 · 11. Numerele de două cifre $\overline{ac}$ la care se împarte 396 sunt 11, 22, 33, 44, 66, 99, 12, 18, 36. Avem tabelul:

$\overline{ac}$	$a+b+c$	b	$\overline{abc}$
11	36	24	nu există
22	8	14	nu există
33	12	6	363
44	9	1	414
66	6		nu există
99	4		nu există
12	33		nu există
18	18	14	nu există
36	11		nu există

b) Avem cazurile:

43	44	45	46	47	225
42	43	44	45	46	220
41	42	43	44	45	215

Testul Nr. 99

1. Notăm numerele cu $2a - 2$, $2a$, $2a + 2$. Observăm că $a = 1$ nu convine. Avem $6a = n \cdot n$ şi deci $n = 6p$, $p \in \mathbb{N}^*$. Din $6a = 6p \cdot 6p$ rezultă $a = 6 \cdot p^2$. Dacă $p = 1$, numerele sunt 10, 12, 14. Dacă $p = 2$, numerele sunt 46, 48, 50, iar dacă $p = 3$, numerele sunt 52, 54, 56.

2. Avem $S = 1 + 2 + 3 + \ldots + 18 = 171$. Avem următoarele cazuri:

Numerele înlăturate	Suma
1 şi 2	$171 + 12 - 3 = 9 \cdot 20$
2 şi 3	$171 + 23 - (2 + 3) = 9 \cdot 21$
3 şi 4	$171 + 34 - (3 + 4) = 9 \cdot 22$
17 şi 18	$171 + 18 - (17 + 18) = 9 \cdot 306$

3. Notăm al treilea număr cu $2n$. Al doilea număr este $(2n : 2) \cdot 5 + 2 = 5n + 2$, iar primul număr este $2 \cdot (5n + 2) \cdot 5 + 2 = 50n + 22$. Suma lor este $57n + 24$. Din $80 < 57n + 24 < 180$ rezultă $n = 2$. Numerele sunt 122, 12 şi 4.

4. Fiecare cutie conţine cel puţin 5 bile (cel puţin câte o bilă de fiecare culoare). Dacă în cutii s-ar afla numere diferite de bile, cea mai mică sumă ar fi $5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10 + 11 + 12 = 68$ bile. Cum $67 < 68$, în cel puţin două cutii se află acelaşi număr de bile.

Testul Nr. 100

1. Notăm vârstele fraţilor cu $2a$, $2a + 2$, $2a + 4$. În urmă cu 2 ani aveau vârstele $2a - 2$, $2a$, $2a + 2$.

I. $2a = 2 \cdot (2a - 2) \Rightarrow a = 2 \Rightarrow$ vârstele 4, 6, 8;

II. $2a + 2 = 2 \cdot (2a - 2) \Rightarrow a = 3 \Rightarrow$ vârstele 6, 8, 10;

III. $2a + 2 = 2 \cdot 2a \Rightarrow a = 1 \Rightarrow$ vârstele 2, 4, 6.

2. Notăm numerele cu $2a$, $2b$, $2c$. Avem cazurile:
I. $a - 1 = b - 2 + 1 = c - 3 + 2 \Rightarrow a = b = c \Rightarrow 6a = 48 \Rightarrow a = 8 \Rightarrow$
$\Rightarrow$ numerele sunt 16, 16, 16;
II. $a - 1 + 2 = b - 2 + 1 = c - 3 \Rightarrow c = a + 4$, $b = a + 2 \Rightarrow 2a +$
$+ 2(a - 2) + 2(a + 4) = 48 \Rightarrow a = 6 \Rightarrow$ numerele sunt 12, 16, 20.

3. a) $12 + 35 + 46 + 78 + 9 = 18$; b) $27 + 36 + 45 - 98 - 1 = 9$.

4. Notăm numerele din căsuțe a_1, a_2, a_3, a_4, a_5 etc. Din $a_1 + a_2 + a_3 +$
$+ a_4 = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 = a_3 + a_4 + a_5 + a_6 = a_4 + a_5 + a_6 + a_7$ rezultă $a_1 = a_5$, $a_2 = a_6$, $a_3 = a_7$. Cum $a_1 = 5$, $a_6 = 7$, $a_{11} = 4$, avem $a_1 +$
$+ a_2 + a_3 + a_4 = 6 + 7 + 4 + a_4 = 22 \Rightarrow a_4 = 5$. Se repetă numerele (6, 7, 4, 5) în această ordine.

Testul Nr. 101

1. Notăm vârstele cu $2n - 1$, $2n + 1$, $2n + 3$, $10(2n + 1) - 3 = 20n + 7$ și $7(2n + 3) - 5 = 14n + 16$. Din $(2n - 1) + (2n + 1) + (2n + 3) +$
$+ (20n + 7) + (14n + 16) - 5 = 61$ rezultă $n = 1$. Vârstele sunt, în ani, 1, 3, 5, 27, 30.

2. Pe linia n, cu n impar, sunt scrise în ordine crescătoare numerele 1, 2, 3, …, n. Dacă n este număr par, numerele 1, 2, 3, …, n sunt scrise în ordine descrescătoare.
a) Suma este $1 + 2 + 3 + \ldots + 20 = 210$.
b) Numărul 18 apare câte o dată pe fiecare din liniile de la 18 la 51 inclusiv, adică de $51 - 17 = 34$ ori.
c) Alcătuim un tabel pe 2 linii. Pe prima linie este numărul de apariții ale cifrei 4, iar pe a doua linie este scris numărul liniilor pe care apare cifra 4 dată de prima linie a tabelului. Avem:

0	1	2	3	4	5	6	7	8	10	11	12	13	14	15
1, 2, 3	4, 5, …, 13	14, 15, …, 23	24, 25, …, 33	34, 35, …, 39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49, 50, 51

Numărul de apariții al cifrei 4 este $3 \cdot 0 + 10 \cdot 1 + 10 \cdot 2 + 10 \cdot 3 +$
$+ 6 \cdot 4 + (5 + 6 + 7 + 8 + 10 + 11 + 12 + 13 + 14) + 3 \cdot 15 = 201$.

3. Avem numerele $n = c \cdot 17 + r$, unde $r \leq 16$, $c = r - 13$. Pentru (c, r) avem cazurile (0, 13), (1, 14), (2, 15), (3, 16). Suma este $(17 \cdot 0 +$
$+ 13) + (17 \cdot 1 + 14) + (17 \cdot 2 + 15) + (17 \cdot 3 + 16) = 160$.

4. i) Numerele de pe paginile unei foi sunt de forma $2a - 1$, $2a$, $a \geq 1$, şi au suma $4a - 1$. Suma numerelor de pe cele 21 de pagini este de forma $S = 4n - 21$, adică număr impar. Sunt false afirmaţiile a) şi b). Avem $4n - 21 = 4(n - 5) - 1 = 4m - 1$. Avem $981 = 4 \cdot 245 + 1 \neq \neq 4m - 1$ şi afirmaţia c) este falsă. Cea mai mică sumă a numerelor de pe paginile celor 21 de foi este $(4 \cdot 1 - 1) + (4 \cdot 2 - 1) + \ldots + (4 \cdot 21 - 1) = 4 \cdot (1 + 2 + 3 + \ldots + 21) - 21 = 903 > 897$. Afirmaţia e) este falsă. Avem $983 = 984 - 1 = 4 \cdot 246 - 1$. Afirmaţia d) este adevărată.

ii) Dacă a este numărul paginilor cărţii, avem suma $\frac{a \cdot (a+1)}{2} \geq \geq 983 \Rightarrow a(a + 1) \geq 1966 \Rightarrow a \geq 44$. Deoarece a este par, numărul minim este 44.

Testul Nr. 102

1. $b = a + 6$; $c = a + b = 2a + 6$; $d = b + c = 3a + 12$; $e = 5a + 18$; $102 = 8a + 30 \Rightarrow a = 9$, $e = 63, f = 165$.

2. Avem $a + d = 98$. Cum $a > b \geq 40$ şi $b \geq 51$, $c \geq 51$, $d \geq 52 \Rightarrow \Rightarrow (a, b) \in \{(58, 40), (57, 41), (56, 42), (55, 43), \ldots, (52, 46)\}$. Cum $b + c = 110$, $b \geq c > 50$, avem $(b, c) \in \{(59, 51), (58, 52), (57, 53), (56, 54), (55, 55)\}$. Pentru (a, b, c, d) avem (58, 57, 53, 40), (58, 56, 54, 40), (58, 55, 55, 40), (57, 56, 54, 41), (57, 55, 55, 41), (56, 55, 55, 42).

3. Avem $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28 > 27$. Pentru ca numărul să fie cât mai mare, luăm numărul de 7 cifre şi ultima cifră 0. Trebuie determinat numărul maxim $\overline{abcdef}$ cu $a + b + c + d + d + f = 27$. Luăm $a = 9$ şi rămâne $b + c + d + e + f = 18$. Cum $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$, luăm $b = 8$. Numărul este 9843210.

4. Notăm cu s şi $3s$ cele două sume şi cu x numărul rămas. Avem $4s + x = 3 + 5 + 7 + 11 + 15 + 33 = 83$. Pentru (s, x) avem cazurile (20, 3), (19, 7), (18, 11), (17, 15), (16, 19), (15, 23), (14, 27), (13, 31). Ar putea conveni doar primele 4 cazuri. Dacă $x = 3$, avem $5 + 7 + 9 > 20$ şi nu avem soluţie. Avem $x = 7$ pentru că luăm $3 + 5 + 11 = 19$; $9 + 15 + 33 = 57$. Dacă $x = 11$, din numerele rămase nu există trei cu suma 18.

Testul Nr. 103

1. Deoarece $n = \overline{abc}$, avem $1 \le a + b + c \le 27$. Cum $A = a + b + c$ se împarte exact la 4, avem $A \in \{4, 8, 12, 16, 20, 24\}$. Pentru $s(n) = 24$ avem $n \in \{996, 969, 699, 987, 978, 897, 879, 789, 798, 888\}$. Convine $n = 969$. Pentru $s(m) = 4$ avem $m \in \{103, 130, 301, 310\}$ și $s(m + 1) = 5$. Pentru $s(m) = 8$ nu avem soluție. Pentru $s(n) = 12$ găsim $m = 129$.

2. Avem $1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 31 = 31 \cdot 32 : 2 = 496$ și $496 - 487 = 9$. Trebuie scoși termenii a căror sumă este 9, adică 9, $1 + 8$, $2 + 7$, $3 + 6$, $4 + 5$, $1 + 2 + 6$, $1 + 3 + 5$, $2 + 3 + 4$. Se pot forma 8 sume.

3. Avem $201 = 2 \cdot 101 - 1$ și deci în total sunt 101 linii. Avem $43 = 2 \cdot 22 - 1$ și 43 apare prima dată pe linia 22. Numărul de apariții este $2 \cdot (101 - 21) = 160$.

4. Notăm primul număr cu $6a$. Al doilea număr este $6a : 3 \cdot 2 = 4a$, iar al treilea este $6a + 4a : 4 \cdot 3 = 9a$. Avem $(6a - 4a) + (9a - 6a) + (9a - 4a) = 40$. Rezultă $a = 4$ și numerele sunt 24, 16, 36.

Testul Nr. 104

1. Notăm numerele cu $x - 7, x - 6, x - 5, \ldots, x - 1, x, x + 1, x + 2, \ldots, x + 7$. Suma lor este $15x$. Deoarece $x + 5 = 8n$, avem $S = 15(8n - 5) = 120n - 75 = 24(5n - 3) - 3 = 24(5n - 4) + 21$. Restul este 21.

2. a) $a + b + c = 5a + 7b + 9c - (4a + 6b + 8c) = (5a + 7b + 9c) - 2 \cdot (2a + 3b + 4c) = 83 - 2 \cdot 36 = 11$.

b) $36 = 2a + 3b + 4c = 2(a + b + c) + b + 2c = 22 + b + 2c \Rightarrow$
$\Rightarrow b + 2c = 14$. Pentru (b, c) avem $(0, 7)$, $(2, 6)$, $(4, 5)$, $(6, 4)$, $(8, 3)$, $(10, 2)$, $(12, 1)$, $(14, 0)$. Pentru (a, b, c) avem cazurile $(4, 0, 7)$, $(3, 2, 6)$, $(2, 4, 5)$, $(1, 6, 4)$, $(0, 8, 3)$.

3. Considerăm distanța de 150 km. Timpul la dus este $150 : 75 = 2$ ore, iar la întors $150 : 50 = 3$ ore. Viteza medie necesară este de $2 \cdot 150 : (3 + 2) = 60$ km/h.

4. Fie p prețul obiectului și a câștigul. Avem $p + a = 52$ și $2p + a = 102$. Obținem $p = 50$, $a = 2$.

Testul Nr. 105

1. În total au fost $18 + 20 + 25 = 63$ nuci. Fiecare a primit câte $63 : (3 + 6) = 7$ nuci. Elevii au dat, în ordine, $18 - 7 = 11$ nuci, $20 - 7 = 13$ nuci, respectiv $25 - 7 = 18$ nuci, adică $11 + 13 + 18 = 42$ nuci. Au primit $126 : 42 = 3$ alune pentru fiecare nucă dată. Cei trei elevi au primit $11 \cdot 3 = 33$ alune, $13 \cdot 3 = 39$ alune, respectiv $18 \cdot 3 = 54$ alune.

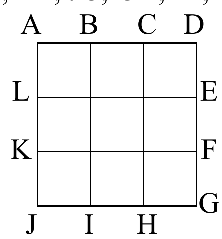
2. Fie $4x$ suma celui de-al treilea elev. Al doilea are suma $4x : 2 \cdot 5 = 10x$, iar primul are suma $10x : 2 \cdot 3 = 15x$. Din $15x - 4x = 99$ rezultă $x = 9$. Sumele elevilor sunt $15 \cdot 9 = 135$, $10 \cdot 9 = 90$, respectiv $4 \cdot 9 = 36$ lei.

3. Nu putem avea $c = 0$ sau $c = 1$. Deci avem $b \geq c \geq 2$. Nu putem avea $b \geq 5$ şi deci $b \leq 4$. Numerele sunt 422, 632, 842, 933.

4. Notăm vârstele cu a, b, c şi avem $S = a + b + c$. Dacă $S = 3b = 4a = 12n$, rezultă $a = 3n$, $b = 4n$, $3n + 4n + c = 12n$ şi deci $c = 5n$. Atunci $S = 12n$. Din $13 < 12n < 47$ rezultă $n \in \{2, 3\}$. Vârstele copiilor sunt 6, 8, 10 sau 9, 12, 15.

Testul Nr. 106

1. Luăm 8 beţe: AD, LE, KF, JG, GD, BI, AJ, GH.



2. Cu cifrele nenule a, b şi cifra 3, dacă sunt distincte două câte două, formăm 6 numere a căror sumă este $222 \cdot (a + b + 3) = 1776$. Rezultă $a + b = 5$ şi deci $\overline{ab} \in \{14, 23, 32, 41\}$. Care din cele 4 numere sunt soluţii?

3. Fie numerele $\overline{ab}$. Dacă $a \geq b$, avem $a + b - (a - b) = 12 \Leftrightarrow b = 6$. Numerele sunt 66, 76, 86, 96. Dacă $a < b$, avem $a + b - (b - a) =$

$= 12 \Leftrightarrow a = 6$. Numerele sunt 67, 68, 69. Suma lor este 528.

4. a) Avem $3 = 1 + 2$, $6 = 3 + 3$, $10 = 6 + 4$, $15 = 10 + 5$, $15 + 6 = 21$, $21 + 7 = 28$. Următorii doi termeni sunt 21 şi 28.
b) Următorii trei termeni sunt $28 + 8 = 36$, $36 + 9 = 45$, $45 + 10 = 55$. Suma este $1 + 3 + 6 + 10 + 15 + 21 + 28 + 36 + 45 + 55 = 220$.

Testul Nr. 107

1. a) Cea mai mică sumă de 4 numere naturale nenule distincte, respectiv 5 numere naturale nenule distincte este $1 + 2 + 3 + 4 + 5 = 15$. Avem $2 + 3 + 4 + 5 = 14$ şi $2 + 3 + 4 + 5 + 6 = 19$. Grupele de 4 numere sunt (1, 2, 3, 7), (1, 2, 4, 6), (1, 3, 4, 5). Grupele de 5 numere sunt (1, 2, 3, 4, 8), (1, 2, 3, 5, 7).
b) Avem de calculat 6 sume: $1 + 2 + 3 + 7 + 4 + 8 = 25$, $1 + 2 + 3 + 5 + 7 = 18$, $1 + 2 + 3 + 4 + 6 + 8 = 24$, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 8 = 23$, $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7 = 22$.

2. Numerele care nu se împart la 3 sunt de forma $3n + 2$ sau $3n + 1$, iar cele care se împart exact la 3 sunt de forma $3n$, $n \in \mathbb{N}^*$. Din $3n + 1 > 10$ rezultă $n \geq 4$, iar din $3n + 1 < 25$ rezultă $n \leq 7$. Din $3n + 2 < 25$ rezultă $n \leq 7$. Pentru ca suma a 4 numere de formele $3n + 1$, $3n + 2$ să se împartă exact la 3, două numere sunt de forma $3n + 1$ şi două numere de forma $3n + 2$. Pentru forma $(3a + 1, 3b + 1, 3c + 2, 3d + 2)$ avem cazurile (a, b, c, d) date de (4, 5, 5, 6), (4, 5, 5, 7), (4, 5, 6, 7), (4, 6, 6, 7), şi (4, 6, 6, 7). Analog se iau cazurile $(3a + 1, 3b + 2, 3c + 1, 3d + 2)$, $(3a + 2, 3b + 2, 3c + 1, 3d + 1)$ etc.

3. a) În primul şir, numerele impare de la 1 la 24 sunt scrise de 2 ori, iar cele pare de la 2 la 30 câte o dată. În al doilea şir, numerele impare sunt scrise de 2 ori, iar cele pare câte o dată. În fiecare şir sunt $15 \cdot 2 + 15 \cdot 1 = 45$ termeni.
b) $S_1 = 2 \cdot (1 + 3 + 5 + \ldots + 29) + (2 + 4 + 6 + \ldots + 30) = 690$, iar $S_2 = (1 + 3 + 5 + \ldots + 29) + 2 \cdot (2 + 4 + 6 + \ldots + 30) = 705$.
c) În şirul I, numărul $2n$ apare pe poziţia $3n$. Numărul $20 = 2 \cdot 10$ apare pe poziţia $3 \cdot 10 = 30$, iar pe poziţia 29 apare numărul 19. În al doilea şir, pe poziţiile 29 şi 30 apar numerele 20 şi 20.

4. Avem $a \cdot b \leq 9 - 3a \Leftrightarrow a \cdot (b + 3) \leq 9$. Cum $b + 3 \geq 3$, rezultă $a \leq 3$.

Avem deci $a \in \{1, 2, 3\}$. Dacă $a = 1$, avem $b \leq 6$. Dacă $a = 2$, avem $b \leq 1$, iar dacă $a = 3$, avem $b = 0$. Numerele $\overline{ab}$ sunt 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 20, 21, 30. În total sunt 10 numere.

Testul Nr. 108

1. Notăm numerele cu $2n - 1$, $2n + 1$, $2n + 3$. Suma lor este $6n + 3 = 11a$. Atunci $a \in \{3, 6, 9\}$. Dacă $a = 3$, rezultă $n = 5$ şi avem numerele 9, 11, 13. Dacă $a = 6$, rezultă $6a = 60$ şi $a \notin \mathbb{N}$. Dacă $a = 9$, rezultă $6n + 3 = 99$ şi atunci $n = 16$, iar numerele sunt 31, 33, 35.

2. Conform săgeţilor, avem $7 > a > b > d$, $5 > c > b$, $d < 2$. Obţinem $d = 1$, $a = 6$, $c = 4$, $b = 3$.

3. a) Termenii de rang impar sunt numerele impare scrise în ordine strict crescătoare. Termenii de rang par sunt numerele pare scrise în ordine strict crescătoare începând cu numărul 4. Următoarele 4 numere din şir sunt 12, 11, 14, 13.
b) Suma este $(1 + 3 + 5 + 7 + 9 + 11 + 13 + 15 + 17 + 19 + 21) + (4 + 6 + 8 + 10 + 12 + 14 + 16 + 18 + 20 + 22) = (1 + 2 + 3 + 4 + \ldots + 20 + 21 + 22) - 2 = 22 \cdot 23 : 2 - 2 = 251$.

4. Aşezarea este de forma ffbffb…bffb. Dacă $2n$ este numărul fetelor, atunci numărul băieţilor este $n + 1$. Din $2n + n + 1 = 40$ rezultă $n = 13$. Sunt 14 băieţi şi 26 de fete.

Testul Nr. 109

1. Notând numerele cu $2n - 2$, $2n$, $2n + 2$, rezultă $6n = 111a$ şi deci $a \in \{2, 4, 6, 8\}$. Pentru $a = 2$ avem numerele 72, 74, 76. Pentru $a = 4$ avem numerele 220, 222, 224. Dacă $a = 8$, avem numerele 294, 296, 298.

2. Notăm timpul la urcare cu a şi timpul la coborâre cu $3b$ pentru prima zi. În a doua zi, timpii sunt $2a$ la urcare şi b la coborâre. Avem $a + 3b = 12$ şi $2a + b = 9$, de unde rezultă $a = b = 3$. Timpul pentru a treia zi este $4a + b : 3 = 13$ ore.

3. Suma tuturor numerelor este 48. Suma numerelor din a treia grupă este $48 - (14 + 18) = 16$. Sunt posibile următoarele cazuri:

Numerele din:		
grupa 1	grupa 2	grupa 3
3, 11	5, 13	7, 9
5, 9	7, 11	3, 13

4. Dacă n este numărul de mere din primul coş, atunci în al doilea coş sunt $n - 40$, iar în al treilea coş se află $n - 20$ mere. Numărul total de mere este $3n - 60$. Cum $n - 40 \geq 10$ şi $3n - 60 \leq 99$, rezultă $n \in$ $\in \{50, 51, 52, 53\}$. Problema are 4 soluţii date de (50, 10, 30), (51, 11, 31), (52, 12, 32), (53, 13, 33).

Testul Nr. 110

1. Notăm numărul cu $48n$. Din $48n : 16 = 3n \geq 10$. Din $48n : 24 =$ $= 2n \leq 9$ rezultă $n = 4$. Numărul este 192.

2. Notăm cu a, b, c numerele timbrelor cerute de cei trei elevi. După schimbul de timbre, aceştia rămân cu $a - 2 - 4 = a - 6$, $b + 2 - 4 =$ $= b - 2$, respectiv $c + 4 + 4 = c + 8$ (timbre). Avem două cazuri (după cum „şirul" este descrescător sau crescător):
I. $a - 6 = b - 2 + 2 = c + 8 + 4 \Rightarrow a = c + 18$, $b = c = 12$. Din $c + 18 + c + 12 + c = 87 \Rightarrow 3c = 57 \Rightarrow c = 19$, $a = 37$, $b = 31$.
II. $a - 6 + 4 = b - 2 + 2 = c + 8 \Rightarrow a = c + 10$, $b = c + 8 \Rightarrow 3c +$ $+ 18 = 87 \Rightarrow c = 23$, $a = 33$, $b = 31$.

3. a) Primii trei termeni ai şirului sunt numerele consecutive 2, 3, 4. Grupăm termenii şirului în grupe de câte 3. Fiecare grupă este formată din 3 numere consecutive şi se obţine din termenii grupei precedente, la care se adaugă 5. Următorii 3 termeni sunt $12 + 5 =$ $= 17$, $13 + 5 = 18$, $14 + 5 = 19$.
b) Dacă notăm termenul general al şirului cu a_n, avem $a_{3n+1} = a_1 +$ $+ 5n$, $a_{3n+2} = a_2 + 5n$, $a_{3n+3} = 4 + 5n$. Rezultă că $a_{22} = a_{3\cdot 7+1} = a_1 +$ $+ 7 \cdot 5 = 37$; $a_{23} = 3 + 35 = 38$; $a_{24} = 4 + 35 = 39$; $a_{25} = 37 + 5 = 42$; $a_{26} = 43$; $a_{27} = 44$; $a_{28} = 47$. Suma este 253.

4. a) Notăm cu n numărul de alegeri făcute de copii până când ajung simultan la acelaşi număr. Avem $20 + 3n = 100 - 5n$, de unde $n =$ $= 10$. Numărul ales este $20 + 3 \cdot 10 = 50$.
b) Notând cu a şi b numărul de alegeri pentru primul copil, respec-

tiv al doilea copil avem $20 + 3a = 100 - 5b$. Rezultă $3a + 5b = 80$ şi deci $a = 5m$ şi atunci $3m + b = 16$. Rezultă $m \in \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Numerele alese de cei doi copii sunt 20, 35, 50, 65, 80, 95. Suma lor este 345.

Testul Nr. 111

1. Dacă n este elementul de pe prima linie, atunci $3n - 1$ este elementul de pe a doua linie, iar $4n + 3$ este elementul de pe a treia linie. Avem $a = 3 \cdot 11 - 1 = 32$, $b = 4 \cdot 11 + 3 = 47$. Avem $3c - 1 = 47$ şi deci $c = 16$, $d = 4 \cdot 16 + 3 = 67$. Avem $4e + 3 = 103$ şi deci $e = 25$, $f = 3 \cdot 25 - 1 = 74$. Avem $3 \cdot g - 1 = 145$ şi $g \notin \mathbb{N}$. Nu avem soluție. Avem $4i + 3 = 209$ şi $i \notin \mathbb{N}$. Nu avem soluție.

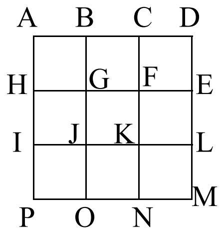
2. a) Notăm vârstele cu $1 \le a \le b \le c \le d$. Avem cazurile:

a	b	c	d	suma
1	1	1	36	39
1	1	2	18	22
1	1	3	12	17
1	1	4	9	15
1	1	6	6	14
1	2	2	9	14
1	2	3	6	12
1	3	3	4	11

Cele două cazuri pentru (a, b, c, d) sunt date de $(1, 1, 6, 6)$ şi $(1, 2, 2, 9)$.
b) Cea mai mică sumă, anume 11, se obține când a, b, c, d sunt cât mai „apropiate”, inclusiv egale.

3. a) După un pas, numărul de nuci din primul coş scade cu 5, din al doilea coş scade cu 2, iar în al treilea coş creşte cu 7. După n paşi avem $84 - 5n = 69 - 2n = 24 + 7n$ şi rezultă $n = 5$.
b) Din $84 - 5n \ge 0$ şi $69 - 2n \ge 0$ rezultă $n \le 16$. Numărul maxim este 16 şi rămân $84 - 5 \cdot 16 = 4$ nuci în primul coş, $69 - 2 \cdot 16 = 37$ nuci în al doilea şi $24 + 7 \cdot 16 = 136$ nuci în al treilea.

4. Numărul minim este 8. Bețişoarele sunt AD, HE, IL, PM, AP, BO, CN, DM. Există un pătrat mare, ADMP, 4 pătrate mijlocii, ACKI, BDLJ, HFNP, GEMO, şi 9 pătrate mici.



Testul Nr. 112

1. Tabelul trebuie completat după aceeaşi regulă. Determinarea numerelor a, b, c, d, e, f, g, h se face astfel: $65 - 43 = 22$; $43 - 32 = 11$; $32 - a = 8 \Rightarrow a = 24$; $24 - b = 6 \Rightarrow b = 18$; $c = 22 - 11$; $d = 11 - 8 = 3$; $e = 3 - 2 = 1$; $f = 11 - 3 = 8$; $g = 3 - 2 = 1$; $h = 8 - 1 = 7$.

2. a) Dacă un sfert din numărul nucilor din primul vas este x, iar b este numărul nucilor din al doilea vas, avem $x + b = 3x$, adică $b = 2x = 2 \cdot a : 4$. Obținem $a = 2b$, unde a este numărul nucilor din primul vas. Dacă $b = 3n$, avem $2 \cdot (3n - n) = n + c$, unde c este numărul inițial al nucilor din al treilea vas. Rezultă $c = 4n - n = 3n = b$. În vase se aflau inițial a, $2a$, $2a$ nuci. Suma este $5a$ şi se împarte exact la 5.

b) $5a = 125 \Rightarrow a = 25$. În vase e aflau 25, 50, 50 nuci.

3. Luăm cazul $1 \leq a \leq b \leq c$. Evident, avem $b + c > a$ şi $c + a > b$. Rămâne de îndeplinit condiția $a + b > c$. Cum $15 = a + b + c \leq c + c + c = 3c$, rezultă $c \geq 5$. Cum $15 = (a + b) + c > c + c = 2c$, rezultă $c \leq 7$ şi deci $c \in \{5, 6, 7\}$. Avem tripletele (1, 7, 7), (2, 6, 7), (3, 5, 7), (3, 6, 6), (4, 4, 7), (4, 5, 6), (5, 5, 5) (cazul $a \leq b \leq c$). Luând toate permutările, avem numărul total de triplete egal cu $3 + 6 + 6 + 3 + 3 + 6 + 1 = 28$.

4. a) Dacă numerele sunt 0, 1, 2, 3, putem lua orice număr $n \in \mathbb{N}^*$. Dacă luăm numerele 1, 2, 3, 4, atunci numărul căutat este 24. Dacă luăm orice 4 numere naturale consecutive, cu primul număr cel puțin egal cu 2, atunci două numere sunt pare, dintre care unul se împarte exact la 2, iar celălalt la 4, iar cel puțin unul din cele 4 se împart exact la 3. Numărul căutat este 24.

b) Deoarece numerele 78 şi 202 nu se împart exact la 24, în aceste cazuri nu avem soluție. Pentru numărul 1680 avem 1680 = 5 · 6 · 7 · 8. Pentru numărul 8040 avem 8 · 9 · 10 · 11 = 7920 < 8040 şi 9 · 10 · · 11 · 12 = 10880 > 8040 şi deci nu avem soluție. Concluzie: nu orice număr care se împarte exact la 24 este produsul a 4 numere consecutive.

Testul Nr. 113

1. a) Numerele se pronunță în ordinea 1, 7, 13, 19, 2, , 14, 20, 3, 9, 15, 21, 4, 10, 16, 22, 5, 11, 17, 23, 6, 12, 18 şi apoi 1. Au fost pronunțate toate numerele.

   b) Avem 215 = 23 · 9 + 8. La pronunțarea „207" avem numărul de la pronunțarea „8", adică 20.
2. Avem $a = 11n + 3n = 14n$, cu $0 \leq 3n < 11$, $b = 14m$, cu $0 \leq 3m < 11$ şi $c = 14p$, cu $0 \leq 3p < 11$. Presupunem $c < b < a$ şi atunci avem $p < m < n$. Rezultă că $0 \leq p < m < n \leq 3$. Avem cazurile:

p	m	n	c	b	a	$a + b + c$
0	1	2	0	14	28	42
0	1	3	0	14	42	56
0	2	3	0	28	42	70
1	2	3	14	28	42	84

3. Notăm numerele cu $a < b < c < d < e < n$. Avem $a + 4 + 8 = b + + 4 + 6 = c + 4 + 4 = d + 4 + 2 = e + 4 = n - 20$. Obținem $b = a + + 2$, $c = a + 4$, $d = a + 6$, $e = a + 8$, $n = a + 32$ cu suma $6a + 52 = = 6(a + 8) + 4 = 6k + 4$. Deoarece numerele 91, 107, 122 nu sunt de forma $6k + 4$, în acest caz nu avem soluție. Dacă $S = 148 = 6 \cdot 24 + + 4$, rezultă $a + 8 = 24$ şi avem numerele 16, 18, 20, 22, 48.
4. Fie $n = \overline{abcd}$. Avem $3 \cdot \overline{abcd6} = 8 \cdot \overline{abcd} \Leftrightarrow 3 \cdot \left(\overline{abcd} \cdot 10 + 6\right) =$ $= 80000 + \overline{abcd} \Leftrightarrow 3 \cdot (10n + 6) = 80000 + n \Leftrightarrow 29n = 79982 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow n = 2758$.

Testul Nr. 114

1. Notăm cele 7 numere în ordinea a, b, c, d, e, f, g. Presupunem că suma oricăror două numere vecine este mai mică decât 26. Fie $a + b + c + d + e + f + g = S = 91$. Adunând inegalitățile $a + b < 26$; $b + c < 26$; $c + d < 26$; $d + e < 26$; $e + f < 26$; $f + g < 26$; $g + a < 26$ rezultă că $2S < 7 \cdot 26 \Rightarrow 182 < 182$ (fals). Deci există cel puțin două numere vecine cu suma lor ≥ 26.

2. Notăm cu a numărul oilor, cu $2a$ numărul mieilor, cu $2b$ numărul găinilor și cu $11b$ numărul puilor. Avem $3a + 13b = 110$ și $4 \cdot 3a + 2 \cdot 13b = 232 \Leftrightarrow 12a + 26b = 232 \Leftrightarrow 6a + 13b = 116$. Atunci $6a - 3a = 116 - 110 = 6$ și deci $a = 2$, iar apoi $b = 8$. Sunt 2 oi, 4 miei, 16 găini și 88 pui de găină.

3. a) 1 găină ....3 zile ....2 ouă
1 găină ....$3 \cdot 4 = 12$ zile ....$2 \cdot 4 = 8$ ouă
6 găini ....12 zile ....$8 \cdot 6 = 48$ ouă

b) 2 ouă............................3 zile ....1 găină
$2 \cdot 36 = 72$ ouă.............3 zile ....36 găini
72 ouă ....$3 \cdot 3 = 9$ zile ....$36 : 3 = 12$ găini

4. Numerele nu pot fi decât de forma $\overline{abc}$ și $\overline{xy}$, unde $a = 1$ sau $a = 2$.

I. Dacă $a = 1$, avem $\overline{1bc} + \overline{xy} = 248$. Dacă ștergem pe 1, rezultă $\overline{bc} = \overline{xy} \Rightarrow 2 \cdot \overline{bc} = 148 \Rightarrow \overline{bc} = 74$ și numerele sunt 174 și 74. Dacă ștergem pe $b \Rightarrow \overline{1c} = \overline{xy} \Rightarrow \overline{1bc} + \overline{1c} = 248 \Rightarrow \overline{bc} + \overline{1c} = 148$, care nu este soluție, deoarece $\overline{bc} + \overline{1c} \leq 99 + 19 < 148$. Dacă ștergem pe c, rezultă $\overline{1b} = \overline{xy} \Rightarrow \overline{1b} + \overline{1b} = 148$ (fals).

II. Dacă $a = 2 \Rightarrow \overline{2bc} + \overline{xy} = 248 \Rightarrow \overline{bc} + \overline{xy} = 48$. Dacă ștergem pe $2 \Rightarrow \overline{bc} = \overline{xy} \Rightarrow \overline{bc} = \overline{xy} = 24$. Numerele sunt 224 și 24. Dacă ștergem pe $b \Rightarrow \overline{2c} = \overline{xy} \Rightarrow x = 2$, $c = y \Rightarrow \overline{2bc} + \overline{2c} = 248 \Rightarrow \overline{bc} + c = 28 \Rightarrow \overline{bc} = 24$ sau $\overline{bc} = 19$. Numerele sunt 224 și 24 sau 219 și 29. Dacă ștergem pe c, rezultă $\overline{2b} = \overline{xy} \Rightarrow \overline{2bc} + \overline{2b} = 248 \Rightarrow \overline{bc} + b = 28 \Rightarrow \overline{bc} = 26$. Numerele sunt 226 și 22. Perechile de numere sunt (174, 74), (224, 24), (219, 29), (226, 22).

Testul Nr. 115

1. Notăm numerele cu a, b, c, în această ordine. Avem $S = a + b + c > 4a \Rightarrow b > 3a - c \Rightarrow b \geq 3a - c + 1$. Avem $a + b + c < 5c \Rightarrow b < 4c - a \Rightarrow b \leq 4c - a - 1$. Luăm $b = 3a - c + 1 = 4c - a - 1$ şi atunci $4a + 2 = 5c$. Avem $c = 2d$ şi rezultă $2a + 1 = 5d = 5(2n + 1)$ $\Rightarrow a = 5n + 2$; $c = [4 \cdot (5n + 2) + 2] : 5 = 4n + 2$; $b = 3 \cdot (5n + 2) - (4n - 2 + 1 = 11n + 5$; $S = 20n + 9$, $n \in \mathbb{N}$. Din $20n + 9 \leq 2020 \Rightarrow n \leq 100$. Avem deci 101 triplete $(5n + 2, 11n + 5, 4n + 2)$, cu $0 \leq n \leq 100$.

2. Fie numerele a, b, c, cu $a + b + c = 84$. Resturile sunt din mulţimea $\{0, 1, 2, 3, 4, 5\}$. Luăm tripletele (0, 1, 2), (1, 2, 3), (2, 3, 4), (3, 4, 5). Luând tripletul (0, 1, 2) avem două cazuri.
I. $a + 0 = b + 1 + 1 = c + 2 + 2 \Rightarrow a = c + 4$, $b = c + 2 \Rightarrow S = c + 4 + c + 2 + c = 3c + 6 = 84 \Rightarrow c = 26 \Rightarrow$ numerele 30, 28, 26.
II. $a + 0 + 2 = b + 1 + 1 = c + 2 \Rightarrow a = b = c \Rightarrow$ numerele 28, 28, 28.
Pentru celelalte triplete obţinem aceleaşi soluţii (de ce?).

3. Cum ultima cifră a lui $a \cdot b$ este 8, atunci $\overline{ab} \in \{18, 24, 29, 36, 42, 47, 63, 68, 74, 81, 86, 92\}$.
a) Avem $\overline{ab} \cdot \overline{ba} = P < 1000 \Leftrightarrow \overline{ab} \in \{24, 42\}$.
b) Avem $29 \cdot 92 = 2668$; $36 \cdot 63 = 2268$; $68 \cdot 86 = 4648$, deci $\overline{ab} \in \{29, 36, 63, 68, 86, 92\}$.

4. a) Deoarece $S = 20 + 19 + \ldots + 2 + 1$, putem înlocui şi „+1” cu „–1”.
b) Dacă în sumă înlocuim „$+a$” cu „$-a$”, noua sumă este $S - 2a$. Valorile sunt numerele pare 218, 216, 214, …, 4, 2.
c) $(210 - 138) : 2 = 36$. Pentru numărul maxim avem $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 7 + 8 = 36$ şi deci sunt 8 înlocuiri. Cum $36 > 20$, pentru numărul minim facem două înlocuiri, anume 20 şi 16 cu „–20” şi „–16”.

Cuprins