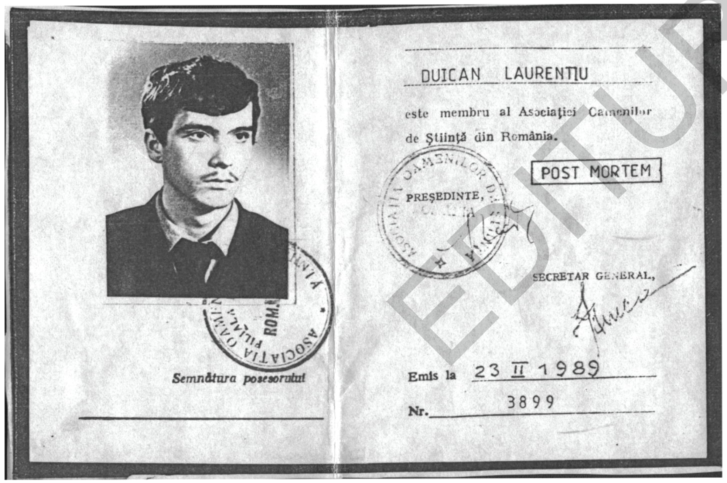
"DUICAN, Laurenţiu, (1964-1982, n. Braşov), matematician român. Înclinaţii precoce spre studiul geometriei (*Transformări geometrice*); eseuri (*Prin labirintul geometriei*, *Caiet de seară*)."

DICŢIONAR ENCICLOPEDIC, vol II Editura Enciclopedică, Bucureşti, 1996, p.154



DICŢIONAR ENCICLOPEDIC AL MATEMATICIENILOR:

DUICAN, Laurenţiu (1964–1982), matematician; promitea a fi un **Galois** român. N. la Braşov, fiul prof. Maria şi Ilie Duican. A urmat Lic. de Matematică-Fizică „Dr. I. Meşotă" din Braşov, în paralel cu Liceul de Muzică (clasa vioară clasică). Moare în prima sa vacanţă de student la Fac. Automatică din Bucureşti în urma unui accident de autobuz.
Op. pr.: – *Transformări geometrice*, Ed. St. Enciclopedică, Bucureşti, 1987; – *Prin labirintul geometriei*, Ed. Albatros, Bucureşti, 1990, cărţi apreciate de specialişti, ultima prezentată în anul 1991 la Salonul Internaţional al Cărţii de la Paris. Are eseuri literare, de asemenea promiţătoare, dintre care *Caiet de seară*, Ed. Litera, 1984, reeditată Ed. Eminescu, Bucureşti, 1992, cu un Cuvânt-înainte de filozoful Constantin Noica şi cu o frumoasă recenzie de poeta Ana Blandiana.
Anual, sub Egida Ministerului Învăţământului şi Cercetării şi al S.S.M. din România are loc Concursul de Matematică „Laurenţiu Duican".

(Vol. I, Ed. Universităţii Piteşti, 2001, p. 184)

PARTICIPANŢI

În perioada 6-8 mai 1993 se va susţine la Braşov, a doua ediţie a Concursului interjudeţean de matematică „Laurenţiu Duican“. Festivitatea de deschidere va avea loc vineri, 7 mai, ora 9, la Liceul „Andrei Şaguna“ din Braşov.

Activitatea se doreşte o continuare firească a unei tradiţii începute anul trecut în memoria tânărului Laurenţiu Duican, „meşotistul“ care prin ascuţimea spiritului său a cutezat să aducă o altă lumină în tărâmul fascinant al matematicelor, şi nu numai, probată şi de lucrările sale recunoscute de acum: Transformări geometrice, Prin labirintul geometriei, Caiet de seară.

Concursul va beneficia de prezenţa unor nume ale matematicii româneşti care îi vor „seconda“ de aproape pe cei mai buni matematicieni din clasele VII-XII, peste 120, din judeţele Alba, Argeş, Braşov, Buzău, Covasna, Dâmboviţa, Dolj, Prahova şi Vrancea. Manifestarea poate fi comparată, fără riscul de a greşi, cu faza naţională a Olimpiadei de matematică, prin nivelul de pregătire al tinerilor participanţi, laureaţi ai fazelor superioare ale olimpiadei.

Flavius Obeadă,
în *Gazeta de Transilvania*, Braşov, joi, 6 mai 1993, p. 2

Nr. crt.	Judeţul	Număr de participanţi						Total
		VII	VIII	IX	X	XI	XII	
1.	Alba	2	3	2	2	2	1	**12**
2.	Argeş	3	3	1	3	3	2	**15**
3.	Braşov	3	3	3	3	2	4	**18**
4.	Buzău	3	2	2	3	2	2	**14**
5.	Covasna	2	2	2	3	2	1	**12**
6.	Dâmboviţa	2	2	3	2	1	2	**12**
7.	Dolj	3	2	2	3	3	2	**15**
8.	Prahova	3	3	3	2	1	2	**14**
9.	Vrancea	3	3	2	1	1	2	**12**
Total		**24**	**23**	**20**	**22**	**17**	**18**	**124**

PROBLEME PROPUSE

Clasa a VII-a

1. Fie a, b, c, d $\in (1, +\infty)$. Să se arate că: $a^4 + b^4 + c^4 + d^4 < (abcd)^4 + 3$.

Lucian Tuţescu, Craiova

2. Să se arate că în orice triplet pitagoreic de numere prime între ele, numărul cel mai mare este impar.

Constantin Apostol, Rm. Sărat

3. Fie ABCD un patrulater convex în care există relaţia:
$BC \cdot AB - CD \cdot AD = AB \cdot CD - BC \cdot AD$. Notăm cu M şi P proiecţiile vârfului C pe dreptele AB şi, respectiv AD.

Să se arate că $MB \cdot PA = MA \cdot PD$, dacă ABCD este inscriptibil.

Florin Cârjan, Braşov,
Dumitru Săvulescu, Bucureşti

4. a) Fie ABC un triunghi oarecare şi A', B', C' simetricele vârfurilor faţă de laturile opuse. Să se găsească condiţia ca laturile triunghiului A'B'C' să treacă prin vârfurile triunghiului iniţial (B'C' prin A etc.).

b) Dacă ABC este dreptunghic să se găsească legătura dintre ariile triunghiurilor ABC şi A'B'C'.

c) Există cazuri în care punctele A', B', C' nu formează un triunghi?

Horea Banea, Braşov

Clasa a VIII-a

1. Fie p, q, r trei numere oarecare, distincte, de acelaşi semn.

a) Să se scrie toate ecuaţiile de gradul al II-lea având drept coeficienţi aceste numere (fiecare utilizând cele 3 numere câte o singură dată).

b) Să se arate că nu toate aceste ecuaţii pot avea rădăcini (reale).

c) Să se arate că există numere p, q, r pentru care patru dintre ecuaţii au rădăcini.

Horea Banea, Braşov

2. Să se demonstreze că pentru orice a, b, c $\in \mathbf{R}_+^*$ avem:

$$\frac{a^4 + 2a^3b + b^2(1+a^2)}{ab(a+b)} + \frac{b^4 + 2b^3c + c^2(1+b^2)}{bc(b+c)} + \frac{c^4 + 2c^3a + a^2(1+c^2)}{ca(c+a)} \geq 6.$$

Dumitru Săvulescu, Bucureşti

3. În tetraedrul VABC avem VC ⊥ AB. Fie BM ⊥ VC şi MN ⊥ AB, unde M ∈ (VC) şi N ∈ (AB). Să se demonstreze că MN < CN.

Romeo Ilie, Braşov

4. O prismă dreaptă, cu înălţimea de 1 şi baza trapez isoscel cu diagonala egală cu suma bazelor, are volumul $\frac{3\sqrt{3}}{4}$. Să se arate că aria laterală a prismei este cuprinsă între $3+\sqrt{3}$ şi $3\sqrt{3}$.

Constantin Apostol, Râmnicu Sărat

Clasa a IX-a

1. Fie funcţia f: **R** → **R**, $f(x)=\begin{cases}\min\limits_{t\le x}(t^2-2t+2), & x\le 1\\ \max\limits_{t\ge x}(-t^2+2t-1), & x>1\end{cases}$.

a) Să se arate că f este injectivă; este f surjectivă?

b) Să se determine h ∈ **R** astfel încât funcţia g: **R** → **R**, $g(x)=\begin{cases}f(x), & x\le 1\\ f(x)+h, & x>1\end{cases}$ să fie bijectivă şi să i se calculeze inversa.

Viorel Drăghici, Braşov

2. Fie a, b ∈ **R**, a ≤ 1, b > 0, n ∈ **N*** şi A ⊂ (0, ∞) o mulţime cu n elemente. Să se demonstreze că dacă 1993 ∈ A şi dacă există o funcţie f: A → A care are proprietatea: $f(x)=x^2+ax-b$, (∀) x ∈ A, atunci $b\le 1993^2$.

Romeo Ilie, Sf. Gheorghe

3. În cercul de rază $\sqrt{6}$ este înscris un patrulater cu diagonalele de $2\sqrt{3}$ şi $3\sqrt{2}$. Să se arate că aria maximă a acestui patrulater este $3\sqrt{6}$.

Constantin Apostol, Rm. Sărat

4. Fie ABCD un pătrat şi M ∈ Int(ABCD). Să se demonstreze că următoarele afirmaţii sunt echivalente:

a) m(∢AMB) + m(∢CMD) = 180°;

b) M ∈ (AC) ∪ (BD);

c) $MA\cdot MC+MB\cdot MD=AB^2$.

Sabin Tăbârcă, Braşov

Clasa a X-a

1. Fie mulţimea M = {z ∈ **C** | |z| = 1} şi funcţia f: M × M → **R**, f(z, z') = |z' – – z|.

a) Să se precizeze elementele z ∈ M pentru care produsul f(z, 1)f(z, –1) este maxim.

b) Să se afle arg z, z ∈ M, pentru care $f(z,i)=\frac{\sqrt{5}-1}{2}$.

Viorel Drăghici, Braşov

2. Să se arate că în orice triunghi are loc:

$$8\sin\frac{A}{2}\sin\frac{B}{2}\sin\frac{C}{2}\le\cos\frac{A-B}{2}\cos\frac{B-C}{2}\cos\frac{C-A}{2}\le 1.$$

Răzvan Satnoianu, Bucureşti

3. Fie ABCD un tetraedru şi M mijlocul lui (CD). Să se arate că:

$$\sigma[MAB]<\frac{1}{2}(\sigma[ABC]+\sigma[ABD]).$$

***

4. a) Există pentagoane înscrise într-un cerc de rază R având toate laturile de lungimi diferite, egale cu lungimile laturilor unor poligoane regulate înscrise în acelaşi cerc?

b) Pentagoanele de la punctul a) se realizează decupându-se din discuri de tablă. Câte discuri sunt necesare pentru realizarea tuturor modelelor diferite?

c) Deşeurile reprezintă mai mult sau mai puţin de 50% din materialul discurilor?

d) Fie $\mathscr{D}$ mulţimea lungimilor diagonalelor tuturor pentagoanelor. Se cere card $\mathscr{D}$ (card $\mathscr{D}$ reprezintă numărul elementelor lui $\mathscr{D}$).

e) Notând $d=\min\limits_{d_i\in\mathscr{D}} d_i$ şi $D=\max\limits_{d_i\in\mathscr{D}} d_i$, să se stabilească dacă există pentagoane care să admită printre diagonalele lor concomitent pe cele de lungimi d şi D.

Horea Banea, Braşov

Clasa a XI-a

1. Fie A, B ∈ M_n(**C**) şi f ∈ **C**[X]. Este posibil ca $f(AB)-f(BA)=\alpha I_n$, cu $\alpha\ne 0$?

Răzvan Satnoianu şi D. Săvulescu

2. Fie $(x_n)_{n\geq 1}$ un şir definit prin relaţia de recurenţă $x_{n+1}=x_n^3-x_n^2+1$, $x_1\in(-1,1)$. Să se arate că $\lim\limits_{n\to\infty} x_1x_2...x_n=0$.

Florin Cârjan, Braşov, Dumitru Săvulescu, Bucureşti

3. Fie $(x_n)_{n\geq 1}$ un şir convergent de numere reale care are proprietatea că: $x_n^2-x_n\cdot x_{n+1}-\dfrac{1}{n}\geq 0$, ∀ n ≥ 1. Să se demonstreze că $\lim\limits_{n\to\infty} x_n\leq 0$.

Romeo Ilie, Braşov

4. Fie I un interval de numere reale şi f: I → **R** o funcţie de două ori derivabilă pe I, având cel puţin două rădăcini în I. Să se arate că:

a) ∀ a ∈ **R**, ∃ α ∈ I astfel încât f'(α) + af(α) · f''(α) = 0;

b) ∀ a ≥ 0, ∃ β ∈ I astfel încât $(f'(\beta))^2+af(\beta)\cdot f''(\beta)=0$.

Eugen Păltănea, Braşov

Clasa a XII-a

1. Fie P ∈ **R**[X], de grad n > 1, şi $Q=P+P'+...+P^{(n)}\in$ **R**[X]. Să se arate că între două rădăcini reale distincte ale lui Q există cel puţin o rădăcină reală a lui P.

Sabin Tăbârcă, Braşov

2. Fie f: [0, 1] → **R**, $f(x)=\begin{cases} a, & x=0 \\ x^x, & x\in(0,1]\end{cases}$, a ∈ **R**. Să se arate că f este integrabilă pe [0, 1] şi să se ordoneze numerele: $\int_0^1 f(x)dx,\ e^{-\frac{1}{e}},\ \dfrac{3}{4}$.

Octavian Purcaru, Ploieşti

3. Fie α ≥ 1 şi f: [0, ∞) → $\mathbf{R}_+$ o funcţie continuă şi descrescătoare cu proprietatea că $f^{\alpha}(x)\geq f(x^{\alpha})$, ∀ x ≥ 0. Să se demonstreze că:

$$\left(\int_0^x f(t)dt\right)^{\alpha}\geq\int_0^{\alpha} f(t)dt,\ \forall\, x\geq 0.$$

Romeo Ilie, Braşov

4. Să se arate că un grup cu 2(2n + 1) elemente (n ∈ **N**) admite cel mult un subgrup cu 2n + 1 elemente.

Eugen Păltănea, Sabin Tăbârcă, Braşov

SOLUŢII

Clasa a VII-a

1. Avem: $a^4+b^4<(ab)^4+1$, deoarece $(a^4-1)(b^4-1)>0$ şi $c^4+d^4<(cd)^4+1$ deoarece $(c^4-1)(d^4-1)>0$.

Rezultă $a^4+b^4+c^4+d^4<(ab)^4+(cd)^4+2$.

În mod analog avem:

$(ab)^4+(cd)^4<(abcd)^4+1$, de unde $a^4+b^4+c^4+\ +d^4<(abcd)^4+3$.

2. Presupunând $a^2=b^2+c^2$, unde a, b, c sunt numere naturale prime între ele cu $a=2a_1$ ($a_1\in$ **N***) deducem că b şi c sunt impare. Din relaţia $a^2=b^2+$ $+c^2$, în condiţiile: $a=2a_1, b=2b_1+1, c=2c_1+1 (b_1,c_1\in$ **N***), se obţine: $2a_1^2=2b_1^2+2b_1+2c_1^2+2c_1+1$. Dar egalitatea nu poate avea loc, căci primul membru este par iar cel de-al doilea, impar.

3. Relaţia dată se scrie sub forma (BC –CD)(AB + AD) = 0, deci BC = CD. Fie N mijlocul laturii BD. Din BC = CD rezultă CN ⊥ BD. Deci M, N, P sunt proiecţiile punctului C pe laturile triunghiului ABD. Punctele M, N, P sunt coliniare deoarece punctul C se află pe cercul circumscris triunghiului ABD. Conform teoremei lui Menelaus avem: $\dfrac{MB}{MA}\cdot\dfrac{AP}{PD}\cdot\dfrac{DN}{NB}=1$ şi deoarece ND = = NB obţinem $\dfrac{MB}{MA}\cdot\dfrac{AP}{PD}=1$.

4. a) Avem ΔA'BC ≡ ΔAB'C ≡ ΔABC' ≡ ΔABC. Din C ∈ A'B' rezultă: m(∢B'CA) + m(∢ACB) + m(∢BCA') = 180°. Apoi m(∢B'CA) = m(∢ACB) = = m(∢BCA') = $\dfrac{180^{\circ}}{3}=60^{\circ}$. Analog m(∢BAC) = m(∢ABC) = 60°, deci triunghiul ABC este echilateral.

b) Presupunând m(∢A) = 90°, obţinem B'C' ∥ BC şi BC ≡ B'C'. Fie {A''} = = AA' ∩ B'C'. Avem AA'' ⊥ B'C' şi AA'' = 3AD (AD ⊥ BC). Rezultă că $S_{A'B'C'}=3S_{ABC}$.

c) Exemplu: Fie ΔABC cu m(∢A) = 120°, m(∢B) = m(∢C) = 30°. În acest caz B' şi C' sunt puncte confundate.

CUPRINS