



*Acest auxiliar didactic este aprobat pentru utilizarea în unitățile de învățământ preuniversitar prin O.M.E.C. nr. 5318/21.11.2019.*

Redactare: Alina Costache  
Corectură: Andreea Roșca  
Tehnoredactare: Mariana Dumitru  
Pregătire de tipar: Marius Badea  
Design copertă: Mirona Pintilie

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**  
**ZAHARIA, MARIA**

**Caiet de vacanță - matematică : clasa a VI-a : suport teoretic, exerciții și probleme aplicative / Maria Zaharia. - Ed. a 2-a, reviz.. - Pitești :**

Paralela 45, 2020

ISBN 978-973-47-3186-2

51

Copyright © Editura Paralela 45, 2020

Prezenta lucrare folosește denumiri ce constituie mărci înregistrate, iar conținutul este protejat de legislația privind dreptul de proprietate intelectuală.

Maria Zaharia

**Caiet de vacanță**  
**Matematică**  
**Clasa a VI-a**

**Suport teoretic, exerciții  
și probleme aplicative**

Ediția a II-a, revizuită

**Editura Paralela 45**

## I.1 Mușimi

- Mușimea este ..... bine determinate și distincte numite .....
  - Mușimile se notează cu ....., cu sau fără indici:  $A, B, C, \dots, A_1, A_2, A_3, \dots$ .
  - Elementele unei mușimi se notează cu ..... :  $a, b, \dots$ .
  - Mușimea care nu are nici un element se numește ..... și se notează cu simbolul .....
- Dacă  $A$  este o mușime și  $x$  este un element al ei, atunci notăm ..... și citim .....
  - O mușime se numește numerică dacă .....
- Orice mușime poate fi dată în trei moduri:
  - explicit**, prin .....
  - implicit**, .....
  - cu ajutorul unor diagrame Venn–Euler** .....
- Mușimea numerelor naturale mai mici decât 5 reprezentată:
  - explicit este  $M = \dots$
  - printr-o proprietate caracteristică este  $M = \dots$
  - cu ajutorul diagramei Venn–Euler este:
- O mușime  $A$  se numește:
  - mușime finită** dacă ....., de exemplu: mușimea divizorilor numărului 6 este  $D_6 \dots$
  - mușime infinită** ....., de exemplu: mușimea multiplilor unui număr natural este .....  $M_6 = \dots$
- Numărul de elemente ale unei mușimi  $A$  se notează cu ..... și card  $D_6 = \dots$

7. a) Două mulțimi  $A$  și  $B$  sunt egale dacă ..... și notăm ..... în caz contrar spunem că ..... și notăm .....

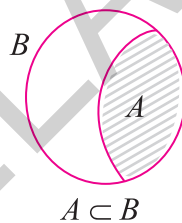
b) Mulțimile  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}^* \text{ și } x \leq 4\}$  și  $B = \{1, 2, 3, 4\}$  sunt ..... și notăm .....

c) Mulțimile  $M = \{1, 2, 3\}$  și  $N = \{a, b, c\}$  sunt ..... și notăm ..... , însă au același număr de elemente, mai precis card  $M = \dots = \dots$ .

8. a) O mulțime  $A$  este submulțime a mulțimii  $B$  dacă .....

Se notează  $A \subseteq B$  și se citește „.....”.

b) Dacă cel puțin un element al mulțimii  $A$  nu este element al mulțimii  $B$ , atunci ..... și notăm .....



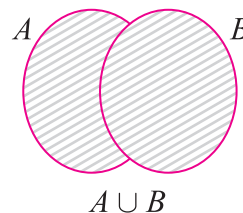
9. a) Mulțimea vidă este submulțime ..... și notăm .....

b) Orice mulțime este inclusă în ea însăși, adică .....

c) Mulțimea vidă și mulțimea însăși sunt ..... , restul submulțimilor sunt submulțimi .....

10. a) Reuniunea a două mulțimi  $A$  și  $B$  este ..... și scriem  $A \cup B = \dots$ .

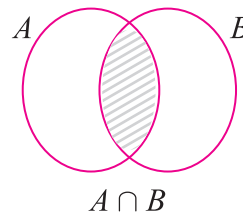
b) Dacă  $A = \{1, 3, 5\}$  și  $B = \{3, 5, 7\}$ , atunci  $A \cup B = \dots$ .



11. a) Intersecția a două mulțimi  $A$  și  $B$  este ..... și scriem  $A \cap B = \dots$ .

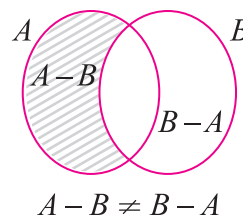
b) Dacă  $A = \{2, 3, 5\}$  și  $B = \{3, 5, 7\}$ , atunci  $A \cap B = \dots$ .

c) Dacă  $A \cap B = \emptyset$ , atunci  $A$  și  $B$  se numesc .....



12. a) Diferența mulțimilor  $A$  și  $B$  este ..... și scriem  $A - B = \dots$ .

b) Dacă  $A = \{2, 3, 5\}$  și  $B = \{3, 5, 7\}$ , atunci  $A - B = \dots$  și  $B - A = \dots$ .



13. a) Într-o mulțime fiecare element apare .....

b) Analizând diagramele de mai jos, avem reprezentată o mulțime în figura .....

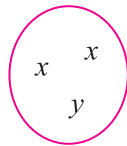


fig. 1

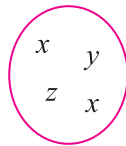


fig. 2

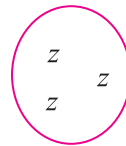


fig. 3

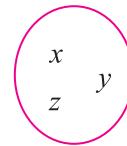


fig. 4

**14.** a) Submulțimile mulțimii  $M = \{a, b, c\}$  sunt .....

b) Numărul de submulțimi ale unei mulțimi  $A$  este .....

**15.** Se consideră mulțimile  $A = \{0, 1, 2, 3\}$  și  $B = \{x^2 \mid x \in A\}$ . Scrieți elementele mulțimilor:

$B =$  ..... ;  $A \cup B =$  .....

$A \setminus B =$  ..... ;  $A \cap B =$  .....

**16.** Completați spațiile libere pentru a obține propoziții adevărate.

a) Într-o mulțime nu contează ordinea ....., mulțimile  $A = \{a, b, c\}$  și  $B = \{b, a, c\}$  sunt ..... pentru că sunt formate din .....

b) Mulțimea literelor din care este format cuvântul „element” este  $C =$  .....

c) Mulțimea cifrelor este o mulțime ..... în timp ce mulțimea numerelor naturale este o mulțime .....

**17.** Se dă mulțimea  $M = \{x \in \mathbb{N}^*, x \leq 3\}$ .

a) Scrieți mulțimea  $M$  prin enumerarea elementelor,  $M =$  .....

b) Submulțimile improprii ale mulțimii  $M$  sunt .....

c) Submulțimile proprii ale mulțimii  $M$  sunt .....

**18.** Determinați  $a$ , știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

a)  $\{1, a, 3\} \subset \{1, 2, 3, 4\}$ ;

b)  $\{1, a, 3\} \subseteq \{1, 3, 4, 5\}$ .

**19.** a) Determinați perechile  $(x, y)$  știind că  $\{2, x, 4\} \subseteq \{1, 2, y, 3\}$ .

b) Determinați perechile  $(x, y)$  știind că sunt îndeplinite simultan condițiile:

i)  $\{2, 3, 4\} \subset \{3, x, y, 4\}$ ;

ii)  $\{3, x, y, 4\} \subseteq \{2, 3, 4, 5, 6\}$ .

**Soluție:** .....

**20.** a) Elementele mulțimii  $\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este restul împărțirii oricărui număr natural la } 5\}$  sunt: .....

b) Între elementul  $a$  și mulțimea  $M = \{a, b, c\}$  există relația de ..... și notăm .....

c) Între mulțimile  $A = \{1, 2\}$  și  $B = \{0, 1, 2, 3\}$  există relația de ..... ; notăm ..... și spunem că .....

**21.** Se consideră mulțimea  $M = \{\overline{xy} \in \mathbb{N} \mid \overline{xy} : 23\}$ .

a) Elementele mulțimii  $M$  sunt .....

b) Submulțimile lui  $M$  formate din câte două elemente sunt .....

c) Submulțimile lui  $M$  formate din câte trei elemente sunt .....

**22.** Completați spațiile punctate astfel încât să obțineți propoziții adevărate.

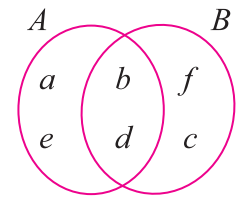
a)  $A \cup B = \{x \mid x \in A \dots x \in B\}$ ; c)  $A \setminus B = \{x \mid x \in A \dots x \notin B\}$ ;

b)  $A \cap B = \{x \mid x \in A \dots x \in B\}$ ; d)  $B \setminus A = \{x \mid x \in B \dots x \notin A\}$ .

**23.** Analizați, cu atenție, diagrama și specificați dacă propozițiile ce urmează sunt adevărate sau false:

$a \in A \cap B \dots$ ;  $b \notin A \cap B \dots$ ;  $\{b, d\} = A \cap B \dots$ ;

$d \notin A \cap B \dots$ ;  $e \in A \setminus B \dots$ ;  $\{a, c\} \subset A \cup B \dots$ .



**24.** Se consideră două mulțimi oarecare  $A$  și  $B$ .

a) Dacă  $A \cap B = A \cup B$ , atunci .....

b) Dacă  $A \subseteq B$  și  $B \subseteq A$ , atunci .....

**25.** Scrieți informația corectă care completează spațiile punctate:

a) Cel mai mare divizor propriu al mulțimii  $\mathcal{D}_{48}$  este .....

b) Cardinalul mulțimii  $\mathcal{D}_{48}$  este .....

c) Cel mai mic element al mulțimii  $\mathcal{M}_6 \cap \mathcal{M}_8$  este .....

d) Din mulțimea  $\mathcal{M}_8$ , elementele de forma  $\overline{ab}$  sunt .....

**26.** Dacă  $A = \{0, 1, 2, 4\}$  și  $B = \{0, 2, 5, 6\}$ , atunci:

$A \cup B = \dots$ ;  $A \cap B = \dots$ ;

$A \setminus B = \dots$ ;  $B \setminus A = \dots$ .

**27.** Determinați mulțimile  $M$  și  $N$ , știind că  $M \cup N = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ ,  $M \cap N = \{2, 3, 4\}$  și  $N \setminus M = \{5\}$ .

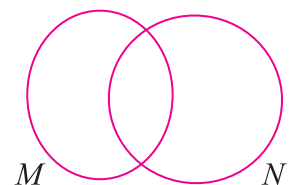
**Soluție:** .....

.....

.....

.....

.....





## Unghiuri. Unghiuri opuse la vârf. Congruența unghiurilor opuse la vârf

1. Completați spațiile punctate:

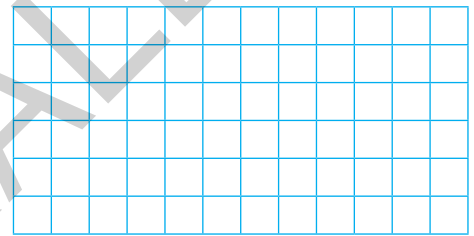
a) Două unghiuri proprii se numesc **unghiuri opuse la vârf** dacă .....

b) Unghiurile opuse la vârf sunt ....., adică au aceeași măsură.

2. Desenați două drepte  $MN$  și  $PQ$  concurente în punctul  $O$ .

a) Semidreptele  $OM$  și  $ON$ , respectiv  $OP$  și  $OQ$  sunt perechi de .....

b) Unghiurile  $MOP$  și  $NOQ$ , respectiv  $MOQ$  și  $NOP$  sunt unghiuri .....

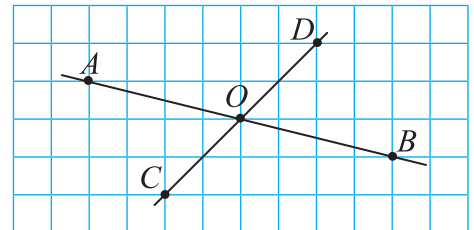


3. În figura alăturată:

a) semidreptele  $OA$  și  $OB$  sunt semidrepte ....., înseamnă că  $\sphericalangle AOB$  este ....., adică:  
 $\sphericalangle AOD + \sphericalangle DOB = \dots\dots\dots$  sau  $\sphericalangle DOB = 180 - \dots\dots\dots$  (1)

b) semidreptele  $OC$  și  $OD$  sunt semidrepte ....., înseamnă că  $\sphericalangle COD$  este ....., adică:  
 $\sphericalangle AOD + \sphericalangle AOC = \dots\dots\dots$  sau  $\sphericalangle AOC = 180 - \dots\dots\dots$  (2)

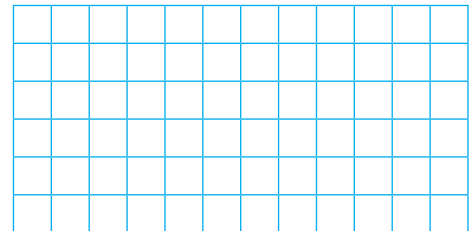
c) Din (1) și (2) se constată că unghiurile  $DOB$  și  $AOC$  sunt ..... și notăm .....



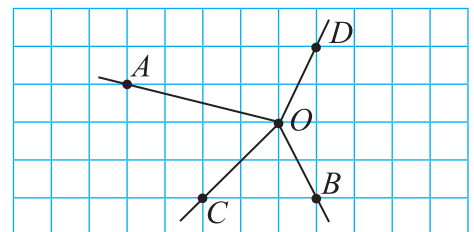
4. a) Desenați două drepte  $MN$  și  $PQ$  concurente în punctul  $O$ , astfel încât măsura unghiului  $MOP$  să fie de  $45^\circ$ .

b) Măsurile unghiurilor  $MOQ$ ,  $NOQ$  și  $PON$  sunt egale cu .....

c) Unghiurile opuse la vârf din figura obținută sunt ..... și .....



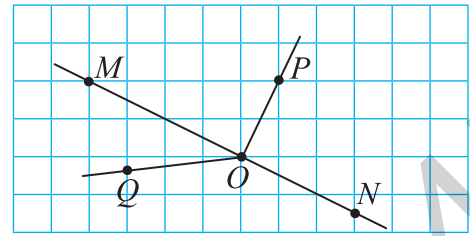
5. Observați figura alăturată și completați: Unghiurile  $AOD$  și  $BOC$ , respectiv  $AOC$  și  $BOD$  sunt perechi de unghiuri care .... deoarece semidreptele  $OA$  și  $OB$ , respectiv  $OC$  și  $OD$  nu sunt .....





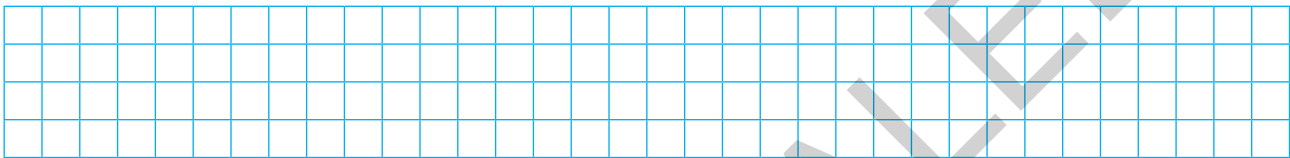
6. Analizați cu atenție figura alăturată și completați:

- a) semidreptele  $OM$  și  $ON$  sunt ..... ;  
 b) semidreptele  $OP$  și  $OQ$  ..... semidrepte opuse;  
 c) unghiurile  $POM$  și  $QON$ , respectiv  $PON$  și  $QOM$  sunt unghiuri care ..... la vârf și ale căror laturi ..... o singură pereche de .....

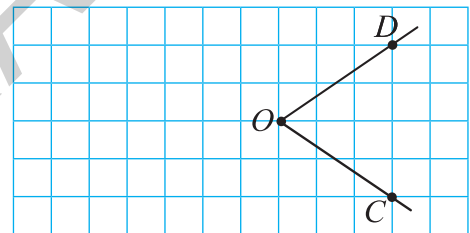


7. Calculați măsurile unghiurilor determinate de două drepte concurente, știind că unul dintre ele are măsura egală cu:

- a)  $60^\circ$ ;                      b)  $100^\circ$ ;                      c)  $80^\circ$ ;                      d)  $90^\circ$ .



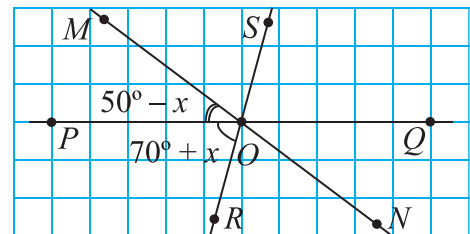
8. Mihai dorește să măsoare unghiul  $COD$  din figura alăturată, dar, așa cum este desenat unghiul, gradațiile raportorului depășesc marginea caietului. Ce ar trebui să facă Mihai?



.....  
 .....

9. Analizați cu atenție figura alăturată.

- a) Calculați măsura unghiului  $SOM$ .  
 b) Dacă măsura unghiului  $POR$  este dublul măsurii unghiului  $POM$ , calculați măsurile unghiurilor:  $RON$ ,  $QON$ ,  $QOS$ .



.....  
 .....

10. Se consideră două drepte  $a$  și  $b$ , concurente în punctul  $O$ . Calculați măsura fiecărui unghi cu vârful în punctul  $O$ , știind că:

- a) suma măsurilor a două dintre unghiuri este egală cu  $140^\circ$ ;  
 b) suma măsurilor a trei dintre unghiuri este egală cu  $225^\circ$ .

.....  
 .....



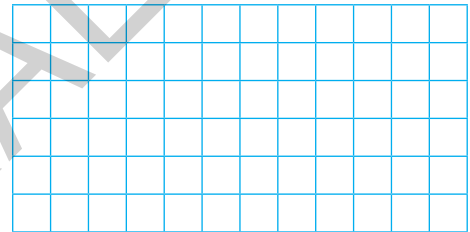


## Unghiuri formate în jurul unui punct. Suma măsurilor unghiurilor în jurul unui punct

1. Numim **unghiuri în jurul unui punct  $O$**  ..... care au proprietățile:
- toate au ....., punctul  $O$ ;
  - orice punct al planului care nu aparține niciuneia dintre laturile lor .....

*Suma măsurilor unghiurilor în jurul unui punct este egală cu  $360^\circ$ .*

2. Unghiurile  $AOB$ ,  $COB$  și  $COA$  sunt unghiuri în jurul unui punct. Știind că măsura unghiului  $BOC$  este dublul măsurii unghiului  $AOB$  și cu  $10^\circ$  mai mică decât măsura unghiului  $AOC$ , calculați măsurile unghiurilor.

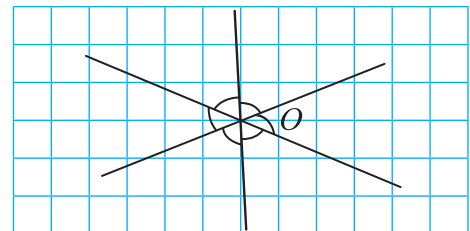


**Soluție:** Fie  $\sphericalangle AOB = x^\circ \Rightarrow \sphericalangle BOC = \dots$   
și  $\sphericalangle AOC = \dots$ . Dar suma măsurilor unghiurilor în jurul unui punct este egală cu  $\dots^\circ \Rightarrow \dots$

3. Aflați măsurile a cinci unghiuri în jurul unui punct, știind că acestea sunt exprimate prin numere naturale consecutive.

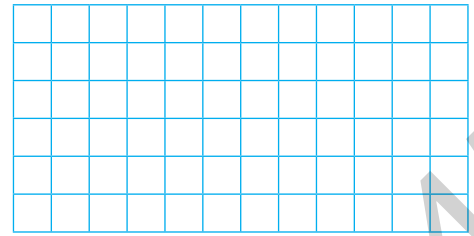
**Soluție:** Fie  $x$ ,  $x + 1$ ,  $x + 2$ ,  $x + 3$  și  $x + 4$  măsurile celor cinci unghiuri în jurul unui punct. Avem:  
 $x + (x + 1) + (x + 2) + \dots = \dots$   
 $\Rightarrow \dots$

4. Unghiurile marcate pe figura alăturată sunt congruente.
- Notați figura.
  - Suma măsurilor unghiurilor marcate pe figură este egală cu  $\dots^\circ$ , deoarece unghiurile .....



- Măsura fiecărui unghi din figură este egală cu .....

5. Calculați măsurile unghiurilor formate de două drepte concurente, știind că diferența măsurilor a două dintre ele este de  $30^\circ$ .



6. Se consideră patru drepte concurente într-un punct  $O$ . Patru dintre cele opt unghiuri care nu au puncte interioare comune au măsurile de  $x^\circ$ ,  $x^\circ - 10^\circ$ ,  $x^\circ + 10^\circ$ ,  $3x^\circ$ .

- Realizați un desen care să illustreze situația.
- Calculați măsurile unghiurilor.
- Verificați dacă în jurul punctului  $O$  există unghiuri drepte. Numiți-le!

7. Calculați ce unghi descrie:

- minutarul (limba mare) unui ceas în 20 de minute;
- orarul (limba mică) unui ceas într-o oră.

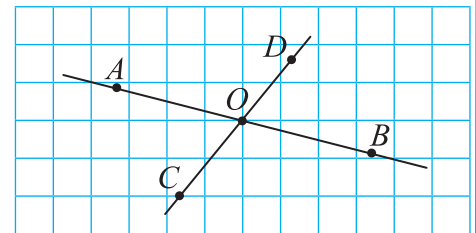


8. În jurul unui punct  $O$  se consideră patru unghiuri care nu au puncte interioare comune, cu măsurile de  $2x^\circ + 20^\circ$ ,  $3x^\circ - 20^\circ$ ,  $4x^\circ - 10^\circ$ ,  $3x^\circ + 10^\circ$ .

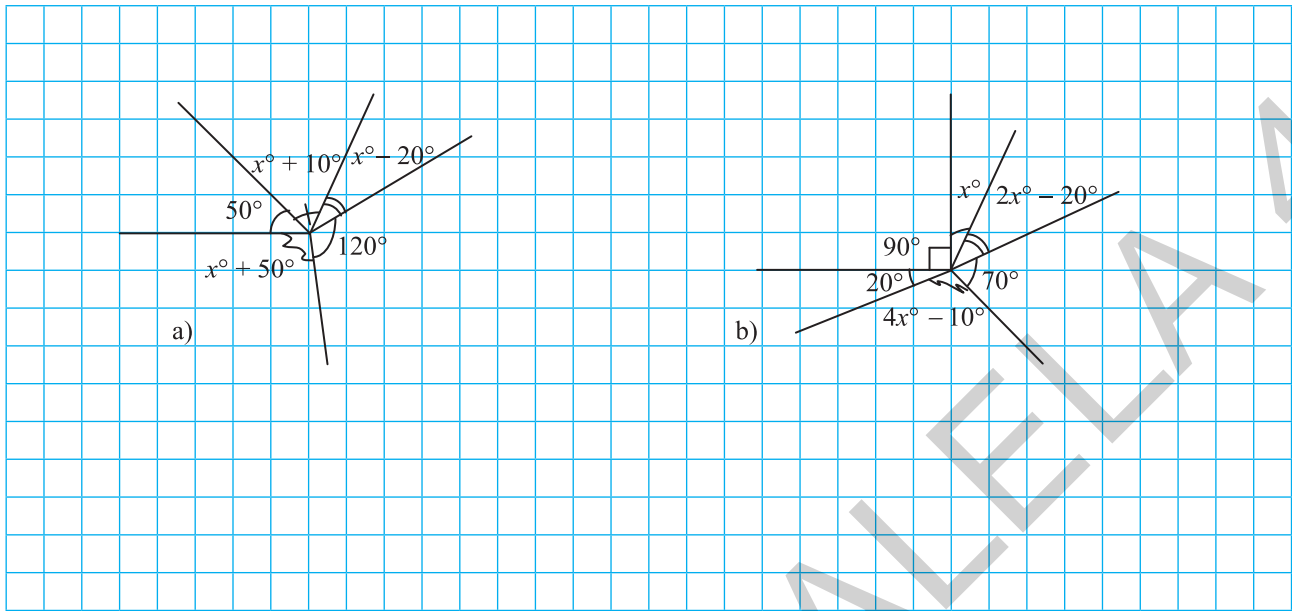
- Calculați măsurile unghiurilor.
- Realizați un desen care să illustreze datele problemei.
- În jurul punctului  $O$  există unghiuri obtuze? Numiți-le!

9. Analizați figura alăturată.

- Unghiurile formate în jurul punctului  $O$  sunt: .....
- Unghiurile opuse la vârf din figura alăturată sunt: .....
- Dacă măsura unghiului  $AOC$  este egală cu  $50^\circ$ , atunci măsurile celorlalte unghiuri din figură sunt egale cu: .....



10. Studiați cu atenție figurile de mai jos și calculați măsurile unghiurilor necunoscute.



### Unghiuri suplementare. Unghiuri complementare

1. a) Două unghiuri se numesc **unghiuri suplementare** dacă .....
- .....
- b) Fiecare dintre cele două unghiuri este ..... celuilalt unghi.
- c) Dacă două unghiuri suplementare sunt congruente, atunci fiecare are măsura egală cu ....., adică fiecare unghi este .....
- d) Unghiurile care au același suplement sunt .....
- e) Unghiurile congruente au suplementele .....
- f) Suplementul unui unghi cu măsura de  $x^\circ$  este unghiul cu măsura de .....
2. a) Suplementul unghiului cu măsura de  $60^\circ$  este unghiul cu măsura de .....
- b) Suplementul unghiului cu măsura de  $130^\circ$  este unghiul cu măsura de .....
- c) Suplementul unghiului cu măsura de  $70^\circ 37'$  este unghiul cu măsura de .....
3. a) Două unghiuri se numesc **unghiuri complementare** dacă .....
- .....
- b) Fiecare dintre cele două unghiuri este ..... celuilalt unghi.

- c) Dacă două unghiuri complementare sunt congruente, atunci fiecare are măsura egală cu .....
- d) Unghiurile care au același complement sunt .....
- e) Unghiurile congruente au complementele .....
- f) Complementul unui unghi cu măsura de  $x^\circ$  este unghiul cu măsura de .....

4. a) Complementul unghiului cu măsura de  $60^\circ$  este unghiul cu măsura de .....
- b) Complementul unghiului cu măsura de  $17^\circ 45'$  este unghiul cu măsura de .....

5. Calculați măsurile suplementelor unghiurilor cu măsura egală cu:
- a)  $74^\circ$ ;                      b)  $117^\circ$ ;                      c)  $54^\circ 29'$ ;                      d)  $128^\circ 57'$ .

6. Calculați măsurile complementelor unghiurilor cu măsura egală cu:
- a)  $29^\circ$ ;                      b)  $67^\circ$ ;                      c)  $35^\circ 14'$ ;                      d)  $76^\circ 47'$ .

7. Calculați suma măsurilor suplementului și complementului unghiului cu măsura de:
- a)  $47^\circ$ ;                      b)  $59^\circ 31'$ .

8. a) Raportul măsurilor a două unghiuri complementare este  $\frac{1}{5}$ . Aflați măsurile celor două unghiuri.
- b) Raportul măsurilor a două unghiuri suplementare este  $\frac{1}{3}$ . Aflați măsurile celor două unghiuri.

**Soluție:** a) Fie  $x$  măsura unghiului. Măsura complementului este ..... și  $\frac{x}{90^\circ - x} = \frac{1}{5} \Rightarrow$  ....., adică măsura unghiului este egală cu ..... $^\circ$  și măsura complementului este egală cu ..... $^\circ$ .

b) .....

9. Calculați măsura unui unghi, știind că:
- a) este o pătrime din complementul său;                      b) este o treime din suplementul său;
- c) este dublul complementului său;                      d) este triplul suplementului său.

# Cuprins

## ALGEBRĂ

### Capitolul I. MULȚIMEA NUMERELOR NATURALE

1.1. Mulțimi .....	5
1.2. Descompunerea numerelor naturale în produs de numere prime. Determinarea celui mai mare divizor comun și celui mai mic multiplu comun. Proprietăți ale divizibilității în mulțimea numerelor naturale .....	9

### Capitolul II. RAPOARTE ȘI PROPORȚII

2.1. Rapoarte .....	15
2.2. Titlul unui aliaj .....	17
2.3. Concentrația unei soluții .....	17
2.4. Scara unui desen .....	18
2.5. Procent .....	20
2.6. Proporții .....	22
2.7. Mărimi direct proporționale .....	23
2.8. Mărimi invers proporționale .....	25
2.9. Regula de trei simplă .....	27
2.10. Elemente de organizare a datelor. Probabilități .....	29

### Capitolul III. MULȚIMEA NUMERELOR ÎNTREGI

3.1. Număr întreg. Reprezentarea pe axa numerelor. Opusul și modulul unui număr întreg. Compararea și ordonarea numerelor întregi .....	33
3.2. Operații cu numere întregi .....	36
3.3. Ecuații, inecuații și probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor sau inecuațiilor în contextul numerelor întregi .....	43

### Capitolul IV. MULȚIMEA NUMERELOR RAȚIONALE

4.1. Număr rațional. Reprezentarea pe axa numerelor. Opusul și modulul unui număr rațional. Compararea și ordonarea numerelor raționale .....	49
4.2. Operații cu numere raționale .....	54
4.3. Ecuații în mulțimea numerelor raționale. Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor .....	63

## GEOMETRIE

### Capitolul V. NOȚIUNI GEOMETRICE FUNDAMENTALE

5.1. Unghiuri. Unghiuri opuse la vârf. Congruența unghiurilor opuse la vârf .....	70
5.2. Unghiuri formate în jurul unui punct. Suma măsurilor unghiurilor în jurul unui punct.....	72
5.3. Unghiuri suplimentare. Unghiuri complementare .....	74
5.4. Unghiuri adiacente. Bisectoarea unui unghi. Construcția bisectoarei unui unghi .....	76



5.5. Drepte paralele. Construcție intuitivă prin translație. Unghiuri formate de două drepte cu o secantă .....	81
5.6. Axioma paralelelor. Criterii de paralelism .....	84
5.7. Drepte perpendiculare în plan. Oblice. Aplicații practice în poligoane și corpuri geometrice. Distanța de la un punct la o dreaptă.....	89
5.8. Mediatoarea unui segment. Construcția mediatoarei unui segment. Simetria față de o dreaptă.....	93
5.9. Cerc. Arc de cerc. Unghi la centru. Măsuri .....	97
5.10. Pozițiile unei drepte față de un cerc. Pozițiile relative a două cercuri.....	101

## Capitolul VI. TRIUNGHIUL

6.1. Triunghi. Definiție. Elemente. Clasificare. Perimetrul triunghiului.....	104
6.2. Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi. Unghi exterior unui triunghi .....	108
6.3. Construcția triunghiurilor. Inegalități între elementele triunghiului .....	111
6.4. Linii importante în triunghi	
6.4.1. Bisectoarele unghiurilor unui triunghi. Cerc înscris în triunghi.....	115
6.4.2. Mediatoarele laturilor unui triunghi. Cerc circumscris unui triunghi .....	118
6.4.3. Înălțimile unui triunghi. Ortocentrul triunghiului .....	121
6.4.4. Medianele unui triunghi. Centrul de greutate al triunghiului .....	123
6.5. Congruența triunghiurilor oarecare. Criterii de congruență a triunghiurilor: LUL, ULU, LLL .....	127
6.6. Congruența triunghiurilor dreptunghice. Criterii de congruență a triunghiurilor dreptunghice: CC, IC, CU, IU .....	130
6.7. Metoda triunghiurilor congruente. Proprietatea punctelor de pe bisectoarea unui unghi. Proprietatea punctelor de pe mediatoarea unui segment .....	133
6.8. Proprietăți ale triunghiului isoscel. Proprietăți ale triunghiului echilateral.....	139
6.9. Proprietăți ale triunghiului dreptunghic. Teorema lui Pitagora .....	147

## TESTE RECAPITULATIVE

TESTUL 1.....	154
TESTUL 2.....	155
TESTUL 3.....	156
TESTUL 4.....	158
TESTUL 5.....	160
TESTUL 6 .....	161

<b>SOLUȚII</b> .....	163
----------------------	-----