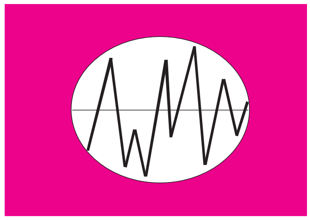
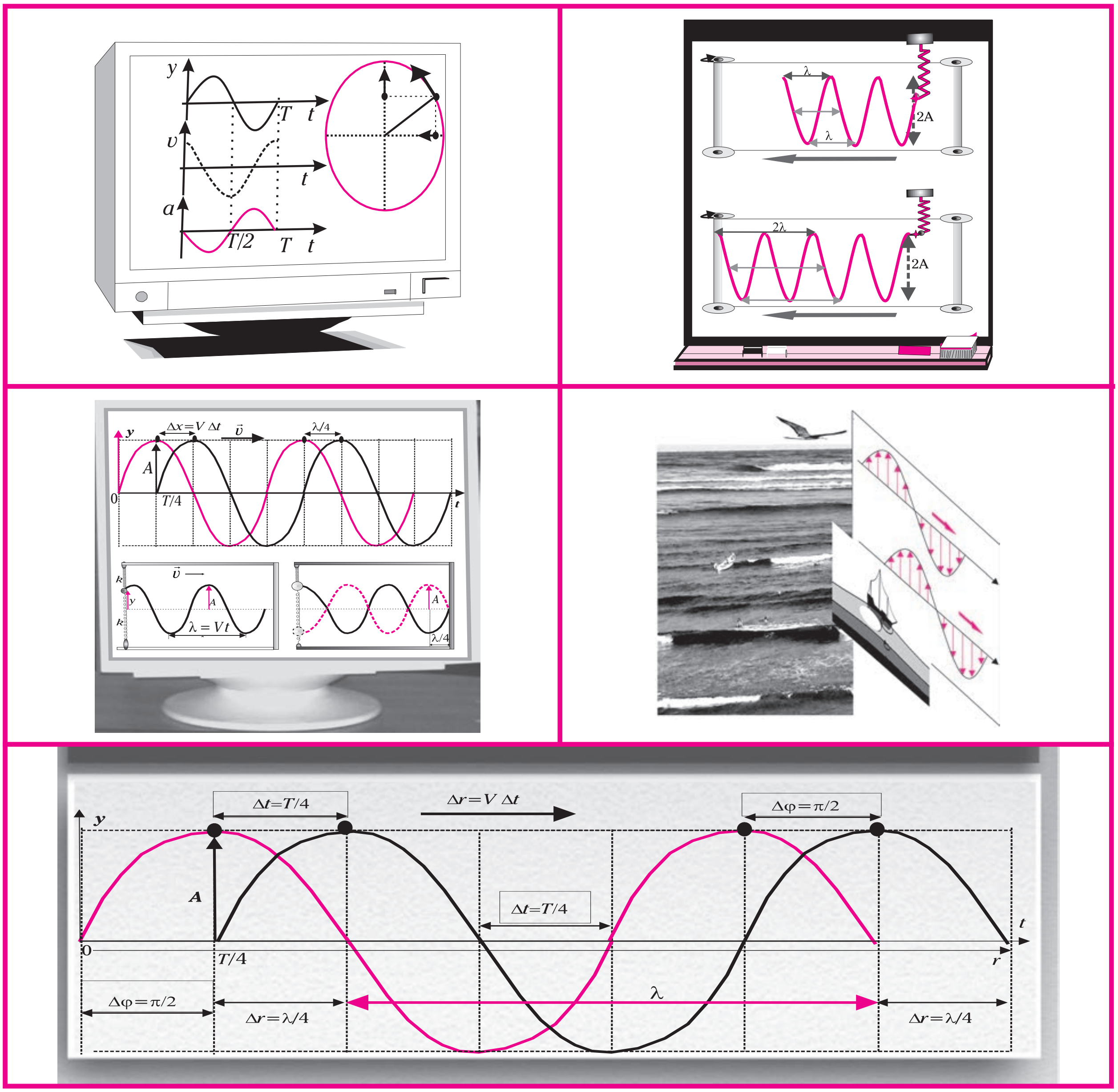
CAPITOLUL 1

OSCILAȚII ȘI UNDE MECANICE



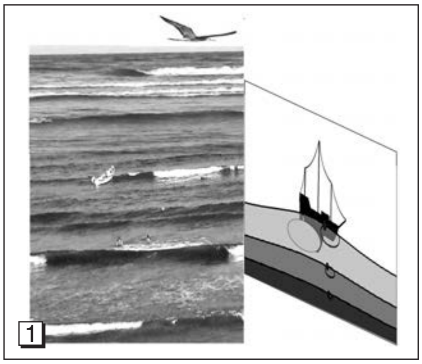


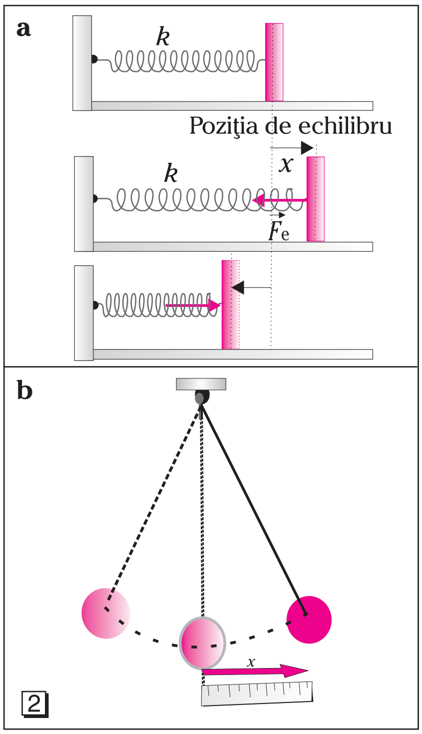
„Sunt convins că, dacă vreun om de știință din orice domeniu și-a adjudecat binemeritata recunoaștere a colectivității umane, acest lucru l-a realizat în mare măsură aplicând direct binefacerile fizicii ca legități, ca metodologie, ca instrumentar de lucru.”

Alfred Kastler — premiul Nobel, 1966

1.1. OSCILATORUL MECANIC

1.1.1. Fenomene periodice. Procese oscilatorii în natură şi în tehnică





ⓘ *Analiza calitativă de tip cauză-efect a unor oscilații mecanice*
Sistemele scoase din poziția de echilibru de forțe exterioare execută mișcări oscilatorii față de poziția de echilibru, atunci când sunt lăsate libere, sub acțiunea:
a) forței elastice din resort;
b) componentei tangențiale a greutății.

Oscilaţia este fenomenul fizic în decursul căruia o mărime fizică variază periodic.

Aproape la tot pasul, întâlnim fenomene care se repetă ciclic: vibraţiile unei lame sau corzi de instrument muzical, mişcarea unui balansoar sau a unui pendul, oscilaţiile plantelor sau crengilor pomilor, vibraţiile geamurilor sau ale boxelor audio, mişcările pistoanelor motoarelor sau ale coloanelor de apă, mişcarea corpurilor care plutesc în apa cu valuri (vezi 1). Oscilaţiile atomilor din corpurile cu structură cristalină sau deplasările electronilor din circuitele de curent alternativ evoluează periodic între două stări extreme în care se schimbă sensul mişcării.

Sistemul care efectuează o mişcare oscilatorie este numit **oscilator**. Mişcarea oscilatorului (sistemului oscilant) se reia din poziţia iniţială după o perioadă. Sistemele scoase din poziţia de echilibru de forţe exterioare tind să revină, atunci când sunt lăsate libere, în poziţia de echilibru, după ce execută mişcări oscilatorii numite **oscilaţii**. Distanţa oscilatorului (notată cu x sau y) faţă de poziţia de echilibru, la un moment dat, este numită **elongaţie** (vezi 2). La oscilatoarele elastice, cum ar fi lama elastică sau resortul elastic, forţa de revenire este de natură elastică.

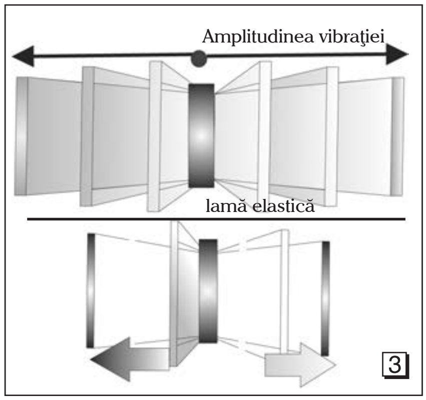
Din punct de vedere energetic, în mişcarea oscilatorie se transformă periodic o formă de energie în altă formă de energie, în mod reversibil (în cazul ideal, când energia totală se conservă) sau numai parţial reversibil (în cazul real, când intervin pierderi energetice). În cazul oscilaţiilor mecanice ale unui corp faţă de o poziţie de echilibru, energia cinetică se transformă periodic în energie potenţială şi invers. Analog se pot explica şi alte procese oscilatorii din natură şi din tehnică.

Amplitudinea A este depărtarea maximă faţă de poziţia de echilibru. Micşorarea amplitudinii în timp, numită **amortizare**, se produce datorită pierderilor de energie prin frecare. Dacă oscilatorul este forţat să oscileze sub acţiunea unor forţe exterioare periodice, amplitudinea poate fi modificată sau menţinută constantă. Pentru modelul de oscilator nedisipativ, mişcarea oscilatorie este neamortizată.

1.1.2. Mărimi caracteristice mişcării oscilatorii

• **Perioada *T*** a unei oscilaţii reprezintă intervalul de timp după care oscilatorul trece din nou printr-un punct, mişcându-se în acelaşi sens; $[T]_{S.I.} = s$.

Dacă notăm cu $f(t)$ mărimea fizică a unei oscilaţii şi cu T perioada oscilaţiei, atunci $f(t+T)=f(t)$, adică mărimea fizică are aceeaşi valoare la momentele t şi $t + T$ (vezi 3).



3

• **Frecvenţa** ν este raportul dintre numărul n de oscilaţii efectuate şi timpul t în care se efectuează: $\nu = \frac{n}{t} = \frac{1}{T}$;

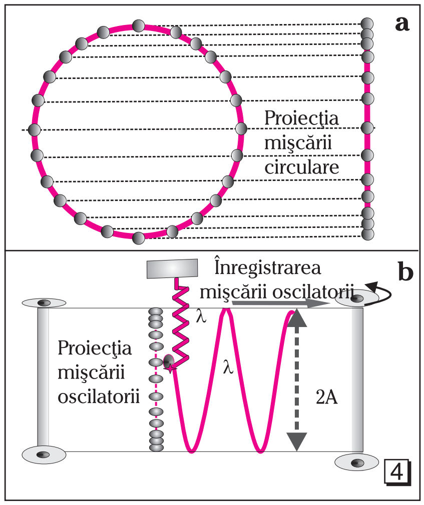
$$[\nu]_{S.I.} = s^{-1} = \text{Hz (Hertz)}.$$

• **Elongaţia *y*** măsoară distanţa momentană a centrului de masă al oscilatorului faţă de poziţia de echilibru static. Valoarea maximă y_{max} a elongaţiei într-o oscilaţie reprezintă amplitudinea A a oscilaţiilor; $[y]_{S.I.} = [A]_{S.I.} = m$.

Să proiectăm mişcarea circulară uniformă a unei bile pe un plan perpendicular pe planul cercului de rază $\boldsymbol{R}$ (vezi 4). Să considerăm că mobilul (bila) pleacă dintr-un punct M_0, care este defazat cu un unghi φ_0 faţă de axa aleasă (vezi 5). Proiecţia vectorului de poziţie, de modul $\boldsymbol{A} = \boldsymbol{R}$, când mobilul este în poziţiile M, caracterizate de unghiul fazei, $\varphi = \omega \boldsymbol{t} + \boldsymbol{\varphi_0}$, descrie pe axa Oy mişcarea oscilatorie de ecuaţie $y = R \sin \varphi$, adică:

$$\boldsymbol{y = A\sin(\omega t + \varphi_0)},$$

unde $y_{max} = A$, $\omega = 2\pi\nu = 2\pi/T$ reprezintă pulsaţia, T — perioada, iar $\nu = 1/T = \omega/2\pi$ — frecvenţa mişcării.



4

• **Viteza de oscilaţie** este definită prin relaţia: $v = \frac{\Delta y}{\Delta t}$, unde $\Delta t \to 0$. Viteza de oscilaţie se poate obţine prin proiecţia vectorului viteză $\vec{v}_M$ pe axa Oy. Obţinem: $v = v_M \cos\varphi$;

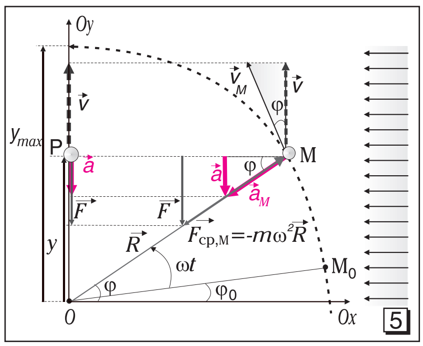
$$\boldsymbol{v = \omega A \cos(\omega t + \varphi_0)},$$

unde $v_{max} = \omega R = \omega A$.

• **Acceleraţia de oscilaţie** este definită prin relaţia: $a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$, unde $\Delta t \to 0$. Acceleraţia de oscilaţie se obţine prin proiecţia vectorului acceleraţie centripetă $\vec{a}_M$ pe axa Oy: $-a = a_M \sin\varphi$;

$$\boldsymbol{a = -\omega^2 A \sin(\omega t + \varphi_0)},$$

unde $a_{max} = \omega^2 R = \omega^2 A$.

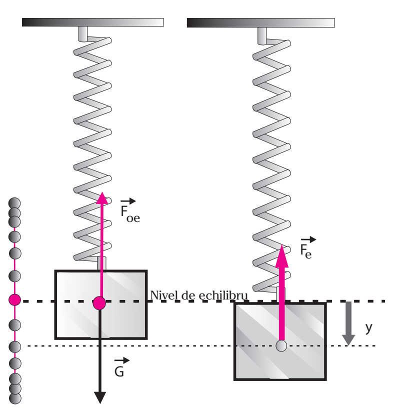


5

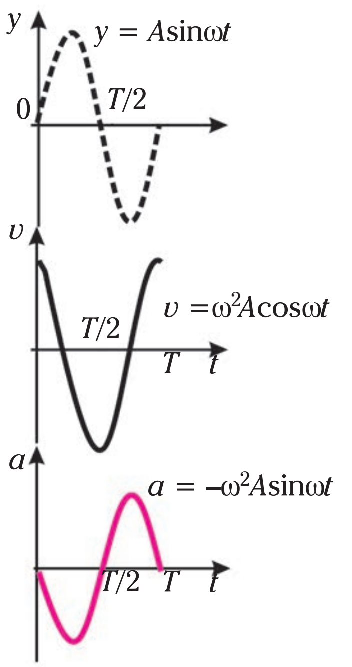
Faza mişcării oscilatorii este argumentul funcției trigonometrice:

$$\varphi = \omega \boldsymbol{t} + \boldsymbol{\varphi_0}.$$

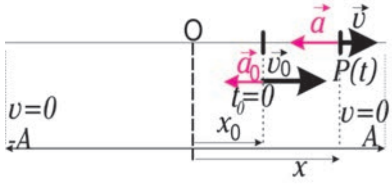
Dacă la momentul inițial, $t_0 = 0$, oscilatorul nu a fost în poziția de echilibru, atunci faza inițială este φ_0 (diferită de 0 sau π), $y_0 = A \sin(\varphi_0) \neq 0$.



6



7



8

Oscilaţiile armonice sunt oscilaţii care se desfăşoară sub acţiunea unei forţe rezultante de tip elastic

$$F = -ky,$$

unde y — elongaţia, k — constanta de elasticitate. Acceleraţia de oscilaţie este proporţională cu elongaţia, dar de sens contrar în orice mişcare oscilatorie liniar armonică. Mărimile caracteristice se pot exprima prin funcţii trigonometrice (sinus, cosinus).

Pendulul elastic este un model idealizat pentru sistemele oscilante. Este format dintr-un resort elastic cu masa neglijabilă, de care este legat un corp cu masa m. Forţa elastică $F = -ky$ este proporţională cu elongaţia, dacă nu se ajunge la limita de elasticitate a resortului (vezi 6). Forţele de frecare sunt neglijabile când corpul are dimensiuni mici şi pendulul oscilează în aer. Un sistem fizic izolat, care este pus în oscilaţie printr-un impuls, efectuează *oscilaţii libere*, cu o frecvenţă *proprie*.

Tipuri de oscilaţii:

♦ oscilaţii mecanice (energia cinetică se transformă în energie potenţială şi invers);

♦ oscilaţii electromagnetice (energia electrică se transformă în energie magnetică şi invers);

♦ oscilaţii electromecanice (energia mecanică se transformă în energie electromagnetică şi invers).

Oscilaţiile se numesc:

♦ **nedisipative**, **ideale** sau **neamortizate** dacă energia totală se conservă;

♦ **disipative** sau **amortizate** dacă energia se consumă în timp;

♦ **forţate** sau **întreţinute** dacă se furnizează energie din afara sistemului, pentru compensarea energiei consumate.

Problemă rezolvată

Oscilaţiile unui pendul elastic au mărimile caracteristice din reprezentarea grafică 7. În ce poziţie, acceleraţia corpului care oscilează la un capăt al resortului elastic este minimă?

Rezolvare:

Deoarece acceleraţia de oscilaţie este proporţională cu elongaţia, dar de sens contrar în orice mişcarea oscilatorie armonică a pendul elastic, acceleraţia corpului care oscilează este minimă atunci când elongaţia este maximă (vezi 8).

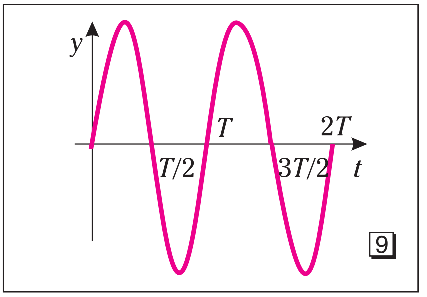
Probleme propuse

1. Legea de oscilaţie în cazul unei oscilaţii armonice (vezi [9]) este definită prin relaţia:
a) $y(t) = A\sin\omega t$;
b) $y(t) = A\omega\sin\omega t$;
c) $y(t) = A\omega\sin(\omega + t)$;
d) $y(t) = A\omega\sin(\omega - t)$.

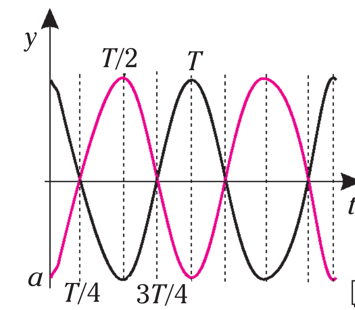
2. Acceleraţia de oscilaţie este proporţională cu elongaţia, dar de sens contrar în orice mişcare oscilatorie armonică . Dacă $y = A\sin(\omega t + \varphi_0)$ şi $a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi_0)$ (vezi [10]), la momentul iniţial $t_0 = 0$ faza iniţială φ_0 este egală cu:
a) π; b) zero; c) 2π; d) $0{,}5\pi$.

3. În cazul unei oscilaţii armonice, viteza maximă se atinge:
a) când corpul trece prin poziţia de echilibru;
b) când elongaţia este maximă;
c) la o treime din perioadă;
d) la jumătate din perioadă.

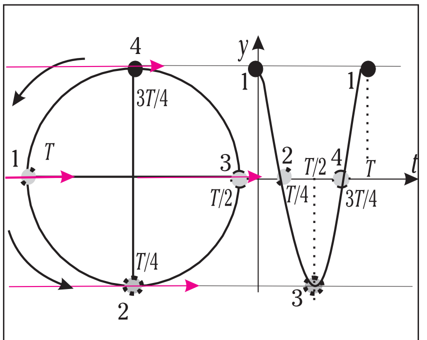
4. Un corp efectuează o mişcare oscilatorie cu o perioadă T=4 s. La momentul $t = 0$, corpul trece prin poziţia de elongaţie maximă (vezi [11]). Corpul ajunge în poziţia de elongaţie minimă în timpul minim:
a) 0,5 s; b) 1 s; c) 2 s; d) 3 s.



[9]



[10]



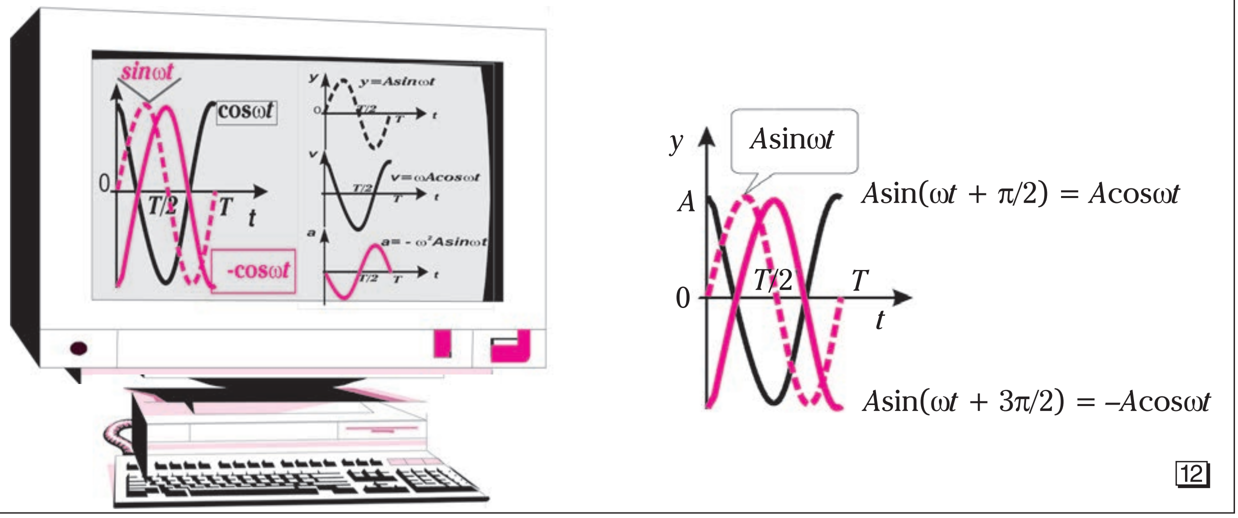
[11]

Răspunsuri:

1. a. **2.** d. **3.** a. **4.** c.

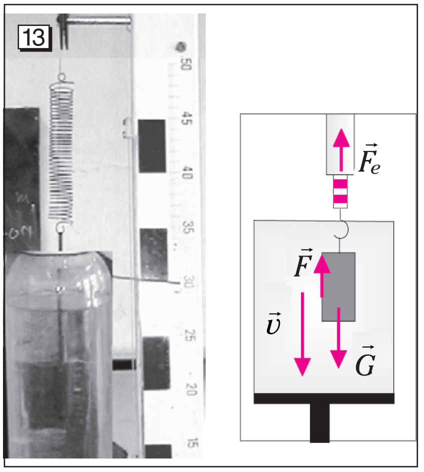
Observaţie:

Simulările pe calculator (vezi [12]) ne ajută să înţelegem mai bine mărimile caracteristice ale mişcării oscilatorii!



[12]

1.1.3. Oscilaţii mecanice amortizate



Amplitudinea rămâne constantă în cursul oscilaţiilor libere neamortizate, deoarece frecările sunt neglijabile. Sistemele oscilante reale sunt supuse unor forţe de frânare. Cauza amortizării, adică a reducerii amplitudinii în cursul oscilaţiilor, este pierderea de energie datorată frecărilor care apar în mediile vâscoase (vezi 13). Acea parte a energiei care se pierde prin frecare se transformă în căldură. În condiţiile în care oscilaţiile se amortizează într-un interval de timp mare, atunci forţele de frecare sunt mici.

Oscilaţii se numesc **disipative** sau **amortizate** dacă energia se consumă în timp. Nivelul de echilibru static este definit prin deformaţia $y_0 = \Delta l_s$ a resortului, obţinută prin proiecţia relaţiei

$$\vec{G} + \vec{F}_{0e} = 0 \text{ (vezi 14)},$$

pe direcţia verticală:

$$mg - ky_0 = 0 \Rightarrow y_0 = \frac{mg}{k}.$$

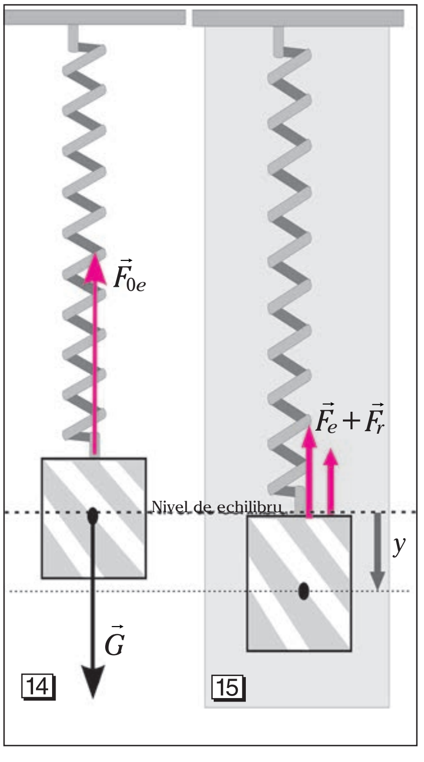
Forţa rezultantă în timpul oscilaţiilor cu elongaţia ***y*** faţă de nivelul de echilibru static este:

$$\vec{F} = \vec{F}_y + \vec{G} = m\vec{a}.$$

Rezultă $-k(y + y_0) + mg = ma$ sau $-ky = ma$, deoarece $mg - ky_0 = 0$,

adică $a = -\frac{k}{m} \cdot y = -\omega^2 y$, unde $\omega^2 = \frac{k}{m}$.

Pulsaţia proprie a oscilaţiilor libere este: $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$.



În majoritatea situaţiilor în care vitezele atinse în mişcările oscilatorii sunt mici, se consideră că forţele de frecare sunt *proporţionale cu vitezele de oscilaţie* şi opuse acestora:

$$F_f = -rv,$$

unde *r* este factor de proporţionalitate pozitiv care depinde de natura mediului fluid şi de dimensiunile oscilatorului.

Ecuaţia mişcării oscilatorii amortizate a unui corp, care oscilează sub acţiunea unei forţe de tip elastic F_e întâmpinând din partea mediului o forţă de frecare F_f (vezi 15), se obţine folosind principiul fundamental al mecanicii newtoniene:

$$-ky - rv = ma.$$

Soluţia acestei ecuaţii este elongaţia oscilatorului amortizat:

$$y = Ae^{-\alpha t}\sin(\omega t + \varphi_0),$$

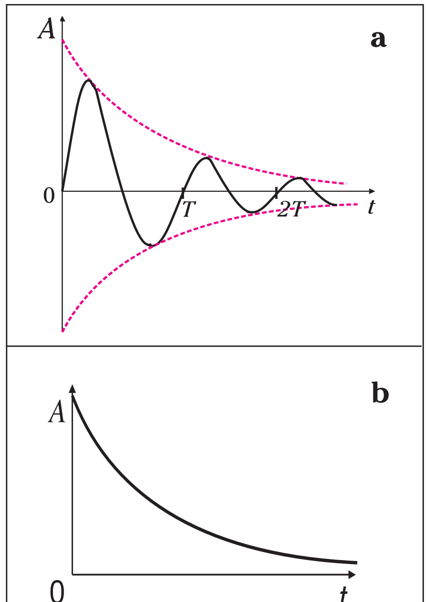
unde $\alpha = \dfrac{r}{2m}$ se numeşte **coeficient de amortizare.**

Dacă α are valori mici, mişcarea este *oscilatorie amortizată,* deoarece amplitudinea oscilaţiilor scade exponenţial în timpul mişcării (vezi 16**a**).

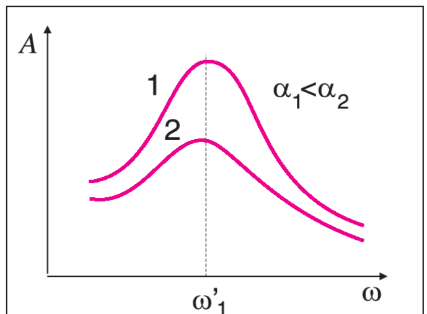
Dacă α are valori mari, sistemul revine în poziţia de echilibru fără să efectueze mişcări oscilatorii, adică mişcarea oscilatorului devine aperiodică (vezi 16**b**).

Se constată experimental că perioada de oscilaţie a unui sistem în ulei este mai mare faţă de perioada de oscilaţie a sistemului în apă.

O amplitudine constantă a mişcării oscilatorii se poate menţine dacă asupra oscilatorului acţionează o forţă exterioară periodică, ce efectuează în fiecare perioadă un lucru mecanic egal cu energia pierdută datorită amortizării. Astfel de mişcări oscilatorii, în care asupra oscilatorului acţionează atât forţele elastice şi forţele de frânare, cât şi forţele periodice exterioare, se numesc **întreţinute** sau **forţate**. Amplitudinea oscilatorului întreţinut depinde de pulsaţia ω a forţei periodice exterioare, prezentând un maximum pentru valori ω'_1 ale pulsaţiei forţei apropiate de pulsaţia proprie ω_0 a oscilatorului (vezi 17).



16



17

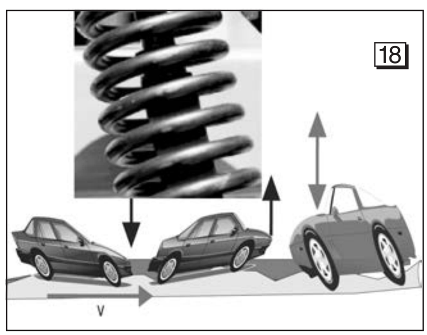
Probleme propuse

Analizează afirmaţiile următoare şi răspunde cu A (adevărat) sau F (fals):

1. Un resort, având capetele fixate pe axa roţii şi pe şasiul automobilului, asigură atenuarea oscilaţiilor.

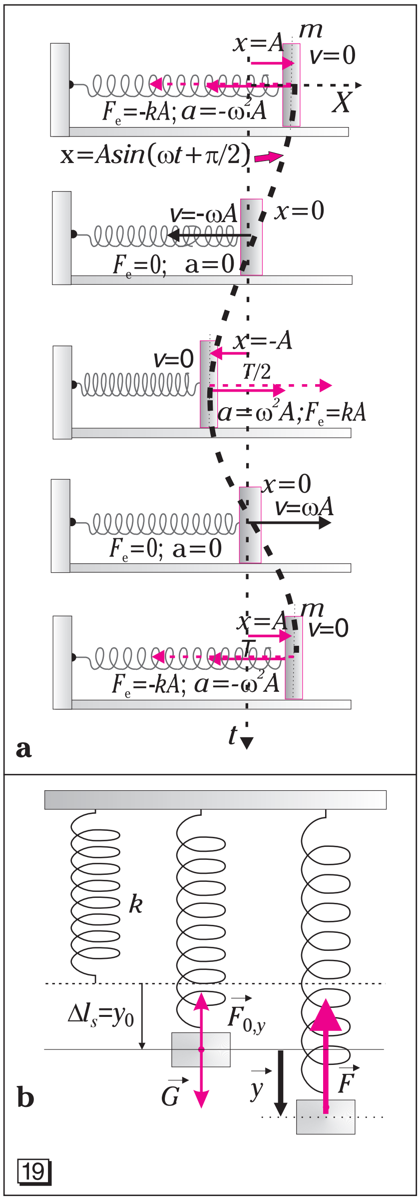
2. Amortizoarele pentru automobile sunt compuse dintr-un cilindru cu ulei în care se află un piston. Un amortizor este defect dacă automobilul efectuează mişcări oscilatorii pe verticală (vezi 18).

3. Mişcarea oscilatorie a unui automobil, produsă de o denivelare a drumului, este aperiodică pe verticală dacă amortizoarele sunt bune.



18

1.1.4. *Modelul „oscilator armonic"



Forța rezultantă în timpul oscilațiilor pe verticală este:

$$\vec{F} = \vec{F}_y + \vec{G} = m\vec{a}.$$

Proiectăm relația vectorială pe verticală și obținem:

$$-k(y + y_0) + mg = ma.$$

Deoarece $mg - ky_0 = 0$, rezultă:

$$-ky = ma \Rightarrow a = -\frac{k}{m}\cdot y = -\omega^2 y.$$

Oscilaţiile se numesc **liniar armonice** dacă se efectuează sub acţiunea unor forţe de tip elastic, îndreptate spre poziţia de echilibru static, pentru care este valabilă legea lui Hooke:

$$F_e = -kx,$$

unde x este elongaţia (depărtarea faţă de poziţia de echilibru), iar oscilatorul se numeşte **armonic** (vezi 19**a**).

Semnul minus arată că forţa elastică exercitată asupra corpului este opusă elongaţiei, notată cu $\boldsymbol{x}$ sau $\boldsymbol{y}$.

Dacă asupra unui oscilator acţionează forţe de frecare mici, atunci oscilaţiile sunt slab amortizate (se amortizează într-un interval de timp mare) şi putem folosi modelul **„oscilator armonic"**. Oscilatorul armonic constituie modelul unui proces periodic ideal.

Considerăm că asupra corpului oscilant de masă m acţionează o forţă rezultantă elastică (vezi 19**b**) sau cvasielastică (de natură neelastică):

$$ma = F_e = -ky,$$

deci $a = -\frac{k}{m}y = -\omega^2 y$, unde $\omega^2 = \frac{k}{m}$.

Pulsaţia proprie a mişcării ω depinde de perioada T de oscilaţie:

$$\omega = \frac{2\pi}{T}.$$

După înlocuiri, se obţine expresia **perioadei oscilatorului armonic:**

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

Acceleraţia şi elongaţia sunt proporţionale, dar de semne opuse.

Pendulul elastic este un oscilator liniar armonic. Oscilaţiile pendulului elastic sunt:

— liniare, deoarece sunt produse de o parte şi de alta a poziţiei de echilibru static;

— armonice, deoarece sunt produse sub acţiunea forţelor de tip elastic, iar acceleraţia momentană este proporţională şi de semn opus cu elongaţia (vezi 19**b**).

Reţine!

Un **oscilator** execută o **mişcare oscilatorie armonică** atunci când asupra acestuia acţionează forţe rezultante de tip elastic, iar acceleraţia momentană este proporţională şi de semn opus cu elongaţia. Elongaţia oscilatorului se exprimă prin funcţii trigonometrice (sinus sau cosinus) cunoscute sub numele de **funcţii armonice**.

*Descrierea oscilaţiei armonice utilizând relaţiile dintre mărimile caracteristice (recapitulare)

Ştii că mişcarea oscilatorie liniar armonică, caracterizată de faza $\varphi = \omega t + \varphi_0$, unde ω reprezintă pulsaţia mişcării, coincide cu mişcarea proiecţiei pe diametrul vertical al punctului M care se roteşte pe un cerc de rază egală cu amplitudinea oscilaţiei (vezi 20). Mişcarea oscilatorie liniar armonică are **legea de mişcare**:

$$y = A\sin\varphi = A\sin(\omega t + \varphi_0).$$

Faza mişcării oscilatorii este argumentul funcţiei trigonometrice.

Dacă la momentul iniţial $t_0 = 0$, faza iniţială este φ_0 (diferită de 0 sau π), atunci $y_0 = A\sin(\varphi_0) \neq 0$, deci oscilatorul nu a fost în poziţia de echilibru când am început cronometrarea oscilaţiilor.

Viteza de oscilaţie este definită prin relaţia: $v = \omega A\cos(\omega t + \varphi_0)$.

Acceleraţia de oscilaţie este definită prin relaţia:

$$a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 y.$$

Defazajul iniţial $\Delta\varphi_0$ dintre două mărimi oscilante care au aceeaşi pulsaţie ω, rămâne constant în timp: $\Delta\varphi = \Delta\varphi_0$ (se calculează ca diferenţă de fază pentru aceeaşi funcţie trigonometrică). De la trigonometrie ştim că:

$$\sin\varphi = \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{2}\right),\quad \cos\varphi = \sin\left(\varphi + \frac{\pi}{2}\right).$$

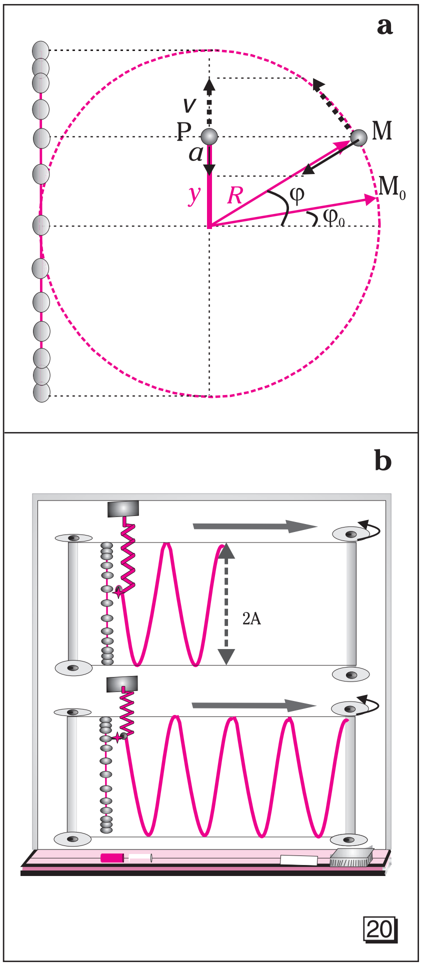
Mărimile fizice exprimate prin funcţiile trigonometrice sinus sau cosinus pot fi reprezentate prin **fazori** (vezi 21). Viteza de oscilaţie ajunge la valorile maxime în avans faţă de elongaţie cu un defazaj temporal $\Delta t = T/4$, căruia îi corespunde un defazaj unghiular $\Delta\varphi = \pi/2$.

Elongaţia $\boldsymbol{y}$, viteza de oscilaţie $\boldsymbol{v}$ şi acceleraţia de oscilaţie $\boldsymbol{a}$ sunt mărimi oscilante defazate între ele cu $\Delta\varphi_{v-y} = \frac{\pi}{2}$, $\Delta\varphi_{a-v} = \frac{\pi}{2}$ şi $\Delta\varphi_{y-a} = \pi$ sau temporal cu: $\Delta t_{v-y} = \frac{T}{4}$, $\Delta t_{a-v} = \frac{T}{4}$ şi $\Delta t_{y-a} = \frac{T}{2}$.

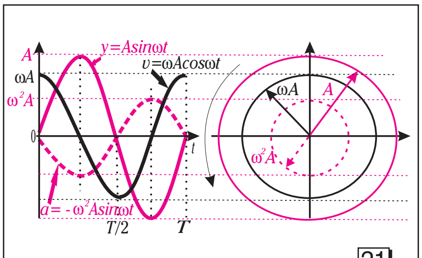
Interpretarea defazajului

O mărime oscilantă îşi atinge valorile maxime, nule, minime sau intermediare după un interval de timp Δt în urma altei mărimi oscilante. Dacă o mărime este în avans faţă de altă mărime oscilantă cu $\Delta t_{v-y} = \frac{T}{4}$, atunci $\Delta t_{y-v} = -\frac{T}{4}$. Într-un caz oarecare, poţi folosi regula de trei simplă:

$$\begin{cases} 2\pi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots T \\ \Delta\varphi \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \Delta t \end{cases} \Rightarrow \Delta t = \frac{T\Delta\varphi}{2\pi}.$$

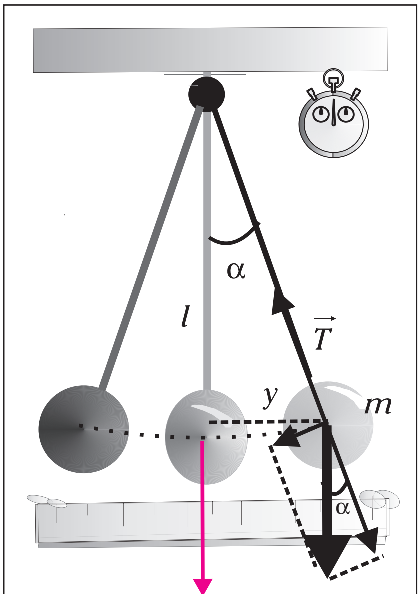


20



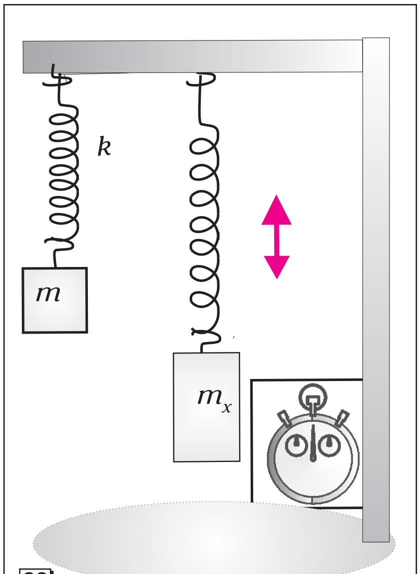
21

Fazorul este un vector care se rotește în sens trigonometric cu viteza unghiulară ω egală cu pulsația mărimii reprezentate, cu modulul egal cu valoarea maximă a acelei mărimi și a cărui poziție depinde de faza mișcării oscilatorii.



22

ⓘ Pentru deviații mici, perioada de oscilație a unui pendul matematic este proporțională cu radicalul raportului dintre lungimea pendulului și accelerația gravitațională locală și este independentă de masa pendulului.



23

Se imprimă mișcări oscilatorii cu amplitudine mică.

*Modelul „oscilator armonic" în rezolvarea de probleme

1. Perioada de oscilaţie a pendulului elastic depinde de masa corpului care oscilează?

Rezolvare: Folosim relaţiile de definiţie ale pulsaţiei: $\omega = 2\pi/T$ și $\omega^2 = \dfrac{k}{m}$.

Perioada de oscilaţie a pendulului elastic este direct proporţională cu rădăcina pătrată din masa corpului care oscilează:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}.$$

2. Pendulul gravitaţional, realizat dintr-un corp punctiform, de masă m, care atârnă de un fir inextensibil, cu masa neglijabilă şi lungimea l, este tot un oscilator armonic (vezi 22). Perioada de oscilaţie a pendulului gravitaţional depinde de masa corpului care oscilează?

Rezolvare: Dacă este deviat cu un unghi $\alpha_{max} < 5°$ faţă de verticala care trece prin poziţia de echilibru şi este lăsat liber să oscileze, forţa de revenire G_{tg} nu este de natură elastică, dar este proporţională cu depărtarea faţă de poziţia de echilibru şi îndreptată în sens opus:

$$G_{tg} = -mg\sin\alpha = -mg\cdot\frac{y}{l} = -ky, \text{ unde } k = \frac{mg}{l} \Rightarrow \omega^2 = \frac{k}{m} = \frac{g}{l}.$$

Perioada de oscilaţie a pendulului matematic este direct proporţională cu rădăcina pătrată a raportului dintre lungimea pendulului şi acceleraţia gravitaţională locală:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}.$$

3. Cum putem cântări cu ajutorul oscilaţiilor unui pendulului elastic (vezi 23)?

Rezolvare: În această **problemă experimentală**, perioadele de oscilaţie ale unui pendulului elastic se pot calcula cu relaţia $T_i = \dfrac{t_i}{n_i} T_i$, unde t_i este timpul în care s-au produs n_i oscilaţii.

Folosind un corp cu masa cunoscută m şi un corp cu masa necunoscută m_x, exprimăm constanta de elasticitate k pentru fiecare caz: $k = 4\pi^2\cdot\dfrac{m}{T_1^2} = 4\pi^2\cdot\dfrac{m_x}{T_2^2}$. Dacă numărăm tot atâtea oscilaţii n, obţimem relaţiile pentru calcularea masei necunoscute:

$$m_x = m\cdot\frac{T_2^2}{T_1^2} \text{ sau } m_x = m\cdot\frac{t_2^2}{t_1^2}.$$

*Situaţii în care se poate aplica modelul „oscilator armonic”

Modelul „oscilator armonic” este util pentru studiul oscilatorilor mecanici simpli (pendulul elastic, pendulul gravitaţional).

Investigaţii experimentale

1. Determinarea acceleraţiei gravitaţionale cu un pendul elastic

Dacă lungimea resortului liber este l_0, prin suspendarea de acesta a corpului cu masa m, lungimea resortului devine l şi alungirea măsurată este: $y = l - l_0$ (vezi 24).

În poziţia de echilibru, forţa de greutate este egală cu forţa elastică: $mg = ky$, de unde rezultă $\frac{m}{k} = \frac{y}{g}$.

Înlocuim în perioada pendulului elastic şi obţinem:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}} = 2\pi\sqrt{\frac{y}{g}} \Rightarrow g = \frac{2\pi^2 y}{T^2}.$$

Modul de lucru:

♦Se scoate corpul din poziţia de echilibru şi se numără n oscilaţii complete efectuate în intervalul de timp t, măsurat cu ajutorul unui ceasornic.

♦Raportul $T = t/n$ reprezintă perioada oscilaţiilor pendulului elastic. Rezultă $g = 4\pi^2 \cdot \frac{yn^2}{t^2}$.

♦Se repetă măsurarea perioadei de câteva ori şi se calculează valoarea medie a acceleraţiei gravitaţionale.

♦Valorile măsurate se notează într-un tabel.

2. Determinarea acceleraţiei gravitaţionale cu un pendul gravitaţional

Dispozitivul experimental este format dintr-un stativ pe care se fixează un pendul gravitaţional simplu sau bifilar, care îşi conservă planul de oscilaţie (vezi 25).

Modul de lucru:

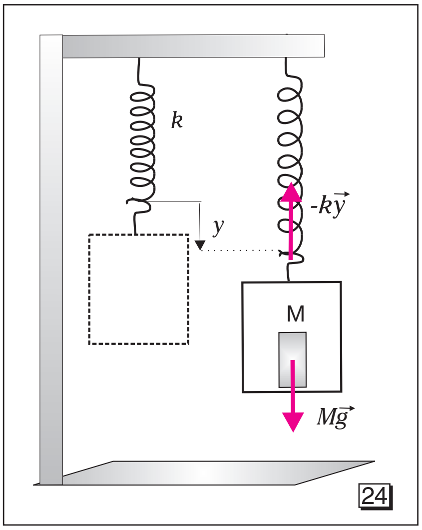
♦Se măsoară cu rigla lungimea pendulului.

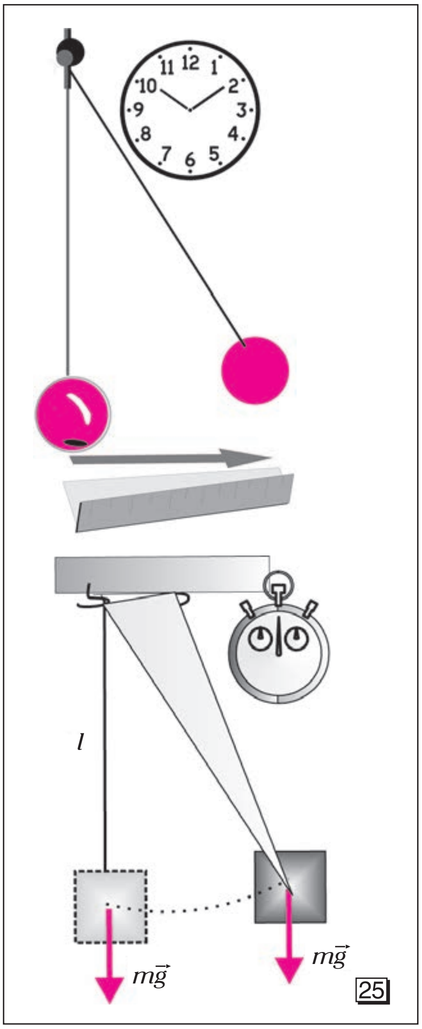
♦Se scoate pendulul din poziţia de echilibru sub un unghi mai mic de 5 grade, se lasă să oscileze şi se numără $n \approx 50$ de oscilaţii complete în timpul t măsurat cu cronometrul.

♦Se repetă experimentul de câteva ori, mărind de fiecare dată lungimea pendulului. Folosim relaţia:

$$g = 4\pi^2 \cdot \frac{l}{T^2} = 4\pi^2 \cdot \frac{ln^2}{t^2}.$$

♦Valorile măsurate se notează într-un tabel, din care putem determina erorile.





*Conservarea energiei în oscilaţiile armonice

În orice moment din cursul oscilaţiilor, energia mecanică totală, $W = E_t$, a oscilatorului armonic este egală cu suma dintre energia cinetică E_c a oscilatorului de masă m şi energia potenţială $E_{p,e}$ de deformare elastică:

$$E_t=E_c+E_{p,e},$$

unde $E_c=\dfrac{mv^2}{2}$, $E_{p,e}=\dfrac{ky^2}{2}$, $k = m\omega^2$, $\omega=2\pi\nu$,

cu $v = \omega A\cos(\omega t+ \varphi_0)$ şi $y = A\sin(\omega t+\varphi_0)$.

După înlocuiri, obţinem:

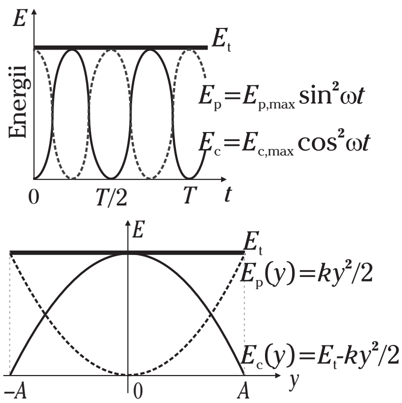
$$E_c=\frac{m}{2}\cdot\omega^2A^2\cos^2(\omega t+\varphi_0),\ E_{p,e}=\frac{k}{2}\cdot A^2\sin^2(\omega t+\varphi_0),$$

$$E_t=\frac{m\omega^2}{2}\cdot A^2\cos^2\varphi+\frac{k}{2}\cdot A^2\sin^2\varphi,\ \text{unde}\ \varphi = \omega t + \varphi_0.$$

Deoarece $\sin^2\varphi + \cos^2\varphi = 1$, rezultă că **energia totală a oscilatorului armonic se conservă**:

$$E_t=\frac{kA^2}{2}=\frac{m\omega^2A^2}{2}=2\pi^2m\nu^2A^2=\text{const.}$$

Putem considera cazul particular al oscilatorului cu faza iniţială $\varphi_0 = 0$ (vezi 26).



26

ⓘ Curba energiei potențiale sugerează interpretarea următoare: oscilatorul s-ar mișca într-o „groapă de potențial”, având viteza maximă pe fundul gropii și schimbând sensul de mișcare la marginile gropii.

Energia mecanică a oscilatorului armonic este egală cu energia cinetică maximă, respectiv cu energia potențială elastică maximă.

Energiile cinetică, potențială și totală pot fi reprezentate grafic și în funcție de elongația $y \in [-A, A]$.

Când $y = 0$, energia cinetică este maximă și energia potențială este nulă, iar când $y = \pm A$, energia cinetică este nulă și energia potențială este maximă (egală cu E_t).

În timpul oscilaţiilor, o formă de energie se transformă în altă formă de energie. Energia cinetică maximă şi, respectiv, energia potenţială elastică maximă sunt egale cu energia totală:

$$E_c+E_p=E_{c,max}=E_{p,max}=\frac{1}{2}kA^2=E_t.$$

Probleme rezolvate

1. Putem obţine constanta elastică echivalentă a două oscilatoare armonice cu constantele elastice k_1 şi k_2 din conservarea energiei (vezi 27)?

Rezolvare:

Energia totală a două oscilatoare armonice se conservă: $E = E_1 + E_2$. Dacă sunt legate în paralel, obţinem:

$$\frac{k_{ep}A^2}{2}=\frac{k_1A_1^2}{2}+\frac{k_2A_2^2}{2}.$$

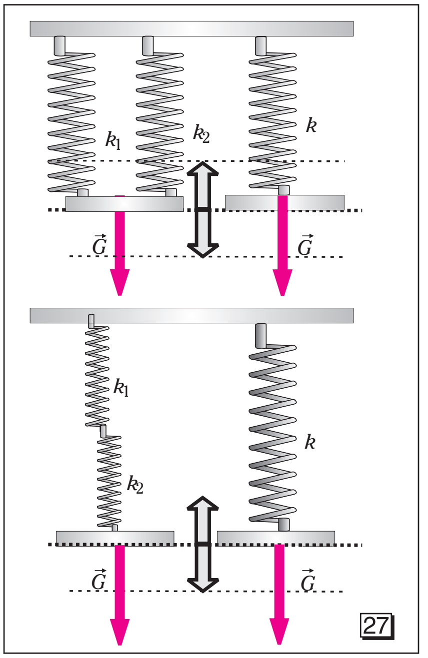
Deoarece $A_1= A_2= A$, obţinem constanta echivalentă a resorturilor legate în paralel:

$$k_{ep}=k_1+k_2.$$

Dacă oscilatoarele armonice sunt legate în serie, atunci forţa elastică are aceeaşi valoare: $k_1A_1 = k_2A_2 = k_{es}A$, iar amplitudinea totală este $A = A_1 + A_2$. Din conservarea energiei, obţinem constanta echivalentă a resorturilor legate în serie :

$$k_{es}A^2 = k_1A_1^2 + k_2A_2^2 = \frac{k_1^2A_1^2}{k_1} + \frac{k_2^2A_2^2}{k_2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow k_{es}A^2 = \frac{k_{es}^2A^2}{k_1} + \frac{k_{es}^2A^2}{k_2} \Rightarrow 1 = k_{es}\left(\frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}\right) \Rightarrow \frac{1}{k_{es}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2}.$$



27

2. Să demonstrăm expresia acceleraţiei de oscilaţie dacă viteza de oscilaţie are expresia $\upsilon(t) = \upsilon_{max}\cos(\omega t + \varphi_0)$, unde $\omega = 2\pi\nu$, (ν este frecvenţa), $\varphi = \omega t + \varphi_0$, $\upsilon_{max} = \omega A$.

Considerăm un interval de timp mic ($\Delta t \to 0$) între două momente de timp $t_1 = t$ şi, respectiv, $t_2 = t + \Delta t$. Deoarece nu ştim deocamdată limite şi derivate, vom folosi definiţia acceleraţiei: $a = \frac{\Delta \upsilon}{\Delta t} = \frac{\upsilon(t+\Delta t) - \upsilon(t)}{\Delta t}$, şi relaţia trigonometrică:

$\cos a - \cos b = -2\sin\frac{a+b}{2}\sin\frac{a-b}{2}$. Obţinem:

$$a = \upsilon_{max} \cdot \frac{\cos\left[\omega(t+\Delta t) + \varphi_0\right] - \cos\left[\omega t + \varphi_0\right]}{\Delta t} =$$

$$= -\upsilon_{max} \cdot \frac{2\sin\left(\omega t + \frac{\omega\Delta t}{2} + \varphi_0\right)\sin\frac{\omega \Delta t}{2}}{\Delta t}.$$

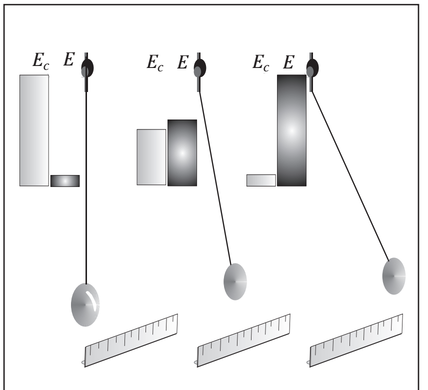
Înmulţim expresia atât la numărător, cât şi la numitor cu $\frac{\omega}{2}$ şi o aranjăm astfel: $a = -\omega\upsilon_{max} \cdot \frac{\sin\left(\omega t + \frac{\omega\Delta t}{2} + \varphi_0\right)\sin\frac{\omega\Delta t}{2}}{\frac{\omega\Delta t}{2}}$.

Deoarece $\frac{\omega\Delta t}{2} \to 0$, aproximăm: $\frac{\sin\omega\Delta t}{2} \approx \frac{\omega\Delta t}{2}$. Rezultă expresia: $a = -\omega^2 A\sin(\omega t + \varphi_0) = -\omega^2 y$, unde $a_{max} = \omega^2 A$.

Observaţie:

Pentru expresia elongaţiei $y = A\sin(\omega t + \varphi_0)$, se poate demonstra analog că pentru un interval de timp mic ($\Delta t \to 0$) se obţine expresia vitezei de oscilaţie:

$$\upsilon = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{y(t+\Delta t) - y(t)}{\Delta t} = \omega A\cos(\omega t + \varphi_0).$$

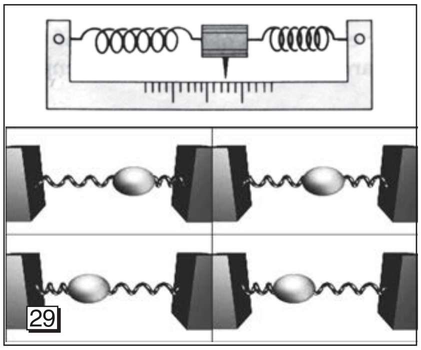


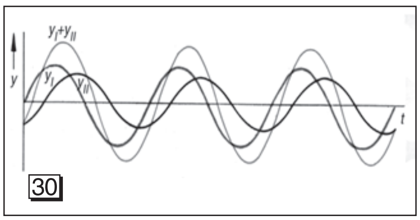
28

ⓘ Energia se conservă și cazul oscilațiilor pendului gravitațional.
Pentru pendulul gravitațional cu masa *m* și lungimea *l* din figura 28, **energia totală se conservă:**

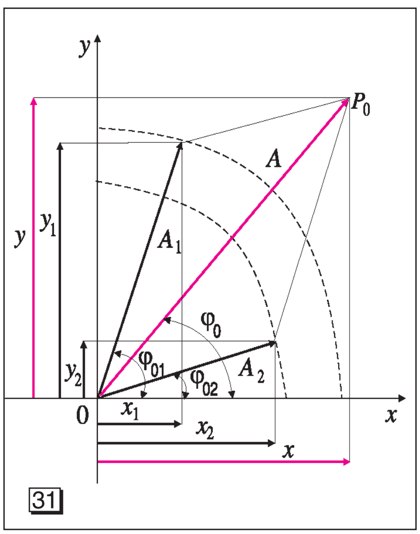
$$E_{c,\max} = E_c + E_p = E_{p,\max}.$$

1.1.5. Compunerea oscilaţiilor paralele. **Compunerea oscilaţiilor perpendiculare*


29



30



31

Descrierea calitativă a mişcării rezultate din compunerea a două oscilaţii

În practică, întâlnim situaţii în care mişcarea unui sistem este rezultatul compunerii unor oscilaţii. Astfel, un oscilator poate fi supus la două sau mai multe oscilaţii armonice paralele, de aceeaşi pulsaţie ω, sau două oscilatoare asupra cărora acţionează forţe formează împreună un oscilator (vezi 29). Oscilaţiile pe care le-ar executa oscilatorul echivalent sub acţiunea a două forţe elastice paralele au aceeaşi pulsaţie ω, dar amplitudini şi faze iniţiale diferite.

**Descrierea cantitativă a compunerii a două oscilaţii paralele de frecvenţe egale*

Un oscilator efectuează sub acţiunea forţei elastice F_1 o mişcare armonică descrisă de ecuaţia elongaţiei:

$$y_1 = A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01}),$$

iar sub acţiunea forţei elastice F_2 (paralelă cu F_1) efectuează o mişcare armonică descrisă de ecuaţia elongaţiei:

$$y_2 = A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02}) \quad \text{(vezi 30)}.$$

Dacă aceste două forţe acţionează concomitent asupra oscilatorului considerat, atunci elongaţia va fi egală cu suma elongaţiilor paralele, la orice moment de timp:

$$y = y_1 + y_2 = A \sin(\omega t + \varphi_0),$$

adică $A_1 \sin(\omega t + \varphi_{01}) + A_2 \sin(\omega t + \varphi_{02}) = A \sin(\omega t + \varphi_0)$.

Oscilaţiile liniare pot fi obţinute prin proiecţia pe o axă a unui vector $\vec{A}$ al cărui modul este egal cu amplitudinea oscilaţiei şi care se roteşte în plan cu viteza unghiulară ω (proiecţiile vârfului vectorului pe axe au aceeaşi dependenţă de timp ca şi mişcările oscilatorii armonice).

Augustin Jean Fresnel (1788-1827), fizician francez, a folosit o reprezentare grafică cunoscută sub numele de **diagrama fazorială**, în care mişcărilor oscilatorii armonice le asociem câte un fazor, adică un vector rotitor, cu mărimea egală cu amplitudinea oscilaţiei şi înclinat faţă de direcţia axei *Ox* cu unghiul fazei iniţiale (vezi 31).

Compunem vectorial amplitudinile A_1 şi A_2 şi obţinem:

$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi_0}$, unde $\Delta\varphi = \Delta\varphi_0 = \varphi_{01} - \varphi_{02}$.

Proiecţia vectorului amplitudine rezultantă A este egală cu suma proiecţiilor celor doi vectori A_1 şi A_2 pe aceeaşi axă:

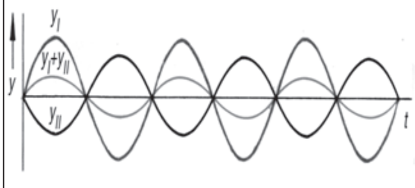
$$\begin{cases} A\sin\varphi_0 = A_1\sin\varphi_{01} + A_2\sin\varphi_{02} \\ A\cos\varphi_0 = A_1\cos\varphi_{01} + A_2\cos\varphi_{02} \end{cases} \Rightarrow \mathrm{tg}\,\varphi_0 = \frac{A_1\sin\varphi_{01} + A_2\sin\varphi_{02}}{A_1\cos\varphi_{01} + A_2\cos\varphi_{02}}.$$

Cazuri particulare:

a) Dacă $\Delta\varphi=(2n+1)\frac{\pi}{2}$, atunci oscilaţiile sunt în cuadratură şi $A=\sqrt{A_1^2+A_2^2}$.

b) Dacă $\Delta\varphi = 2n\pi$, atunci oscilaţiile sunt în fază și $A = A_1 + A_2$.

c) Dacă $\Delta\varphi = (2n + 1)\pi$, atunci oscilaţiile sunt în opoziţie de fază și $A = |A_1 - A_2|$ (vezi 32).



32

d) **Bătăile** se obţin din compunerea a două oscilaţii armonice paralele de frecvenţe diferite, $\omega_1 \neq \omega_2$, dar apropiate ca valoare.

Considerăm cazul $A_1 = A_2 = A$ (vezi 33):

$$\cos\frac{\omega_1-\omega_2}{2}t\,\sin\frac{\omega_1+\omega_2}{2}t = 2A\cos(\Delta\omega)t\,\sin\omega t,$$

unde am notat $\Delta\omega=\frac{\omega_1-\omega_2}{2}$ și $\omega=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$.

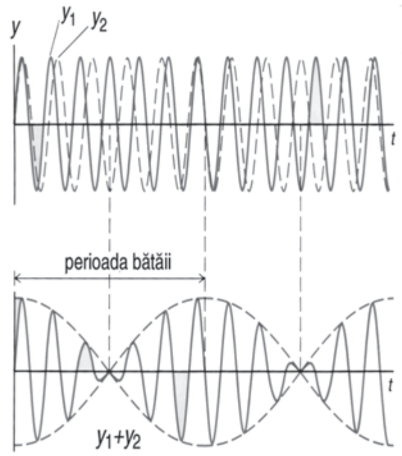
Bătăile sunt oscilaţii cu pulsaţia $\omega=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$ şi amplitudinea variabilă periodic, de perioadă: $T_{bătăi}=\frac{2\pi}{\Delta\omega}=\frac{4\pi}{\omega_1-\omega_2}$.

Dacă diferenţa $\Delta\omega$ a pulsaţiilor este mică, atunci primul factor, $\cos(\Delta\omega)t$, şi amplitudinea rezultantă, $A_{rez} = 2A\cos(\Delta\omega)t$, se modifică lent în timp.

Amplitudinea oscilaţiei rezultante trece printr-o valoare maximă şi apoi minimă, valori care se succed cu frecvenţa:

$$\Delta\nu = \nu_1 - \nu_2.$$

Urechile noastre deosebesc bătăile dacă $\Delta\nu < 10$ Hz.



33

Bătăile sunt oscilații cu pulsația $\omega=\frac{\omega_1+\omega_2}{2}$ și amplitudinea variabilă periodic, de perioadă:

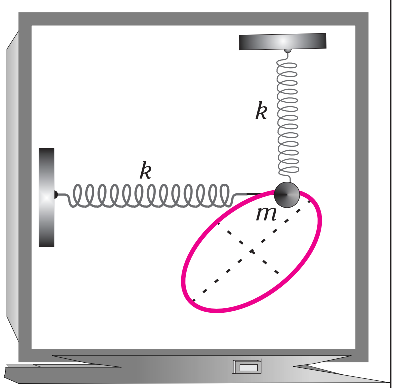
$$T_{bătăi}=\frac{2\pi}{\Delta\omega}=\frac{4\pi}{\omega_1-\omega_2}.$$

Reţine!

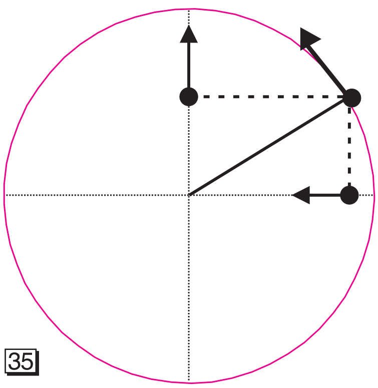
Amplitudinea rezultantă a două oscilaţii paralele de frecvenţe egale este:

$$A=\sqrt{A_1^2+A_2^2+2A_1A_2\cos\Delta\varphi_0},$$

unde $\varphi_0 = \mathrm{arctg}\varphi_0$; $\mathrm{tg}\varphi_0 = \frac{A_1\sin\varphi_{01}+A_2\sin\varphi_{02}}{A_1\cos\varphi_{01}+A_2\cos\varphi_{02}}$.



34



35

ⓘ Traiectoria eliptică din figura 34 devine circulară ca în figura 35 dacă amplitudinile oscilațiilor sunt egale ($A_1 = A_2$).
Dacă oscilațiile sunt în fază: $\Delta\varphi = 2n\pi$, sau în opoziție de fază: $\Delta\varphi = (2n+1)\pi$, atunci obținem ecuațiile:

$$\left(\frac{x}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_2}\right)^2 - 2\frac{x}{A_1}\frac{y}{A_2} = 0 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \left(\frac{x}{A_1} - \frac{y}{A_2}\right)^2 = 0 \Rightarrow y = \pm\frac{A_2}{A_1}x,$$

deci traiectoria eliptică devine liniară.

*Descrierea cantitativă a compunerii a două oscilaţii perpendiculare de frecvenţe egale

Considerăm un punct material de masă m, care este solicitat simultan să oscileze armonic sub acţiunea a două resorturi elastice identice legate pe două direcţii perpendiculare, ca în figura 34.

Considerăm cazul particular când cele două mişcări oscilatorii perpendiculare au frecvenţele egale.

Scriem ecuaţiile elongaţiilor pe cele două direcţii:

$$x = A_1\sin(\omega t + \varphi_{01})\,; \quad y = A_2\sin(\omega t + \varphi_{02})\,.$$

Eliminăm timpul din aceste două ecuaţii, scrise astfel:

$$\frac{x}{A_1} = \sin(\omega t + \varphi_{01}) = \sin\omega t\,\cos\varphi_{01} + \cos\omega t\,\sin\varphi_{01}\,;$$

$$\frac{y}{A_2} = \sin(\omega t + \varphi_{02}) = \sin\omega t\,\cos\varphi_{02} + \cos\omega t\,\sin\varphi_{02}\,.$$

Înmulţim ecuaţiile cu $\cos\varphi_{02}$ şi, respectiv, cu $\cos\varphi_{01}$. După aceea, le scădem şi dăm factor comun $\cos\omega t$, între termenii din dreapta. Obţinem:

$$\frac{x}{A_1}\cos\varphi_{02} - \frac{y}{A_2}\cos\varphi_{01} = \cos\omega t(\sin\varphi_{01}\cos\varphi_{02} + \sin\varphi_{02}\cos\varphi_{01}),$$

unde am folosit formula trigonometrică:

$$\sin\varphi_{01}\cos\varphi_{02} - \sin\varphi_{02}\cos\varphi_{01} = -\sin(\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

Analog înmulţim ecuaţiile cu $\sin\varphi_{02}$ şi, respectiv, cu $\sin\varphi_{01}$. După aceea, le scădem şi dăm factor comun $\sin\omega t$ între termenii din dreapta. Obţinem:

$$\frac{x}{A_1}\sin\varphi_{02} - \frac{y}{A_2}\sin\varphi_{01} = \sin\omega t(\cos\varphi_{01}\sin\varphi_{02} - \cos\varphi_{02}\sin\varphi_{01}),$$

unde am folosit aceeaşi formula trigonometrică.

Ridicăm la pătrat ecuaţiile obţinute şi, după adunarea lor, rezultă:

$$\left(\frac{x}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_2}\right)^2 - 2\frac{x}{A_1}\frac{y}{A_2}\cos(\varphi_{02} - \varphi_{01}) = \sin^2(\varphi_{02} - \varphi_{01}).$$

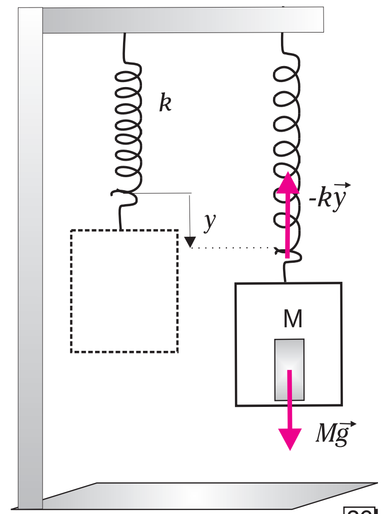
Această ecuaţie este cunoscută ca **ecuaţia generalizată a elipsei** (rotită faţă de axele de coordonate). Dacă $\Delta\varphi = \varphi_{02} - \varphi_{01} = (2n+1)\frac{\pi}{2}$, atunci: $\left(\frac{x}{A_1}\right)^2 + \left(\frac{y}{A_2}\right)^2 = 1$ (vezi 35).

Teste pentru autoevaluare

Testul 1

I. Problemă experimentală

Un pendul elastic cu masa m_1 cunoscută este scos din poziţia de echilibru static şi lăsat să oscileze liber (vezi 36). Se cronometrează timpul t în care se efectuează N oscilaţii şi se calculează valoarea perioadei $T = t/N$. Calculează valoarea constantei de elasticitate pentru mai multe corpuri (cu masele m_2, m_3, m_4, ...), valoarea medie şi erorile. Descoperă expresia de calcul a constantei de elasticitate a resortului cu valorile mărimilor de mai sus.

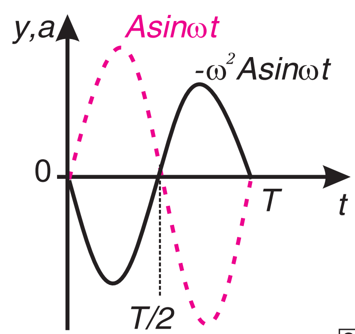


36

II. Găseşte răspunsul corect la problemele următoare:

1. Defazajul între elongaţia şi acceleraţia de oscilaţie a oscilatorului liniar armonic (vezi 37) este:

a) $\Delta\varphi = 0$; b) $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$; c) $\Delta\varphi = \pi$; d) $\Delta\varphi = \frac{3\pi}{2}$.



37

2. Valoarea maximă a vitezei oscilatorului armonic este:

a) $v_{max} = -\omega^2 A$; b) $v_{max} = \omega A$; c) $v_{max} = \frac{\omega^2}{A}$; d) $v_{max} = \omega^2 A$.

3. În punctele în care energia cinetică este egală cu energia potenţială elastică, elongaţia oscilatorului armonic este:

a) $y = \pm\frac{A\sqrt{3}}{3}$; b) $y = \pm A\sqrt{3}$; c) $y = \pm A\sqrt{2}$; d) $y = \pm\frac{A\sqrt{2}}{2}$.

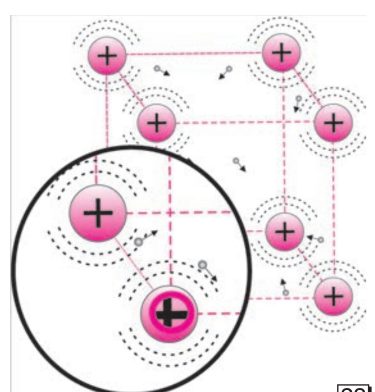
4. În punctele în care elongaţia este jumătate din amplitudine, raportul între energia cinetică şi cea potenţială elastică a oscilatorului armonic este:

a) $\frac{E_c}{E_p} = 1$; b) $\frac{E_c}{E_p} = 2$; c) $\frac{E_c}{E_p} = 3$; d) $\frac{E_c}{E_p} = 4$.

5. Oscilaţiile ionilor din reţeaua cristalină a unui metal sunt oscilaţii mecanice? Amplitudinea de oscilaţie a ionilor dintr-o reţea cristalină depinde de:

a) temperatura metalului; b) densitatea metalului;

c) masa metalului; d) volumul metalului.

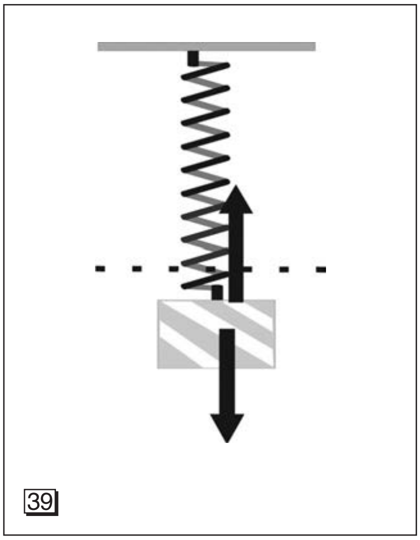


38

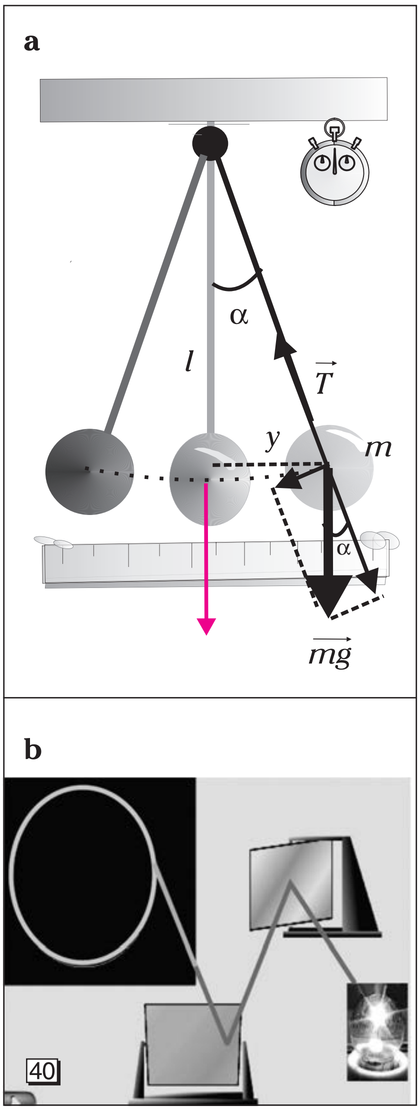
Răspunsuri:

I. Din legea perioadei pendulului elastic, obţinem expresia de calcul a constantei de elasticitate a resortului: $k = \frac{4\pi^2 m}{T^2}$.

II. 1. c. **2.** b. **3.** d. **4.** c. **5.** Nu sunt oscilaţii mecanice; a (vezi 38).



39



40

Testul 2

Rezolvă problemele următoare (grad mic de dificultate):

1. Un corp de masă $m = 0{,}1$ kg, fixat de un resort, execută o mişcare oscilatorie armonică cu frecvenţa $\nu = 20$ Hz şi amplitudinea $A = 0{,}15$ m (vezi 39). Calculează elongaţia oscilatorului atunci când energia cinetică este egală cu energia potenţială.
2. Calculează lungimea firului de suspensie al unui pendul gravitaţional de perioadă $T = 2$ s (vezi 40**a**). Dacă pendulul execută $n = 10$ oscilaţii complete în 20 s, calculează valoarea acceleraţiei gravitaţionale în locul unde oscilează.
3. Un punct material oscilează după legea de mişcare $y(t) = A\sin(\pi t + \pi/4)$ cm. Calculează raportul dintre energia cinetică şi cea potenţială pentru momentul de timp $t = T/4$.
4. Ce mărime rămâne constantă în timp la mişcările oscilatorii armonice? Când este maximă energia cinetică?
5. Un oscilator armonic liniar are legea de mişcare $y(t) = A\sin(\omega t + \pi/6)$. Cât este valoarea elongaţiei la momentul iniţial?
6. Un pendul elastic cu masa $m = 1$ kg are în timpul mişcării viteza maximă $v_{max} = 0{,}1$ m/s şi acceleraţia maximă $a_{max} = 2$ m/s². Calculează constanta elastică.
7. Dacă legea de mişcare a unui oscilator armonic este $y = 4\cos(10\pi t + \pi)[\text{cm}]$, calculează perioada de oscilaţie. Calculează valoarea elongaţiei la momentele de timp $t = 0$ şi $t = T/2$.
8. Energia potenţială maximă a oscilatorului armonic depinde de timp?
9. Două mişcări oscilatorii armonice paralele cu aceeaşi pulsaţie au ecuaţiile: $y_1 = 3\sin 10t$ [cm] şi $y_2 = 4\cos 10t$ [cm]. Găseşte amplitudinea mişcării rezultante.
10. Ce traiectorie descrie spotul luminos pe ecran, dacă cele două oglinzi oscilează în jurul unor axe perpendiculare (vezi 40**b**)?

Răspunsuri:

1. $y = 0{,}707$ A. **2.** $l = 1$ m; $g = 9{,}8$ m/s². **3.** $E_c/E_p = 1$. **4.** Energia totală; la trecerea oscilatorului liniar armonic prin poziţia de echilibru. **5.** $y = 0{,}5\ A$. **6.** $k = 400$ N/m. **7.** $T = 0{,}2$ s. $y(0) = -A$. $y(T/2) = A$. **8.** nu. **9.** $A = 5$ cm. **10.** Spotul luminos descrie pe ecran mişcarea rezultată din compunerea celor două oscilaţii perpendiculare ale oglinzilor.

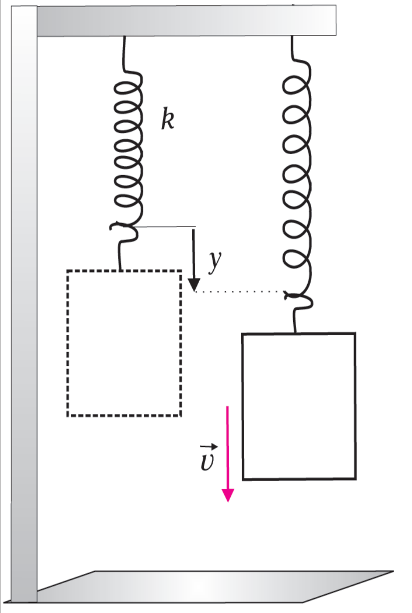
Testul 3

Rezolvă problemele următoare (grad mediu de dificultate):

1. Un pendul elastic are la un moment dat elongaţia y_1 şi viteza υ_1 (vezi 41). La un alt moment are elongaţia y_2 şi viteza υ_2. Amplitudinea mişcării oscilatorii se determină cu relaţia:

a) $A=\sqrt{\dfrac{\upsilon_2^2y_1^2+\upsilon_1^2y_2^2}{\upsilon_2^2+\upsilon_1^2}}$; b) $A=\sqrt{\dfrac{\upsilon_2^2y_1^2-\upsilon_1^2y_2^2}{\upsilon_2^2-\upsilon_1^2}}$;

c) $A=\sqrt{\dfrac{\upsilon_2^2y_1^2+\upsilon_1^2y_2^2}{\upsilon_2^2-\upsilon_1^2}}$; d) $A=\sqrt{\dfrac{\upsilon_2^2y_1^2-\upsilon_1^2y_2^2}{\upsilon_2^2+\upsilon_1^2}}$.



41

2. Două mişcări oscilatorii armonice paralele sunt descrise de ecuaţiile elongaţiilor reprezentate în figura 42. Găseşte defazajul între elongaţiile acestor mişcări.

3. Două resorturi verticale de lungimi egale, având constantele elastice k_1 şi, respectiv, k_2, sunt fixate de podea. Capetele din partea lor superioară sunt unite printr-o bară rigidă de greutate neglijabilă, aşa încât să fie paralele. Sistemul astfel realizat este supus acţiunii unei forţe F, care acţionează vertical la mijlocul barei rigide. Constanta elastică echivalentă a sistemului este:

a) $k_e=\dfrac{4k_1k_2}{k_1+k_2}$; b) $k_e=\dfrac{2k_1k_2}{k_1+k_2}$; c) $k_e=k_1+k_2$; d) $k_e=\dfrac{k_1k_2}{k_1+k_2}$.

Indicație:

$\sin^2\varphi+\cos^2\varphi=1$;

$\begin{cases} y_1=A\sin\varphi_1 \\ \upsilon_1=\omega A\sin\varphi_1 \end{cases}$

și

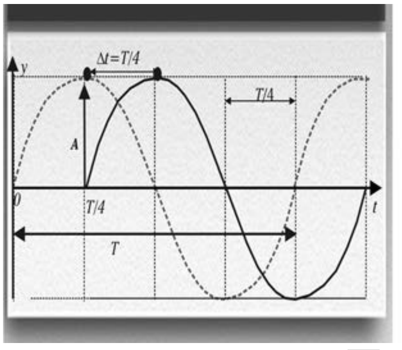
$\begin{cases} y_2=A\sin\varphi_2 \\ \upsilon_2=\omega A\sin\varphi_2 \end{cases}$

4. Un pendul elastic, cu masa m = 0,1 kg, oscilează liniar armonic cu pulsaţia ω = 3,14 rad/s. Calculează constanta elastică a resortului.

5. Ecuaţia elongaţiei unui oscilator liniar armonic este $y=10\sin(5t+\pi)$ [m]. Care sunt valorile amplitudinii oscilaţiilor şi fazei iniţiale a oscilaţiilor?

6. Un corp execută mişcarea oscilatorie liniar armonică descrisă de ecuaţia elongaţiei $y=2\sin(3{,}14t+\pi)$ [m]. Află valorile maxime ale vitezei şi acceleraţiei oscilaţiilor.

7. Legea de oscilaţie a unui punct material, de masă m = 2 kg, este $y=4(\sin20t+\sqrt{3}\cos20t)$ [cm]. Calculează amplitudinea oscilaţiei şi faza iniţială a oscilaţiei.



42

Răspunsuri:

1. b. **2.** $\Delta\varphi=\pi/2$. **3.** a. **4.** k = 0,1 N/m. **5.** A =10 m; $\varphi_0=\pi$ rad.

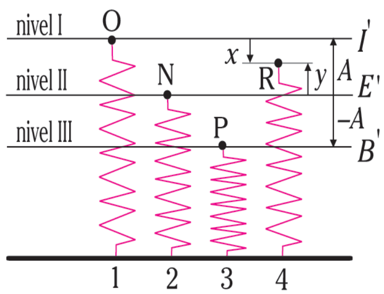
6. υ_{max} = 6,28 m/s. a_{max} = 20 m/s^2. **7.** A = 8 cm, $\varphi_0=\dfrac{\pi}{3}$.

Testul 4

***Rezolvă problemele următoare (grad ridicat de dificultate):**

1. O bară omogenă este plasată în echilibru pe doi tamburi identici, cu axele orizontale şi la acelaşi nivel. Tamburii se rotesc înspre interior la contactul cu bara, în sens invers unul faţă de celălalt. Distanţa dintre axele tamburilor este $2a$, iar coeficientul de frecare între bară şi tamburi este μ. Bara poate efectua mici oscilaţii armonice stânga-dreapta. Perioada acestor oscilaţii este:

a) $T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{\mu g}}$; b) $T = 2\pi\sqrt{\frac{3a}{2\mu g}}$; c) $T = 2\pi\sqrt{\frac{a}{2\mu g}}$; d) $T = \infty$.



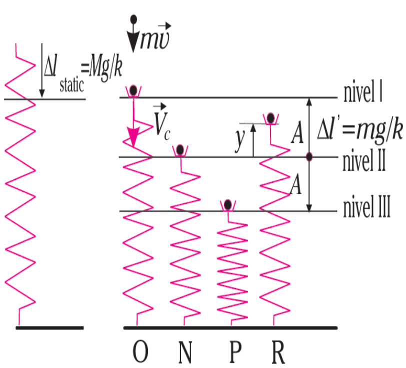
43

2. Un taler de masă M este atârnat în capătul de jos al unui resort de masă neglijabilă şi constantă de elasticitate k. De la înălţimea h cade pe acesta o bucată de plastilină de masă m, sistemul începând să oscileze. Amplitudinea oscilaţiilor sistemului este:

a) $A = \frac{mg}{k}\cdot\sqrt{1+\frac{2kh}{(M+m)g}}$; c) $A = \frac{mg}{k}\cdot\frac{kh}{Mg}$;

b) $A = \frac{mg}{k}\cdot\sqrt{1-\frac{2kh}{(M+m)g}}$; d) $A = \frac{mg}{k}$.

3. Pe capătul superior al unui resort nedeformat, de masă neglijabilă şi constantă de elasticitate k, este aşezat un corp de masă m (vezi 43).Calculează amplitudinea oscilaţiilor sistemului, considerând că oscilaţiile libere încep din punctul O de pe nivelul 1, sub acţiunea corpului de masă m.



44

4. Pe capătul superior al unui resort nedeformat, de masă neglijabilă şi constantă de elasticitate k, este aşezat un taler de masă M, care este ciocnit plastic de un corp de masă m şi cu viteza v, pe verticală de sus în jos (vezi 44). Notăm cu A amplitudinea oscilaţiilor şi cu y elongaţia în starea R. În care din stările O, N, P, R faţă de cele trei nivele se verifică legea conservării energiei?

5. Un resort cu constanta de elasticitate k se taie în n bucăţi de lungime identică. Cele n resorturi obţinute se leagă în paralel. Constanta elastică a acestui sistem este:

a) $k_e = n^2k$; b) $k_e = nk$; c) $k_e = 0{,}5nk$; d) $k_e = k$.

Răspunsuri:

1. a. **2.** a. **3.** $A = mg/k$. **4.** Legea conservării energiei se verifică în stările O, N, P, R faţă de cele trei nivele. **5.** a.

1.2. OSCILATORI MECANICI CUPLAŢI

1.2.1. Oscilaţii mecanice întreţinute. Oscilaţii mecanice forţate

După ce un leagăn sau un pendul este împins cu mâna şi apoi este lăsat liber, oscilaţiile sale se amortizează datorită frecărilor cu aerul şi a celor din sistemul de prindere.

Oscilaţiile nu se amortizează, adică amplitudinea acestora rămâne constantă dacă sistemul oscilant primeşte din exterior energia pierdută prin frecări, la intervale de timp egale cu perioada oscilaţiilor libere.

Oscilaţiile unui sistem aflat sub acţiunea periodică a altui sistem se numesc **oscilaţii forţate.**

Dacă transmitem oricărui oscilator impulsuri periodice, la intervale de timp diferite de perioada oscilaţiilor libere, atunci oscilaţiile acestuia sunt forţate, amplitudinile atingând valori mari dacă frecările sunt mici (vezi 1). La turaţii mici ale volantului, firul antrenat de volant dă impulsuri periodice resortului dinamometrului şi se obţin oscilaţii cu amplitudini comparabile cu raza volantului.

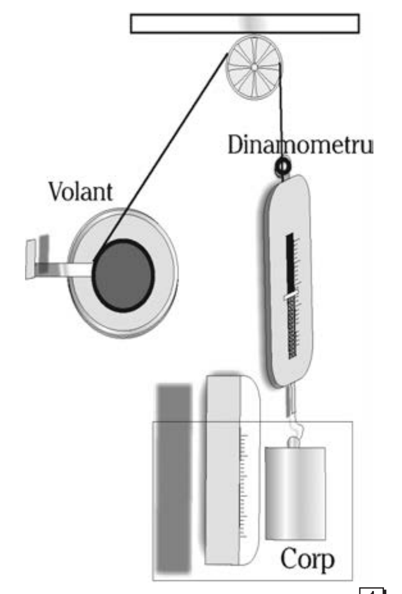
La turaţii din ce în ce mai mari ale volantului, se constată experimental că amplitudinea măsurată devine maximă la o anumită frecvenţă a acestora, iar la turaţii şi mai mari, amplitudinea scade. Constatăm experimental că transferul energiei de la un sistem oscilator la alt sistem oscilator are caracter selectiv şi este optim dacă perioadele acestora sunt egale sau aproximativ egale. Explică ce se va constata dacă oscilatorul se introduce total sau parţial într-un lichid.

Oscilaţii forţate întâlnite în practică sunt:

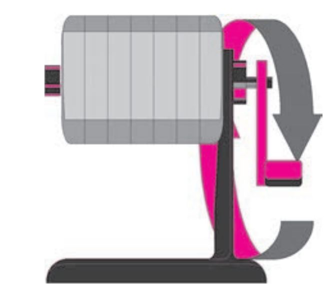
— vibraţiile pieselor nefixate în locurile lor, aflate în sisteme sau dispozitive în mişcare;

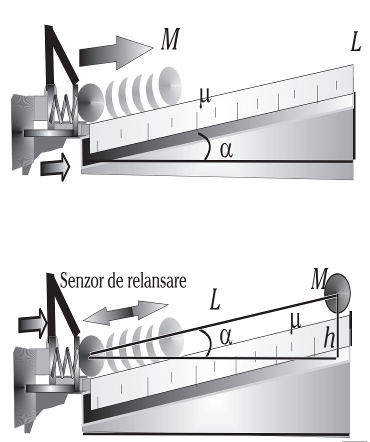
— oscilaţiile plantelor, ale crengilor sau ale podurilor sub acţiunea vântului;

— oscilaţiile autovehiculelor pe un drum cu denivelări.



1


2



3

Probleme propuse

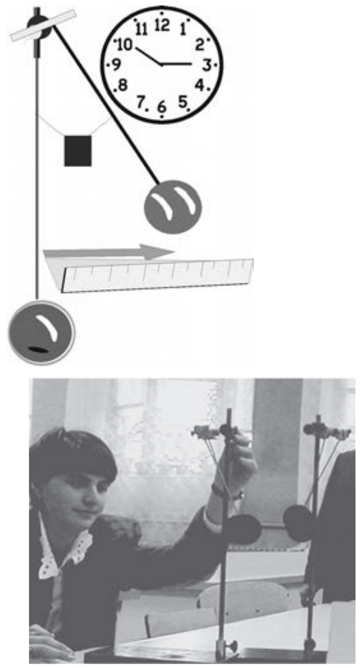
1. Concepe un dipozitiv cu un motoraş electric sau cu un sistem de roţi pentru generarea oscilaţiilor forţate (vezi 2).
2. Lansatorul unei bile este aşezat la baza unui plan înclinat de unghi α, coeficient de frecare μ şi lungime L (vezi 3). Câtă energie trebuie să primească bila când revine la baza planului înclinat pentru ca aceasta să ajungă la aceeaşi înălţime h?

1.2.2. *Rezonanţa

Ai observat că leagănele fixate pe acelaşi cadru intră în oscilaţie atunci când numai unul este scos din poziţia de ehilibru?

Dacă se cuplează două pendule de lungimi diferite şi îl scoatem din repaus pe unul dintre ele, atunci acesta devine excitator pentru cel rămas în repaus. Dacă lungimea şi deci frecvenţa oscilaţiilor excitatorului este mult diferită de cea proprie a oscilatorului aflat în repaus, atunci amplitudinea celui din urmă este foarte mică, transferând foarte puţină energie. Se pune în mişcare pendulul excitator care transmite impulsuri periodice altor pendule prin intermediul tijei de care sunt suspendate (vezi 4).

Dacă pendulele au lungimi egale cu cea a pendulului excitator, atunci acestea vor avea amplitudinea maximă.

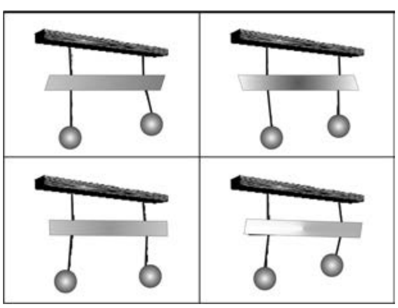


4

*Transferul de energie între doi oscilatori cuplaţi

Să considerăm două pendule de aceeaşi lungime l şi de aceeaşi masă m, legate printr-un resort sau printr-un cordon elastic (vezi 5).

Mişcările fiind influenţate reciproc, spunem că aceste două sisteme oscilante sunt cuplate. Dacă imprimăm unuia dintre pendule o mişcare oscilatorie faţă de poziţia de echilibru, energia mişcării se transmite integral la celălalt pendul după un interval de timp.



5

Procesul de transfer optim al energiei între oscilatoare cuplate, când frecvenţa oscilatorului excitator este egală cu frecvenţa oscilatorului excitat, se numeşte **rezonanţă.**

Un oscilator (oscilatorul excitator) îşi pierde treptat energia, micşorându-şi amplitudinea până când ajunge în repaus, iar celălalt (oscilatorul excitat) preia, tot treptat, energia cedată de primul, amplitudinea sa de oscilaţie devenind din ce în ce mai mare şi atingând valoarea maximă când primul ajunge în repaus. Apoi rolurile se schimbă, cel de-al doilea transferă energie primului pendul.

Mişcările ambelor pendule sunt caracterizate de amplitudini care se modifică ciclic şi se amortizează datorită frecărilor. Acest proces reprezintă o oscilaţie forţată pentru oscilatorul excitat, în cazul particular al rezonanţei. Când cuplajul este mai strâns, transferul energetic se face într-un timp mai scurt. Pendulul excitator este în avans de fază cu $\Delta\varphi = \pi/2$ faţă de pendulul rezonator, cum este pendulul excitat în condiţii de rezonanţă.

Când rezonatorul are elongaţia maximă, excitatorul trece cu viteză maximă prin poziţia de echilibru şi îl accelerează. La rezonanţă, o oscilaţie se poate menţine (A = const.) cu transfer minim de energie de la excitator. Dacă cele două pendule nu au aceeaşi lungime l, energia mişcării nu se mai transferă integral la celălalt.

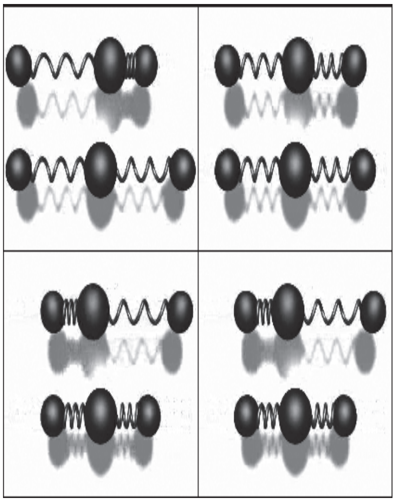
Catastrofa de rezonanţă se produce atunci când amortizarea este mică şi amplitudinea creşte din ce în ce mai mult. De exemplu, dacă turaţia unui motor creşte până când coincide cu frecvenţa sistemului în care este încastrat, atunci motorul se poate smulge din suport, deoarece acesta se fisurează.

Din punct de vedere energetic, la rezonanţă, energia potenţială elastică şi energia cinetică a corpului de masă m se transformă alternativ una în alta, în timp ce energia furnizată de excitator se transformă ireversibil în căldură prin frecări.

6

Un pod poate fi avariat sub acţiunea vântului care „bate în rafale” (vezi 6). De ce este interzis să mergem în pas de defilare pe poduri sau coridoare?

Observaţie:
Rezonanţa transformă oscilaţiile libere amortizate în oscilaţii neamortizate datorită întreţinerii lor.



7

Probleme propuse

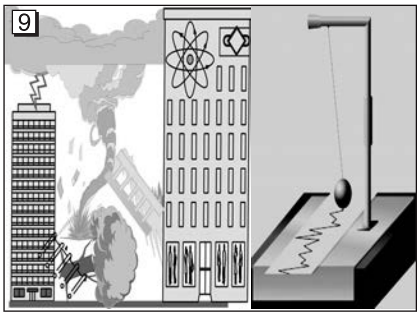
Analizează afirmaţiile următoare şi răspunde cu A (adevărat) sau F (fals):

1. Dacă oscilaţiile se efectuează în direcţia planului comun (longitudinal), se constată că transferul energetic se face mai repede decât în cazul când oscilaţiile se efectuează într-un plan transversal faţă de planul comun.
2. Când cele două pendule sunt deviate simultan, cu acelaşi unghi şi în acelaşi sens, longitudinal sau transversal, acestea oscilează cu perioada proprie $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$, unde l este lungimea lor.
3. Un sistem de oscilatori cuplaţi poate efectua oscilaţii cu frecvenţe diferite, care depind de sistem 7. Asemenea oscilaţii au şi atomii, legaţi într-o moleculă, care oscilează longitudinal sau transversal cu mai multe frecvenţe proprii.

1.2.3. Consecinţe şi aplicaţii

La rezonanţă, sistemul excitat primeşte de la excitator energia maximă.

Clădirile înalte, platformele maritime, stâlpii de susţinere şi podurile (vezi 8 — Telefericul şi barajul Hoover, pe râul Colorado, Nevada, SUA) au grinzi şi planşee cu anumite frecvenţe proprii de oscilaţie. Orice construcţie cu o frecvenţă proprie de oscilaţie apropiată de frecvenţele unor excitatori (seisme, furtuni cu rafale de vânt) primeşte energie mare atunci când execută oscilaţii forţate cu amplitudini mari, care se transformă în energie de deformaţie plastică (crăpături, plastifieri, ruperi).

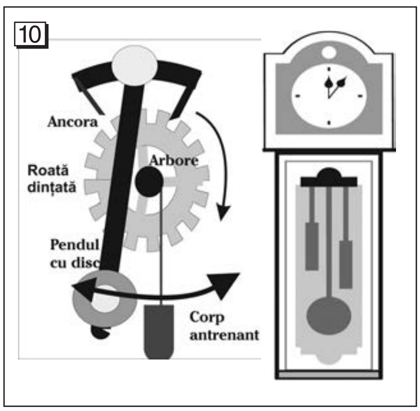


Oscilaţiile forţate îşi găsesc aplicaţii în construcţia seismografelor care înregistrează deplasări proporţionale cu elongaţia corpului de care sunt prinse (vezi 9).

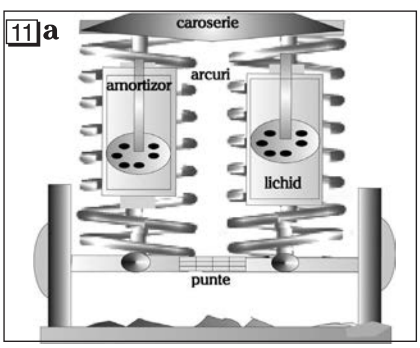
Oscilaţiile unui motor sunt perturbatoare pentru dispozitivul pe care este montat.

Oscilaţiile geamurilor şi ale solului produse de circulaţia autovehiculelor grele au amplitudini mai mari, iar la anumite turaţii ale motoarelor sesizăm zgomot puternic.

Aplicaţii practice



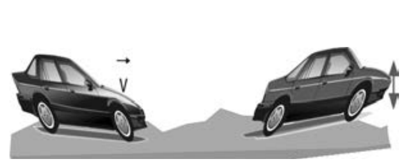
Oscilaţiile autoîntreţinute ale pendulei ceasului clasic comandă transferul de energie necesar menţinerii oscilaţiilor (vezi 10). Energia potenţială gravitaţională înmagazinată de corpul antrenant prin răsucirea firului de care acesta este prins pe arbore (aşa-numita întoarcere zilnică a ceasului) este transferată periodic pendulului cu disc prin intermediul ancorei, pentru compensarea energiei pierdute de pendul prin frecări. Ancora blochează şi debochează periodic roata dinţată când un dinte al roţii alunecă pe una dintre extremităţile ancorei, iar corpul atârnat de fir coboară în câmpul gravitaţional cu „paşi” mici.



Oscilaţiile forţate produse autovehiculelor de denivelările şoselei trebuie să fie amortizate de către amortizoare telescopice pentru ca autovehiculele să nu intre în rezonanţă, deoarece ar avea efecte distructive.

Amortizorul, compus dintr-un cilindru în care se află un piston şi ulei, este fixat coaxial cu arcul de suspensie pe axa roţii şi pe şasiul automobilului (vezi 11**a**). La denivelări, oscilaţiile axei faţă de şasiu sunt transferate arcului şi amortizorului. Pistonul este solidar cu şasiul automobilului. Datorită vâscozităţii ridicate a uleiului, mişcarea relativă a pistonului faţă de cilindru este rapid amortizată la deplasarea pe un drum cu denivelări (vezi 11 **b**). Frecările se opun mişcării şi o întârzie, mărind perioada.

11 **b**



Drum cu denivelări

***Rezonanţa sistemelor mecanice (extindere pentru performeri şi curioşi)**

Oscilaţiile proprii ale unui oscilator liber neamortizat au pulsaţia proprie ω_0. Dacă o forţă exterioară F, de pulsaţie ω_1, acţionează transferând energie acestui oscilator elastic de masă m, care are pulsaţia proprie ω_0 când oscilează liber, atunci acesta intră în oscilaţie forţată cu pulsaţia ω_1. Oscilatorul opune forţa de inerţie:

$$-F_i = ma = -m\omega_1^2 A \sin \omega_1 t$$

În timpul deformaţiei, oscilatorul opune o forţă elastică:

$$F_e = -kx = -kA \sin \omega_1 t,$$

unde k este constanta de elasticitate a resortului echivalent.

Dacă oscilatorul se găseşte într-un mediu vâscos, acesta opune o forţă rezistentă dată de relaţia:

$$F_r = -rv = -r\omega_1 A \cos \omega_1 t ,$$

unde r este coeficientul de frecare vâscoasă în mediul respectiv.

Forţa activă exterioară este defazată cu un unghi φ_0 faţă de elongaţiile oscilatorului:

$$F = F_{max} \sin(\omega_1 t + \varphi_0) .$$

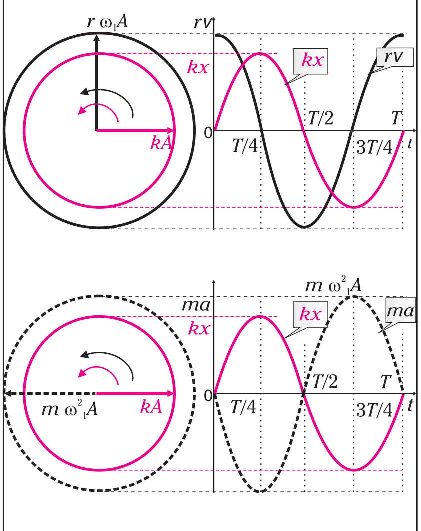
Valorile instantanee verifică ecuaţia: $F + F_e + F_r = -F_i$, adică $F - kx - rv = ma$, deci $ma + rv + kx = F$.

Obţinem ecuaţia:

$$-m\omega_1^2 A \sin \omega_1 t + r\omega_1 A \cos \omega_1 t + kA \sin \omega_1 t = F_{max} \sin(\omega_1 t + \varphi_0). \quad \mathbf{(1)}$$

Forţelor oscilante le ataşăm câte un fazor. Fazorul este un vector rotitor cu viteza unghiulară având mărimea egală cu valoarea maximă şi poziţia iniţială determinată de unghiul de fază iniţială (vezi 12 **a**).

Portofoliu
Documentează-te și explică modul de funcționare a altui sistem de reglare pentru un sistem oscilant.



12 **a**

Dezvoltând funcţia trigonometrică din membrul al doilea şi grupând termenii, obţinem:

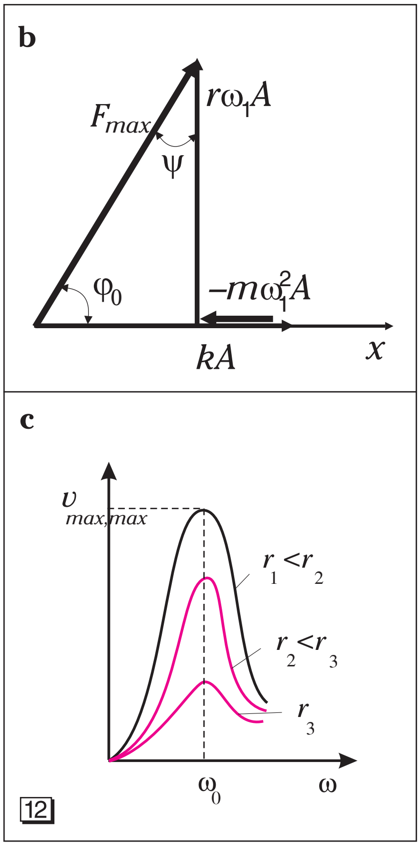
$$\left(kA - mA\omega_1^2\right)\sin\omega_1 t + r\omega_1 A\cos\omega_1 t = F_m \sin\omega_1 t \cos\varphi_0 + F_m \cos\omega_1 t \sin\varphi_0.$$

Pentru două momente de timp, $t_1 = 0$ şi $t_2 = T/4$, vom avea aceiaşi coeficienţi pentru $\sin\omega t$ şi $\cos\omega t$, deci $F_m \sin\varphi_0 = r\omega_1 A$ şi $F_m \cos\varphi_0 = kA - mA\omega_1^2 \Rightarrow \mathrm{tg}\,\varphi_0 = \dfrac{r\omega_1}{k - m\omega_1^2}$.

Se observă că $\varphi_0 = \pi/2$, atunci când $\omega_1^2 = \dfrac{k}{m} = \omega_0^2$.

Ecuaţiei **(1)** i se asociază o diagramă fazorială (vezi 12**b**). Alegem ca fazor de referinţă un vector a cărui mărime este egală cu forţa elastică maximă, kA.

Fazorul ataşat forţelor de frecare este $F_f = rv_{max} = r\omega_1 A$, în avans de fază cu $\pi/2$ faţă de cel de referinţă, iar cel ataşat forţelor de inerţie este $F_i = ma_{\max} = m\omega_1^2 A$, în opoziţie de fază cu cel de referinţă:



$$F_{\max}^2 = A^2\left[r^2\omega_1^2 + \left(k - m\omega_1^2\right)^2\right] \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A = \frac{F_{max}}{\sqrt{r^2\omega_1^2 + \left(k - m\omega_1^2\right)^2}} = \frac{F_{max}}{\omega_1\sqrt{r^2 + \left(k/\omega_1 - m\omega_1\right)^2}}.$$

Valoarea maximă a vitezei de oscilaţie este:

$$v_{max} = \omega_1 A = \frac{F_{max}}{\sqrt{r^2 + \left(k/\omega_1 - m\omega_1\right)^2}}.$$

Cea mai mare valoare a vitezei $\boldsymbol{v}_{\mathbf{max}}$ se obţine atunci când $k/\omega_1 - m\omega_1 = 0$, adică la **pulsaţia de rezonanţă a vitezelor**, când $\omega_1^2 = k/m = \omega_0^2$ şi deci $v_{max,max} = F_{max}/r$ (vezi 12**c**).

La pulsaţia ω_0, când oscilaţiile forţate întreţinute se produc în ritmul impus de forţa oscilantă exterioară, numai viteza oscilaţiei forţate, forţa rezistivă a mediului şi puterea transferată sunt maxime.

Amplitudinea deplasării şi forţa elastică devin maxime pentru **pulsaţia de rezonanţă a amplitudinilor deplasărilor**, când pulsaţia forţei excitatoare coincide cu pseudopulsaţia ω_1' a sistemului oscilant: $\omega_1' = \sqrt{\dfrac{k}{m} - \dfrac{r^2}{2m^2}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2}$, unde $\delta = r/2m$. Considerăm funcţia:

$$f\left(\omega_1^2\right) = r^2\omega_1^2 + \left(k - m\omega_1^2\right)^2 = \omega_1^2 r^2 + k^2 + m^2\omega_1^4 - 2km\omega_1^2.$$

Notăm $\omega = \omega_1^2$ şi rezultă $f(\omega) = m^2\omega^2 + (r^2 - 2km)\omega + k^2$. Această funcţie admite un maxim pentru:

$$\omega = -\frac{r^2 - 2km}{2m^2} = \frac{2km}{2m^2} - \frac{r^2}{2m^2} = \frac{k}{m} - \frac{r^2}{2m^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \omega_{rez,A} = \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{r^2}{2m^2}} = \sqrt{\omega_0^2 - 2\delta^2} = \omega_1' < \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}.$$

Pulsația de rezonanță a amplitudinilor deplasărilor se apropie de pulsația proprie ω_0, în absența amortizării, atunci când coeficientul de amortizare δ este mic. Dacă $\delta < \omega_0$, oscilațiile sunt periodice și amortizate datorită frecărilor relativ reduse (mici). La pulsația ω'_1, amplitudinea maximă devine staționară:

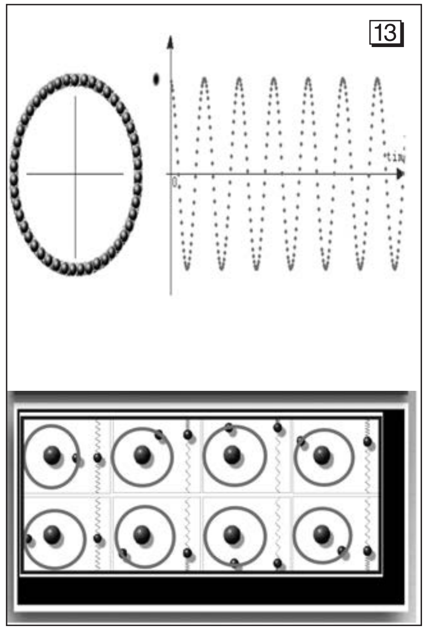
$$A_{max} = \frac{F_{max}}{2m\delta\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} = \frac{F_{max}}{r\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}},$$

unde $\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$ este pulsația oscilațiilor libere amortizate.

Teste pentru autoevaluare

Testul 1

1. Câte cicluri complete descrie bila, proiectată pe axa verticală, în cele două situaţii din figura 13?



13

2. Un pendul matematic care atârnă de tavanul unui lift în repaus are perioada de oscilaţie T_0. Dacă liftul urcă uniform accelerat cu $a = 0{,}5g$, atunci pendulul oscilează cu perioada T:

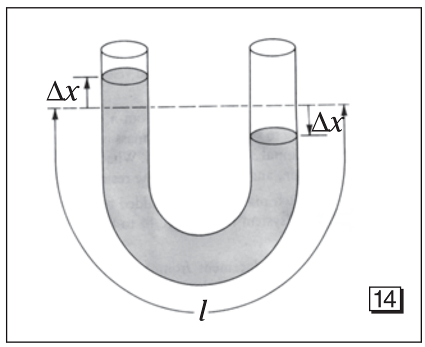
a) $T = \sqrt{\frac{2}{3}}T_0$; b) $T = \sqrt{2}T_0$; c) $T = 0{,}5T_0$; d) $T = 3T_0$.

3. Dacă liftul din problema **2** coboară accelerat cu acceleraţia $a = 0{,}5g$, atunci perioada de oscilaţie devine:

a) $T = \sqrt{\frac{2}{3}}T_0$; b) $T = \sqrt{2}T_0$; c) $T = 0{,}5T_0$; d) $T = 3T_0$.

4. Un resort elastic având constanta de elasticitate k, aşezat pe un plan lucios orizontal, netensionat, are legat la capătul liber un corp de masă M. Un glonţ de masă m tras pe orizontală se încastrează în corpul de masă M şi sistemul începe să oscileze. Calculează amplitudinea şi perioada de oscilaţie a sistemului.

5. Un tub în forma literei „U“ conţine o coloană de lichid de densitate ρ şi de lungime totală l, aflată în echilibru. Dacă se dezechilibrează coloana de lichid, care este expresia perioadei oscilaţiilor libere, dacă se neglijează frecarea între lichid şi pereţii tubului (vezi 14)?



14

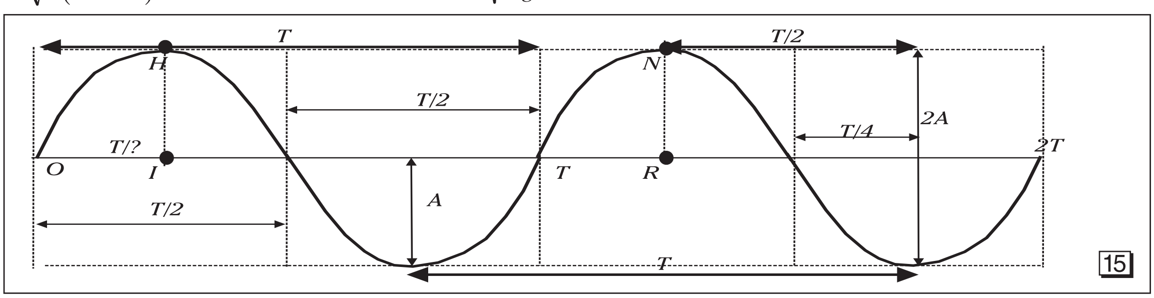
6. Amplitudinea oscilaţiei din figura 15 este egală cu distanţa dintre punctele: a) O şi I; b) I şi H; c) O şi R; d) I şi R.

7. Perioada oscilaţiei din figura 15 este egală cu distanţa dintre punctele: a) O şi I; b) I şi H; c) O şi R; d) I şi R.

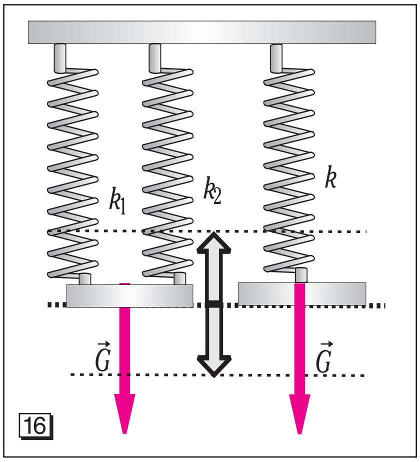
Răspunsuri:

1. şase cicluri şi, respectiv, un ciclu**. 2.** a. **3.** b.

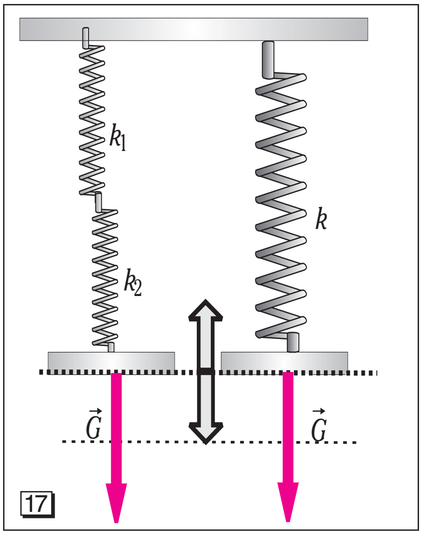
4. $A = \frac{mv}{\sqrt{k(M+m)}}$; $T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$. **5.** $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{2g}}$. **6.** b. **7.** d.



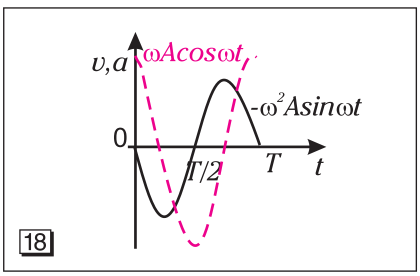
15



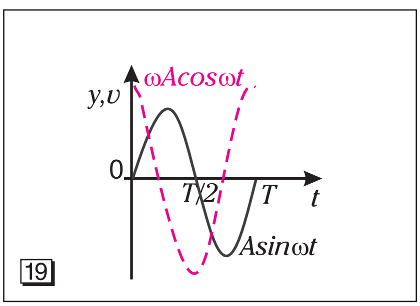
16



17



18



19

Testul 2

Găseşte răspunsul corect la problemele următoare:

1. Două resorturi elastice au constantele elastice egale $k_1 = k_2 = k$. Dacă sunt legate în paralel (vezi $\boxed{16}$), atunci constanta elastică echivalentă este:

a) $k_p = 0{,}5k$; b) $k_p = 0{,}707k$; c) $k_p = k$; d) $k_p = 2k$.

2. Două resorturi elastice au constantele elastice k_1 şi k_2. Dacă sunt legate în serie (vezi $\boxed{17}$), atunci constanta echivalentă este:

a) $k_s = \dfrac{k_1k_2}{k_1+k_2}$; b) $k_s = k_1 - k_2$; c) $k_s = k_1 + k_2$; d) $k_s = \dfrac{2k_1k_2}{k_1+k_2}$.

3. Defazajul vitezei de oscilaţie faţă de acceleraţia de oscilaţie a oscilatorului liniar armonic (vezi $\boxed{18}$) este:

a) $\Delta\varphi = 0$; b) $\Delta\varphi = -\dfrac{\pi}{2}$; c) $\Delta\varphi = \pi$; d) $\Delta\varphi = \dfrac{3\pi}{2}$.

4. Defazajul vitezei de oscilaţie faţă de elongaţia oscilatorului liniar armonic (vezi $\boxed{19}$) este:

a) $\Delta\varphi = 0$; b) $\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{2}$; c) $\Delta\varphi = \pi$; d) $\Delta\varphi = \dfrac{3\pi}{2}$.

5. La ce distanţă de capătul liber trebuie înlocuit corpul unui pendul elastic cu un corp cu masă dublă faţă de cea iniţială, pentru ca noul pendul elastic să oscileze cu aceeaşi perioadă?

a) $x = l/2$; b) $x = l/3$; c) $x = l/4$; d) $x = l/6$.

6. Un pendul matematic de lungime l_0 are perioada T_0 la temperatura $t_0 = 0°C$. Dacă temperatura mediului exterior devine t, atunci perioada devine:

a) $T = T_0\sqrt{1+\alpha t}$; b) $T = T_0$;

c) $T = T_0(1+\alpha t)$; d) $T = T_0(1-\alpha t)$.

7. Un cilindru omogen de lungime l şi densitate ρ pluteşte într-un lichid de densitate ρ_0. Perioada micilor oscilaţii verticale este:

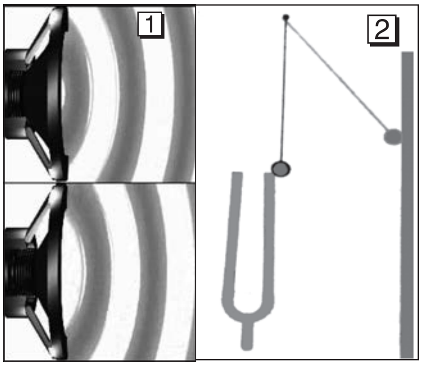
a) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$; b) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{l\rho_0}{\rho g}}$; c) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\rho l}{\rho_0 g}}$; d) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{\rho}{\rho_0}}$.

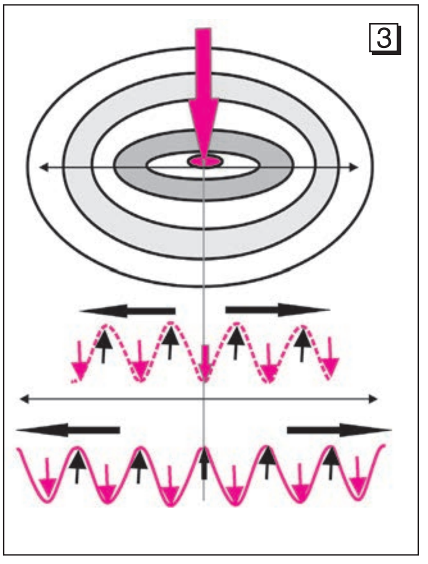
Răspunsuri:

1. d. **2.** a. **3.** b. **4.** b. **5.** a. **6.** a. **7** c.

1.3. UNDE MECANICE

1.3.1. Propagarea unei perturbaţii într-un mediu elastic. Transferul de energie



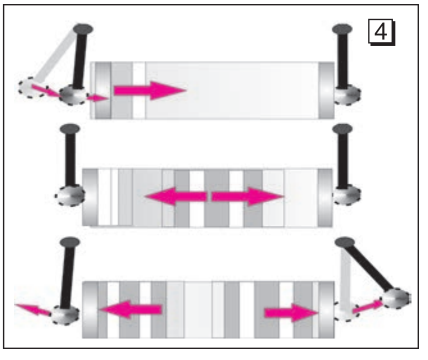


Fenomene ondulatorii întâlnite în natură şi în tehnică

Deplasarea corpurilor sau a particulelor din poziţia de echilibru este considerată **perturbaţie**. Vibraţiile membranei unui difuzor modifică presiunea aerului din imediata vecinătate (vezi 1). Aceste variaţii periodice ale presiunii se propagă până la un receptor (ureche, microfon) aflat la distanţă de sursa de vibraţii. Zgomotul produs la explozia unui obuz este generat de creşterea bruscă a presiunii în locul unde aceasta s-a produs. În punctele situate la distanţe din ce în ce mai mari, se pot măsura cu anumite instrumente sau sesiza auditiv diferenţe de presiune mai mici. Dacă în fruntea unei coloane lungi care defilează se află o fanfară, se observă că sportivii din spatele coloanei bat pasul de defilare cu întârziere faţă de cei aflaţi aproape de fanfară. Aceasta semnifică faptul că propagarea sunetului produs de tobă depinde de distanţa până la receptorul auditiv al fiecărui sportiv.

Vibraţiile braţului unui diapazon sau ale unei corzi de chitară, care emit sunete după ce sunt lovite sau ciupite, pot provoca oscilaţiile unui pendul realizat dintr-o bobiţă de polistiren expandat, atârnată de un fir (vezi 2). O piatră care cade în apă produce o perturbaţie care se deplasează sub forma unor valuri mici (vezi 3). Acestea pot pune temporar într-o mişcare de oscilaţie, pe verticală (ridicare şi coborâre faţă de poziţia de repaus), corpurile care plutesc pe apă (de exemplu, dopuri de plută). Perturbaţia înaintează pe orizontală, dar corpurile rămân pe loc.

Transferul de energie într-un fenomen ondulatoriu



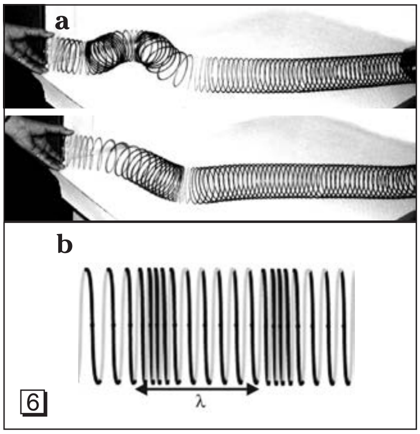
Din legea lui Pascal, ne amintim că variaţia de presiune produsă asupra unui lichid închis într-un recipient se transmite în fiecare punct al lichidului cu aceeaşi intensitate. Comprimarea produsă de deplasarea unui piston (dop) într-un tub cu lichid se transmite din aproape în aproape asupra altui piston (dop), care închide celălalt capăt al tubului. Dacă pistoanele închid aerul din tub, vei constata că viteza de propagare a perturbaţiei este mai mică în aer (vezi 4).

Prin medii disipative, numai o parte din energia sursei ajunge în punctele de recepţie, de la care se transmit variaţii de presiune mai mici spre alte puncte.

Loveşte capătul unei bare cu un ciocan. Comprimarea locală produsă prin lovire este transmisă zonelor vecine, până ajunge la celălalt capăt. Dacă ai plasat bila unui pendul în contact cu bara, atunci bila va fi aruncată pe direcţia barei şi în sensul de propagare a perturbaţiei. Rezultă că vibraţia produsă în urma impactului se propagă de-a lungul tubului sau barei (prin comprimări urmate de destinderi) şi în fluide, şi în solide.

Procesele de propagare a perturbaţiilor din aproape în aproape, cu viteză finită printr-un mediu, se numesc **unde.**

Undele elastice reprezintă propagarea perturbaţiilor stărilor de echilibru dintr-o zonă în altă zonă a unui mediu cu proprietăţi elastice (vezi 5). Undele transferă energia primită în procesul de perturbare de la un oscilator la altul, fără să se producă şi transport de substanţă.

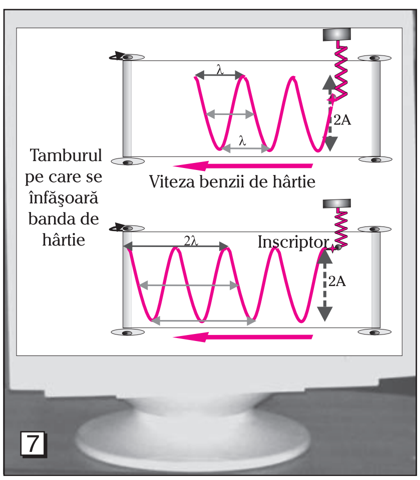


Identificarea în practică a diferenţelor dintre diverse tipuri de undă

Scutură periodic sau loveşte transversal capătul unei frânghii, al unui furtun subţire din cauciuc sau al unui resort elastic prins de un corp (vezi 6a). Vei observa că perturbaţia se propagă cu viteze care depind de tensionarea materialului, adică de forţa de întindere a acestuia.

Dacă foloseşti un resort elastic aşezat pe o suprafaţă lucioasă orizontală, comprimă periodic câteva spire la capătul prins de mâna ta. Comprimările urmate de destinderi ale oscilatoarelor (spirelor) se propagă spre capătul celălalt, fixat de un corp solid (vezi 6b). Fiecare spiră oscilează pe direcţia de mişcare, considerată faţă de poziţiile de echilibru.

Dacă un inscriptor oscilează armonic pe direcţie verticală, în faţa unei benzi de hârtie care se înfăşoară cu viteză constantă pe un cilindru rotitor şi, respectiv, se desfăşoară de pe alt cilindru paralel, se obţine înregistrarea grafică a mişcării ondulatorii (vezi 7). Crestele şi adânciturile sinusoidei reprezintă zonele cu densitate maximă de spire şi, respectiv, zonele cu densitate minimă de spire în cursul propagării lor.



Sunetele sunt generate de vibraţiile unor corpuri numite **surse sonore**.

Moleculele din straturile învecinate primesc o parte din energia sursei sonore şi o transmit din aproape în aproape altor straturi de molecule, deci transferă faza de mişcare oscilatorie (comprimarea sau destinderea periodică).

Aşa se produc undele elastice longitudinale care se propagă prin medii cu proprietăţi elastice. Viteza de propagare a fazei (de comprimare sau destindere a) undei depinde de natura mediului elastic. ***Vom nota*** viteza fazei $V_f = V$.

În **undele longitudinale,** particulele mediului elastic oscilează pe direcţia de propagare a acestora (vezi 6**b**).

Frecvenţa ν recepţionată de ureche reprezintă numărul perechilor de comprimări-destinderi succesive în timp de o secundă.

Lungimea de undă λ reprezintă distanţa parcursă de o undă cu viteza V în timp de o perioadă sau distanţa dintre două comprimări ori destinderi succesive.

Lungimea de undă se măsoară în metri. Deoarece faza acestor perturbaţii se deplasează cu viteza V, înlocuindu-se periodic comprimările sau destinderile succesive unele cu altele, rezultă $\lambda = VT = \frac{V}{\nu}$. Ştim că sunetele se propagă prin apă şi prin metale mai repede decât prin aer, deoarece distanţele intermoleculare sunt mult mai mici decât în aer.

Modulul de elasticitate E şi densitatea ρ a mediului elastic prin care se propagă undele elastice longitudinale determină viteza de propagare a acestora în solidele ideale (care nu se deformează transversal atunci când sunt tensionate longitudinal): $V_{long} = \sqrt{E/\rho}$.

După trecerea unei perturbaţii printr-un mediu, acesta revine la configuraţia iniţială.

În **undele transversale,** particulele mediului elastic oscilează pe direcţii perpendiculare pe direcţia de propagare a acestora (vezi 6**a**).

În solide, perturbaţiile se pot transmite şi prin unde transversale, care sunt ridicări sau coborâri ale punctelor materiale faţă de direcţia de propagare, ca într-o coardă elastică având viteza de fază $V_{transv} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$,

unde F — forţa de tensiune, μ — densitatea liniară (masa unităţii de lungime).

Substanţa	Viteza de propgare a undelor longitudinale (m/s)
granit	5600
fier	5100
sticlă	5000
alcool	1170
apă	1500
petrol	200
aer	340
hidrogen	1260
(condiţii normale)	

Undele sonore sunt unde elastice produse de vibrațiile corpurilor cu frecvențe sesizate de urechea umană, în intervalul de frecvențe de la 16 Hz la 20 000 Hz.

Efectele produse de undele elastice asupra receptoarelor, plasate la distanță față de locul unde s-a produs inițial perturbația elastică, pot fi:

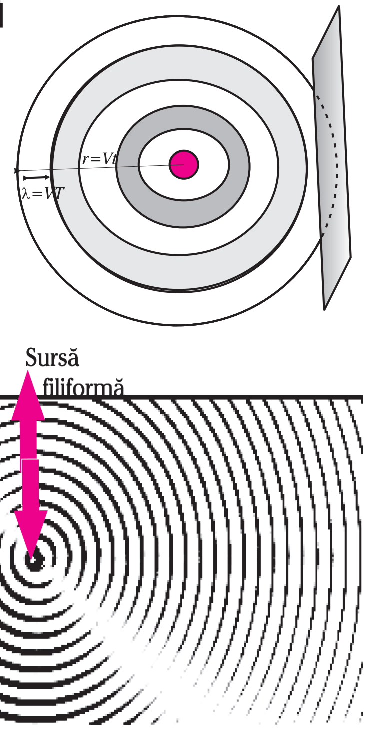
— vibrații ale membranei timpanelor urechii, provocate de variații de presiune; acestea sunt convertite în biocurenți, care ajung prin nervii auditivi la creier;

— vibrații ale membranelor microfoanelor; acestea sunt convertite în semnale electrice care ajung la un amplificator cuplat la difuzoare sau pot fi transmise prin cablu telefonic;

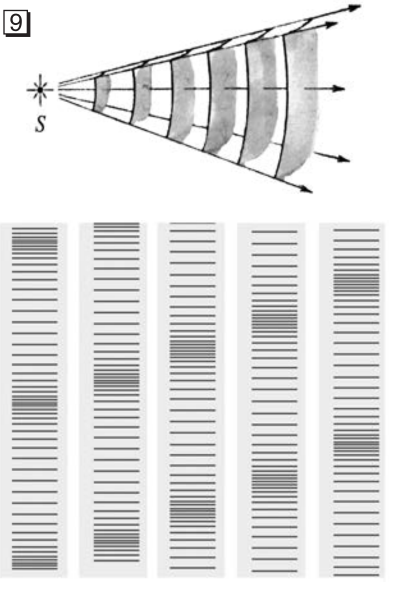
— distrugeri ale membranelor sau ale unor obiecte care intră în vibrație; unda de șoc produsă de avioanele supersonice, care au viteze $V > 340$ m/s, poate sparge obiecte și poate provoca senzația de durere în urechi.

1.3.2. *Modelul „undă plană”. Periodicitatea spaţială şi temporală

8



9



Comprimările și decomprimările se propagă, într-un mediu nedisipativ, cu amplitudini egale.

*Modelarea propagării unei perturbaţii într-un mediu elastic

Suprafeţele de undă sunt suprafeţele care conţin punctele — egal depărtate de sursa oscilaţiilor — care oscilează în fază (au amplitudinile maxime, minime, nule sau intermediare în aceleaşi momente de timp).

În medii omogene şi izotrope, suprafeţele de undă se concretizează în sfere concentrice ($r = Vt =$ const.) pentru surse punctiforme sau cilindri concentrici pentru surse filiforme, care devin practic plane la distanţe mari faţă de surse. În intersecţia cu un plan, cercurile cu rază mare se aproximează cu drepte (vezi 8). Lungimea de undă λ reprezintă distanţa străbătută de o suprafaţă de undă într-un interval de timp egal cu perioada de oscilaţie T a sursei de perturbaţii, cu viteza de propagare V a fazei undei progresive în mediul considerat ($\lambda = VT$). Rezultă că, faţă de o suprafaţă de undă considerată la un moment dat, mărimile oscilante au aceeaşi fază de oscilaţie pe suprafeţele de undă situate la o distanţă egală cu o lungime de undă sau cu un număr întreg de lungimi de undă.

Frontul de undă reprezintă locul geometric al punctelor celor mai depărtate de o sursă de unde, atinse la un moment dat de acestea, care reproduc perturbaţia iniţială oscilând în fază.

Vom reprezenta grafic suprafeţele de undă echifază cu frontul de undă la distanţe egale cu lungimea de undă λ. Prin suprafeţele de undă plane, densitatea de energie rămâne constantă dacă mediul este considerat nedisipativ şi omogen. Energia emisă de sursă într-o perioadă este cuprinsă între două suprafeţe de undă consecutive distanţate cu o lungime de undă λ. Direcţia de propagare a undei plane este normală pe suprafeţele de undă (vezi 9).

Ecuaţia undei plane

Scriem ecuaţia elongaţiei mişcării oscilatorii pentru punctele din sursa undelor plane, $y_s = A\sin\omega t$, şi pentru alte puncte situate la distanţa x faţă de sursă, care vor începe să oscileze mai târziu, $y_p = A\sin\omega t'$, unde t şi t' sunt timpii cronometraţi, de doi observatori imaginari, din momentul începerii oscilaţiilor din poziţia de repaus ($y_0 = 0$).

Perturbaţia s-a propagat, cu viteza $V_{fază}$, în intervalul de timp:

$$\Delta t = t - t' = \frac{x}{V}, \text{ deci } t' = t - \frac{x}{V}.$$

Relaţia spaţio-temporală care descrie mişcarea punctului perturbat de undă, în funcţie de timpul de oscilaţie al sursei considerate, este:

$$u(x,t) = y_p = A\sin\omega\left(t - \frac{x}{V}\right) = A\sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{VT}\right);$$

$$u(x,t) = A\sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right), \text{ unde } \lambda = VT, \ \omega = \frac{2\pi}{T}.$$

Această expresie care descrie propagarea stării de mişcare într-un mediu elastic este numită **ecuaţia undei plane**, deoarece suprafeţele de undă sunt plane.

Ecuaţia undei plane descrie:

• *periodicitatea mişcării în spaţiu;*

Două puncte de pe direcţia propagării undei, de coordonate x_1 şi x_2, vor oscila în fază dacă ating simultan valorile maxime, minime sau nule, adică argumentele funcţiei sinus diferă prin $2n\pi$ pentru un moment de timp t, deci dacă:

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} = 2n\pi \Rightarrow \Delta x = n\lambda.$$

Rezultă că punctele care oscilează în fază sunt depărtate printr-un multipu întreg de lungimi de undă (vezi 10).

• *periodicitatea mişcării în spaţiu şi timp.*

Valorile elongaţiei se repetă periodic în timp la momentele $t + nT$, în orice punct situat la distanţa x de sursă, pus în oscilaţie de o **undă plană progresivă:**

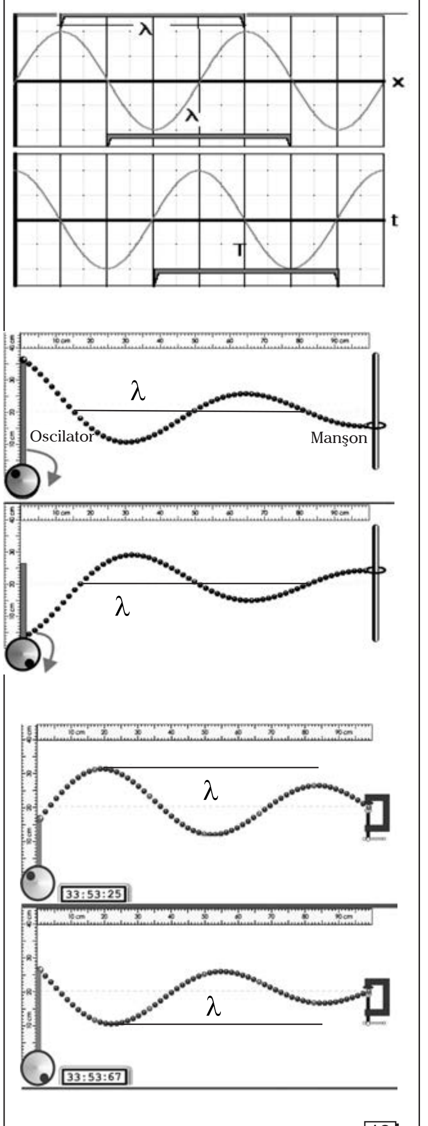
$$u = A\sin\left[\omega(t + nT) - 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda}\right] = A\sin\left(\omega t - \frac{2\pi x}{\lambda}\right) = A\sin(\omega t - \varphi_0),$$

deoarece $\omega nT = \frac{2\pi}{T} \cdot nT = 2n\pi$,

unde $\varphi_0 = 2\pi \cdot \frac{x}{\lambda}$ are semnificaţia unei faze iniţiale.

Din relaţiile trigonometrice, rezultă că mişcarea se repetă periodic. Notăm $K = \frac{2\pi}{\lambda}$ (număr de undă) şi scriem ecuaţia undei plane sub forma:

$$u = A\sin(\omega t - Kx).$$

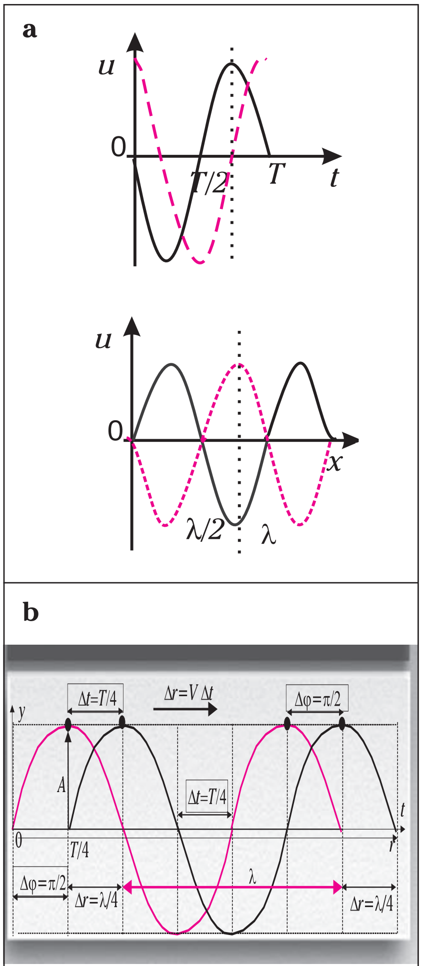


10

Punctele care oscilează în fază au simultan valorile maxime, minime sau nule și sunt depărtate printr-un multiplu întreg de lungimi de undă și într-un mediu disipativ. Ecuația undei pentru propagarea perturbației într-un mediu disipativ se scrie:

$$u = A_0 e^{-\alpha t}\sin\left(\omega t - 2\pi\frac{x}{\lambda}\right),$$

unde A_0 – amplitudinea inițială; α – coeficientul de atenuare, care depinde de natura mediului și de frecvența undelor.



11

Probleme rezolvate

1. Ce defazaje corespund unui sfert de perioadă într-un punct şi, respectiv, unei semiunde între două puncte la un moment dat (vezi 11 **a**)? Pentru frecvenţa ν = 1 000 Hz, ce valoare are lungimea de undă a sunetului care se propagă în aer cu viteza de 340 m/s?

Rezolvare:

Defazajele corespunzătoare sunt $\Delta\varphi = \frac{\pi}{4}$ şi, respectiv, $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$. Lungimea de undă este $\lambda = \frac{V}{\nu} = 0{,}34\,\text{m}$.

2. Propagarea undelor este însoţită de un transfer de energie. Exprimă energia de oscilaţie W pentru cele N particule din volumul paralelipipedic $Vol = Sl = SVt$ şi intensitatea $I = \frac{W}{St}$ pe direcţia de propagare a undei.

Rezolvare:

Energia de oscilaţie a fiecărei particule de masă m_1 este:

$$W_1 = m_1\omega^2A^2/2,$$

iar pentru toate cele N particule din volumul Vol considerat este:

$$W = M\omega^2A^2/2,$$

unde $M = Nm_1$ şi $\rho = \frac{m}{Vol}$.

Amplificăm fracţia cu V/V şi obţinem:

$$I = \frac{VW}{SVt} = \frac{VW}{Vol},$$

deci $I = \frac{M\omega^2A^2V}{2Vol} = \frac{1}{2}\rho\omega^2A^2V$.

3. Considerăm ecuaţiile a două unde plane de aceeaşi frecvenţă:

$y_1 = A_1\sin\left(\omega t - 2\pi\cdot\frac{r_1}{\lambda}\right)$ şi $y_2 = A_2\sin\left(\omega t - 2\pi\cdot\frac{r_2}{\lambda}\right)$. Dacă diferenţa de drum este $\Delta r = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$, ce valoare are diferenţa de fază, $\Delta\varphi$?

Rezolvare:

Deoarece diferenţa de drum Δr este direct proporţională cu diferenţa de fază $\Delta\varphi$, conform relaţiei $\Delta\varphi = 2\pi\frac{\Delta r}{\lambda}$, înlocuim şi obţinem $\Delta\varphi = \frac{(2n+1)\pi}{2}$.

Dacă $r = \frac{\lambda}{4}$, atunci $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$ (vezi 11 **b**).

***Probleme cu grad ridicat de dificultate** (pentru curioşi)*

1. O perturbaţie transversală produsă într-o coardă elastică parcurge mici porţiuni, de lungime Δl, cu viteza V_{transv}. Masa porţiunii Δl este $m = \mu\Delta l$, unde $\mu = \rho_{liniară}$ este densitatea liniară a corzii. Găseşte expresia vitezei de propagare a undelor elastice transversale.

Rezolvare:

Să presupunem o coardă de densitate liniară ρ_l supusă unei tensiuni F. Să mai presupunem că asupra corzii acţionează o forţă constantă F_y', aplicată transversal în capătul din stânga (vezi 12).

După un timp t, toate punctele aflate în stânga punctului P se mişcă cu viteza v', în timp ce punctele aflate la dreapta sunt încă în repaus. Perturbaţia se propagă cu viteza v_{tr} către porţiunea aflată în repaus. Din asemănarea triunghiurilor, rezultă: $\frac{F_y'}{F} = \frac{v'}{V_{transv}}$.

Impulsul forţei transversale este: $F_y' t = F \cdot \frac{v'}{V_{transv}} \cdot t$, iar masa porţiunii liniare în mişcare este $m = \rho_l V_{tr} t$.

Aplicăm teorema impulsului: $F \cdot \frac{v'}{V_{transv}} \cdot t = \rho_l V_{transv} t v'$.

Rezultă $V_{transv} = \sqrt{F/\rho_l}$, unde $\rho_l = \mu$.

2. Considerăm că asupra unei porţiuni de lungime l şi arie S dintr-un corp solid elastic cu densitatea volumică ρ_0, acţionează o forţă exterioară F, într-un interval de timp Δt. Efortul unitar F/S este proporţional cu deformaţia relativă $\Delta l/l$ suferită, unde $\frac{F}{S} = E \cdot \frac{\Delta l}{l}$, iar E este modulul de elasticitate Young. Găseşte expresia vitezei de propagare a undelor elastice longitudinale.

Rezolvare:

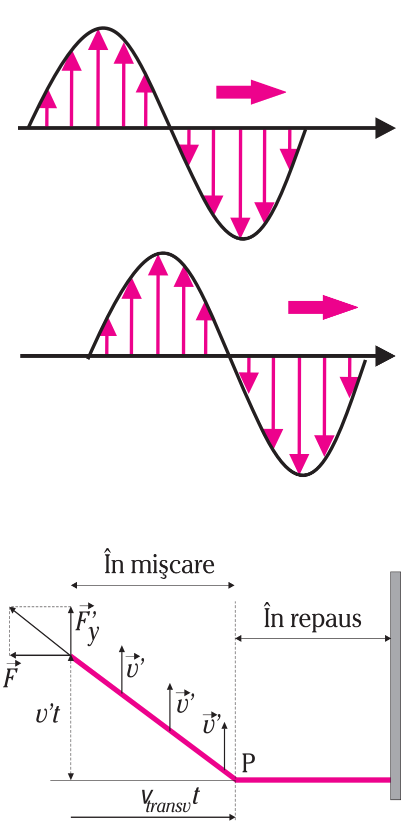
Deoarece $\Delta l = v\Delta t$, unde v este viteza de oscilaţie a unui element de volum în jurul unei poziţii de echilibru, iar $l = V_{long}\Delta t$, unde V_{long} este viteza longitudinală de propagare a perturbaţiei din aproape în aproape, rezultă

$$F = ES\Delta l/l = ESv/V_{long}.$$

Ştim că $m = \rho_0 V = \rho_0 S l$, iar $F\Delta t = mv$, deci $\rho_0 S l v/\Delta t = ESv/V_{long}$, unde ρ_0 este densitatea volumică.

Făcând înlocuirea $l/\Delta t = V_{long}$, obţinem $\rho_0 S v V_{long} = ESv/V_{long}$. Rezultă viteza de propagare longitudinală a perturbaţiei:

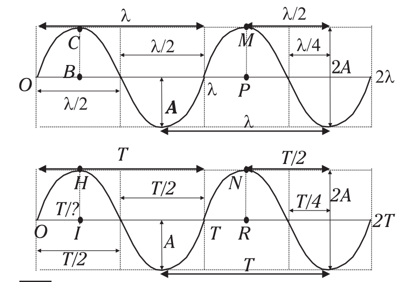
$$V_{long} = \sqrt{E/\rho_0}\ .$$



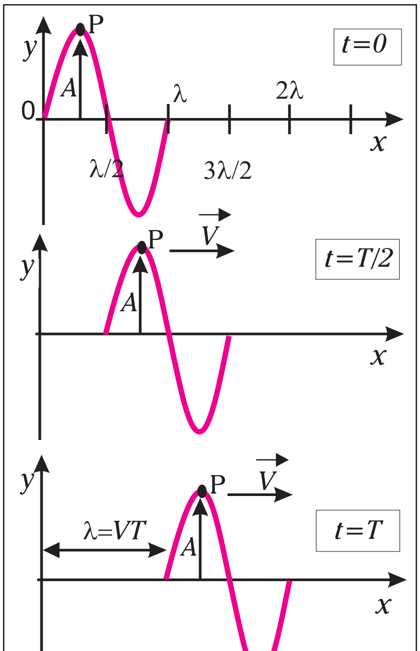
12

Reține formulele pentru calcularea vitezelor de propagare a undelor elastice:

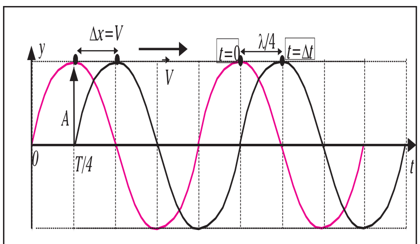
- transversale: $V_{transv} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$;
- longitudinale: $V_{long} = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$.



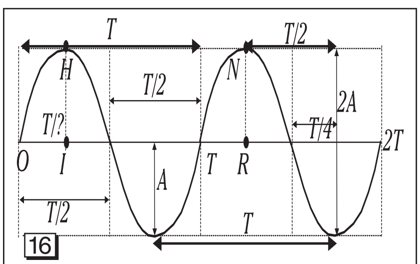
13



14



15



16

Teste pentru autoevaluare

*Testul 1

Alege litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Amplitudinea undei (vezi 13) este egală cu distanţa dintre punctele:
   a) O şi B; b) B şi C; c) O şi P; d) C şi M.
2. Lungimea de undă este egală cu distanţa dintre punctele:
   a) O şi B; b) B şi C; c) O şi P; d) C şi M.
3. Găseşte expresia corectă a ecuaţiei undei plane într-un mediu omogen şi izotrop:
   a) $y = A \sin 2(t/T + x/v)$; b) $y = A \sin 2(t/T - x/v)$;
   c) $y = A \sin 2\pi(t/T - x/\lambda)$; d) $y = A \sin(2/T - 2x/v)$.
4. Două surse oscilează într-un mediu elastic conform ecuaţiilor: $y_1 = 10\sin 100\pi t$ [mm] şi $y_2 = 2{,}5\sin 100\pi t$ [mm]. Să se determine amplitudinea oscilaţiei rezultante într-un punct în care diferenţa între drumul parcurs de cele două unde este $\Delta x = 10$ m, dacă viteza de propagare a undelor este $V = 500$ m/s.
5. Limitele frecvenţelor sunetelor detectate de urechea umană sunt cuprinse între 20 Hz şi 20 000 Hz. Care sunt limitele lungimilor de undă, dacă $V = 340$ m/s?
6. O coardă cu diametrul $d = 4$ mm este întinsă cu o forţă $F = 200$ N. Calculează viteza de propagare a undelor transversale produse în coardă cu densitatea $\rho = 800$ kg/m^3.

Răspunsuri:

1. b. **2.** d. **3.** c. **4.** A = 12,5 mm. **5.** $\lambda_{min} = 17$ mm; $\lambda_{max} = 17$ m. **6.** $V_{tr} = 44{,}6$ m/s.

Testul 2

1. În lungul unui fir, se propagă o undă transversală cu viteza $V = 100$ m/s. Dacă amplitudinea oscilaţiilor este $A = 1$ cm şi frecvenţa $\nu = 500$ Hz, să se determine diferenţa de fază dintre două puncte ale firului situate la distanţele $\Delta x = 0{,}1$ m şi, respectiv, $\Delta x = \lambda$ (vezi 14).
2. Dacă o coardă vibrează cu o anumită frecvenţă, de câte ori trebuie mărită tensiunea din coardă ca aceasta să vibreze cu frecvenţă dublă pentru aceeaşi lungime de undă?
3. Ce valori au mărimile Δt şi Δx din reprezentarea grafică din figura 15?
4. Amplitudinea undei din figura 16 este egală cu distanţa dintre punctele:
   a) O şi I; b) I şi H; c) O şi R; d) I şi R.
5. Perioada undei din figura 16 este egală cu distanţa dintre punctele:
   a) O şi I; b) I şi H; c) O şi R; d) I şi R.

Răspunsuri:

1. $\Delta\varphi = \pi, 2\pi$. **2.** $F_2 = 4F_1$. **3.** $\Delta t = T/4$; $\Delta x = \lambda/4$. **4.** b. **5.** d.

1.3.3. Reflexia şi refracţia undelor mecanice

Ecoul este unda sonoră care, reflectată pe o suprafaţă, ajunge într-un punct unde poate fi percepută distinct faţă de unda directă după un interval de timp $\Delta t \geq 0{,}1\,\text{s}$.

Pe suprafaţa plană a apei se propagă perturbaţii circulare (unde circulare de natură neelastică) şi după ce piatra care a produs perturbaţia iniţială intră în apă. Fizicianul olandez Cristian Huygens (1629-1695) a tras concluzia că perturbaţia iniţială pe care o produce piatra pe suprafaţa apei este cauza formării undelor care se propagă la distanţă.

La suprafaţa de separare dintre două medii cu proprietăţi elastice diferite se produce schimbarea direcţiei de propagare a undei, o parte a energiei întorcându-se prin reflexie în mediul din care provine perturbaţia, cealaltă parte a energiei (partea transmisă) trecând în celălalt mediu prin refracţie.

Experimental, se constată că la capătul unei corzi sau al unui resort prins lejer pe o tijă printr-un inel, ultimul oscilator oscilează ca şi cele precedente, astfel că după reflexia perturbaţiei acestea sunt deviate iarăşi în acelaşi sens (vezi 17**a**). În acest caz, spunem că perturbaţia este reflectată cu aceeaşi fază.

Dacă se fixează capătul de un mediu mai rigid, ultimul oscilator nu poate participa la mişcare şi, după reflexie, celelalte oscilatoare încep să oscileze prin faţa celui fix în sens contrar. Deci, la capătul fix perturbaţia suferă un salt de fază de π radiani. Această reflexie se mai numeşte şi **reflexie cu pierdere de semiundă**, adică de $\lambda/2$ (vezi 17**b**).

Se poate face un studiu experimental pe modelul resortului elastic.

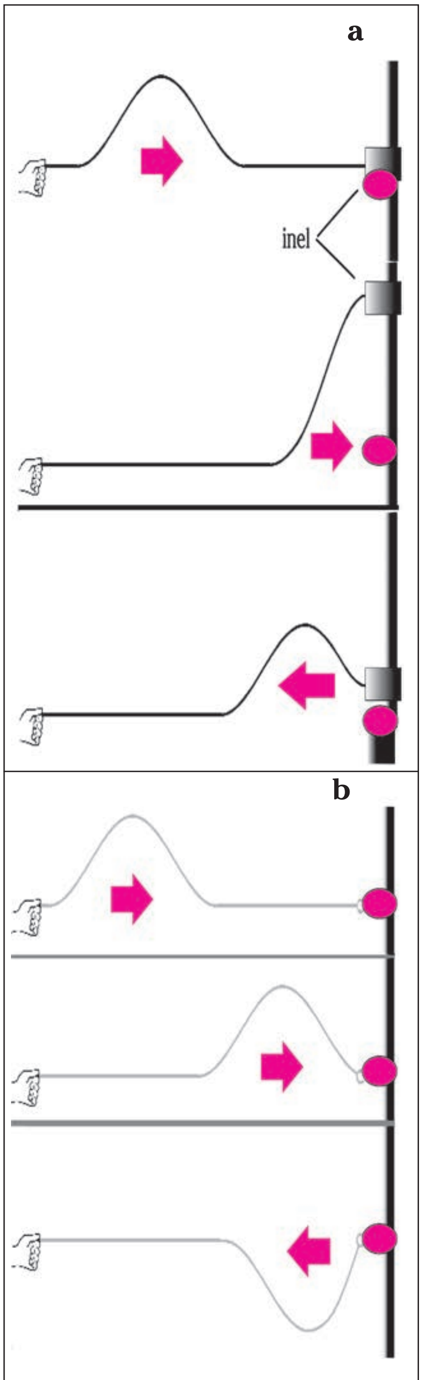
Undele sonore care se propagă prin atmosferă suferă refracţii datorită faptului că străbat straturi ale mediului în care viteza sunetului variază odată cu temperatura şi cu presiunea aerului din atmosferă.

Reţine!

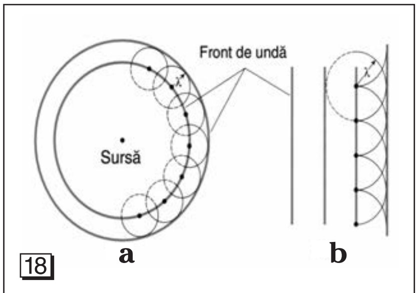
Reflexia cu pierdere de semiundă şi cu schimbare de fază cu π radiani are loc la suprafaţa de separare dintre un mediu elastic şi un mediu mai rigid.

Principiul lui Huygens

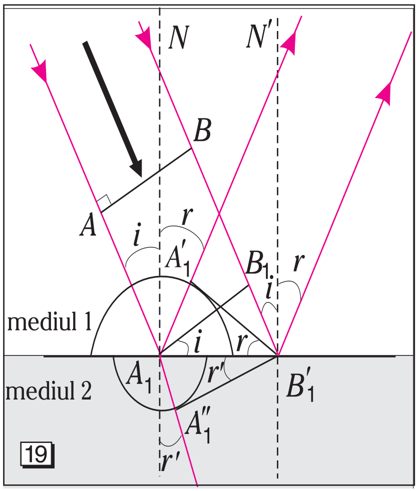
Fiecare punct dintr-un front de undă poate fi considerat sursa undelor sferice secundare care se propagă în toate direcţiile cu viteza V_f de propagare a fazei undelor în mediul considerat.



17



18



19

Legile reflexiei

- ☑ Raza incidentă, raza reflectată și normala pe suprafața de separare a celor două medii, în punctul de incidență, sunt coplanare.
- ☑ Unghiul de incidență, format de raza incidentă cu normala, este egal cu unghiul de reflexie, format de raza reflectată cu normala $\hat{i} = \hat{r}$.

Legile refracției

- ☑ Raza incidentă, raza refractată și normala la suprafața de separare dintre cele două medii sunt coplanare.
- ☑ Raportul dintre sinusul unghiului de incidență (dintre raza incidentă și normală) și sinusul unghiului de refracție (dintre raza refractată și normală) este egal cu raportul vitezelor de propagare a luminii în mediul 1 și în mediul 2, adică:

$$\frac{\sin i}{\sin r} = \frac{V_1}{V_2}.$$

La orice moment ulterior, noul front de undă, se obţine prin construirea înfăşurătoarei fronturilor undelor secundare, adică a suprafeţei tangente la undele secundare construite (vezi 18). Punctele care intră în oscilaţie devin surse ale unor unde elementare (sferice în spaţiu şi, respectiv, circulare în plan), de rază $r = V_f t$. Vom nota viteza de fază cu $V_f = V$.

Legile reflexiei şi refracţiei undelor

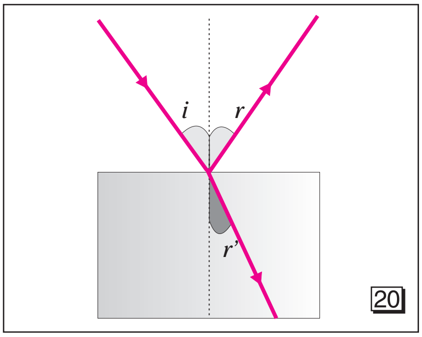
Să găsim legile reflexiei şi refracţiei considerând frontul AB al unei unde plane (vezi 19). Direcţia de propagare, perpendiculară pe frontul de undă, formează cu normala la suprafaţa de separare dintre cele două medii unghiul de incidenţă $\hat{i}$. Vitezele de propagare în cele două medii elastice sunt V_1 şi, respectiv, V_2.

Atunci când o extremitate a frontului de undă ajunge la suprafaţa de separare dintre cele două medii elastice în punctul A_1, conform principiului lui Huygens, acesta devine centru de oscilaţie şi sursă a unor noi unde elementare sferice în spaţiu şi, respectiv, circulare în planul reprezentat. Până când extremitatea cealaltă a frontului de undă ajunge la limita B'_1 dintre cele două medii, undele circulare, având ca sursă de perturbaţie punctul A_1, vor avea o dezvoltare de rază $R_1 = V_1 t$ în primul mediu, corespunzătoare timpului de propagare a perturbaţiei din B_1 în B'_1 şi, respectiv, $R_2 = V_2 t$ în cel de-al doilea mediu.

Ducând înfăşurătoarele la undele elementare din cele două medii, vom obţine frontul undei reflectate, $A'_1B'_1$, respectiv frontul undei refractate $A''_1B'_1$. Direcţia de propagare după reflexie, reprezentată de raza reflectată, este perpendiculară pe frontul undei plane reflectate $A'_1B'_1$. Analog, raza refractată este perpendiculară pe frontul undei refractate.

Din congruenţa triunghiurilor dreptunghice $A_1A'_1B'_1$ şi $A_1B_1B'_1$ ($A_1B'_1$ latură comună şi $A_1A'_1 = B_1B'_1 = V_1 t$), rezultă congruenţa unghiurilor $\sphericalangle A'_1A_1B'_1$ (complementar unghiului de reflexie $\hat{r}$) şi $\sphericalangle B_1B'_1A_1$ (complementar unghiului de incidenţă $\hat{i}$), deci unghiul de incidenţă este congruent cu cel de reflexie ($\hat{i} = \hat{r}$).

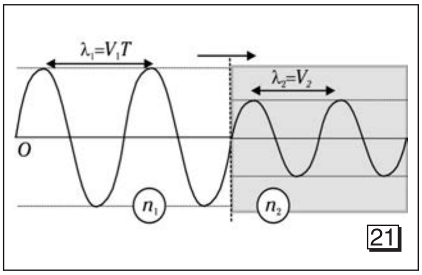
Unghiurile $\sphericalangle B_1A_1B_1'$ şi $\sphericalangle A_1'B_1'A_1$ sunt congruente cu unghiul de incidenţă, având laturile perpendiculare, deci: $\sin r = \sin i = \dfrac{A_1A_1'}{A_1B_1'}$. Analog, unghiul $\sphericalangle A_1B_1'A_1''$ este congruent cu unghiul de refracţie $\hat{r}'$, deoarece au laturile respectiv perpendiculare, deci $\sin r' = \dfrac{A_1A_1''}{A_1B_1'}$.



20

Din raportul celor două relaţii obţinem **legea refracţiei**:

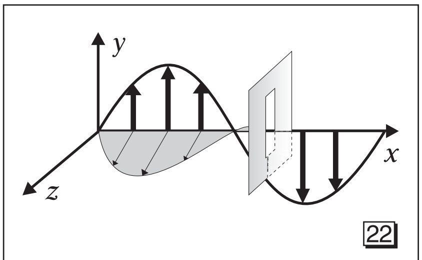
$$\frac{\sin i}{\sin r'} = \frac{A_1A_1'}{A_1A_1''} = \frac{V_1 t}{V_2 t} = \frac{V_1}{V_2} = n_{21}.$$



21

Raportul $\dfrac{V_1}{V_2} = n_{21}$ se numeşte **indicele de refracţie al mediului 2 faţă de mediul 1**.

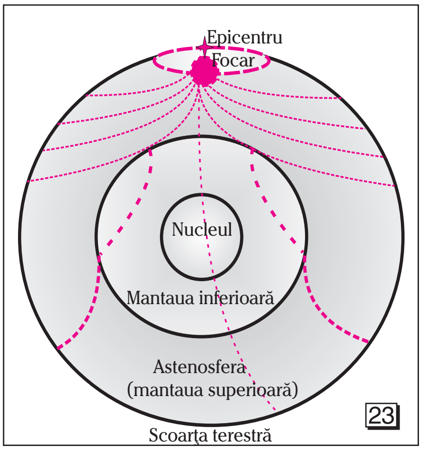
Dacă unda trece într-un mediu în care viteza de propagare este mai mare decât în primul mediu, atunci unghiul de refracţie poate avea valoarea maximă de 90° pentru o anumită valoare a unghiului de incidenţă, numit unghi limită. Pentru unghiuri de incidenţă mai mari decât unghiul limită, undele nu mai pătrund în al doilea mediu şi spunem că se produce fenomenul de **reflexie totală**.



22

Raza (direcţia de propagare a) undei incidente este coplanară cu raza undei reflectate şi cu raza refractată (vezi 20). *Prin reflexie şi refracţie nu se modifică perioada, frecvenţa sau pulsaţia. Prin refracţie se modifică lungimea de undă, deoarece viteza de propagare a undelor este diferită în cele două medii, chiar şi la incidenţă normală* (vezi 21).

Undele transversale dintr-o coardă sunt polarizabile, adică pot trece parţial sau total printr-o fantă dreptunghiulară (vezi 22). Componenta perpendiculară pe direcţia fantei se reflectă, iar componenta paralelă cu fanta va trece. Undele longitudinale nu se polarizează.



23

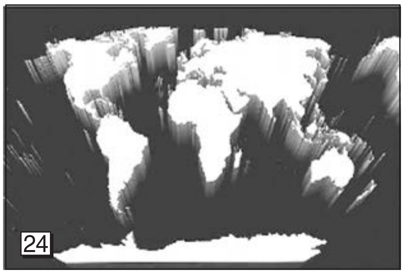
Reflexia şi absorbţia sunetelor are importanţă în sălile de spectacol. Hainele şi draperiile pufoase absorb sunetele înainte de a fi reflectate de pereţii unei săli de spectacole.

La suprafeţele de discontinuitate dintre diferite straturi, cu proprietăţi diferite, se produc fenomene de reflexie şi refracţie a undelor seismice (vezi 23).

Reţine expresia legii refracţiei:

$$\frac{\sin i}{\sin r'} = \frac{A_1A_1'}{A_1A_1''} = \frac{V_1 t}{V_2 t} = \frac{V_1}{V_2} = n_{21} \ sau \ \frac{\sin i}{\sin r'} = \frac{V_1}{V_2}.$$

1.3.4. Unde seismice



24

Scoarța Pământului este formată din 6 macroplăci

Seismologia se ocupă cu studiul cutremurelor şi al undelor care se propagă prin Pământ. Cutremurele pot avea cauze interne (vulcanice, tectonice) sau, mai rar, cauze externe (meteoriţi, comete). Cercetările au pus în evidenţă o deplasare a plăcilor scoarţei terestre cu viteze de 4-12 cm/an (vezi 24).

Fenomenul seismic are un caracter natural.

Conform teoriei tectonicii plăcilor, multe dintre cutremure se produc în zonele de contact între două plăci, dintre care una subduce (intră sub cealaltă). Deformarea plăcilor litosferice provoacă tensiuni care se acumulează până la limita de fracturare a rocilor (vezi 25). Poţi modela mişcarea plăcilor tectonice şi tensionarea lor prin mişcarea relativă a mâinilor uscate şi degresate, una faţă de cealaltă.

Materia din astenosferă se mişcă în celule de convecţie. Mişcările seismice din România sunt provocate de plăcile eurasice şi de microplaca Mării Negre, care tinde să ajungă în astenosferă pe sub rădăcinile Carpaţilor.

Datorită rezistenţei opuse la înaintarea relativă, se acumulează energie până când este eliberată în condiţiile producerii unui seism (ruptură bruscă majoră când tensiunea mecanică depăşeşte frecarea dintre două flancuri, se produce un şoc iniţial, urmat de fragmentări).

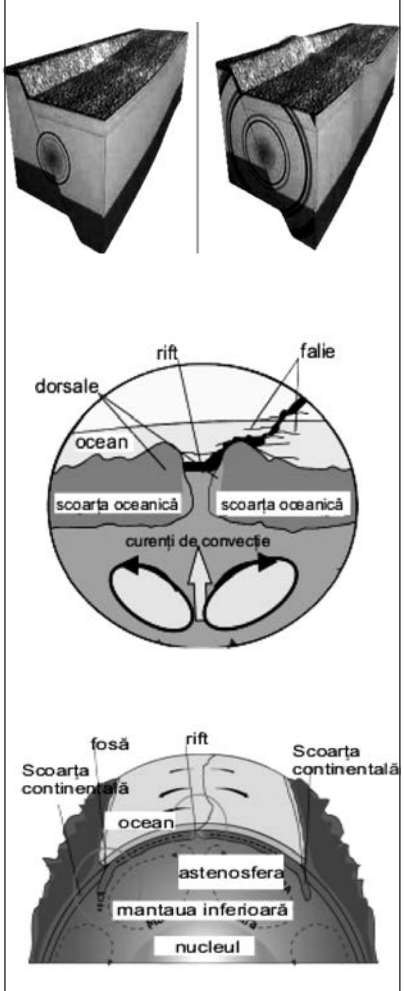
Fracturile provoacă modificări bruşte ale tensiunilor în locul de fracturare, numit **focar**.

Undele elastice generate în focarele seismice se propagă prin Pământ în toate direcţiile (evident, nu la fel).

Proiecţia zonei focarului, situat la adâncimi de 5-700 km, pe suprafaţa terestră delimitează **zona epicentrală**. Efectele distructive la suprafaţa solului apar până la zeci de kilometri, în funcţie de energia eliberată în focar.

Amplitudinile deplasărilor şi acceleraţiile au valori mai mari în straturi afânate, cu pietriş (cu coeziune slabă), în straturi nispoase sau mâloase, faţă de straturile cu roci tari (calcare, gresii), deci şi riscul de distrugeri este mai mare în primul caz.

După frecvenţă şi intensitate, se deosebesc: ***cutremure policinetice***, caracterizate printr-o zguduire principală (şoc) şi o serie de replici; ***cutremure monocinetice***, caracterizate de şocuri slabe precursoare şi un singur şoc principal, în care este eliberată o energie foarte mare. Focarele preşocurilor şi postşocurilor nu coincid cu focarul şocului principal.



25

Seismele continentale se produc în zonele vulcanice active şi la contactul dintre plăcile litosferei, iar cele marine se produc la contactul dintre plăcile oceanice şi pot provoca valuri uriaşe, numite „tsunami“ (vezi 26).

Într-un mediu elastic se produc unde de volum:

- **longitudinale**, care se propagă cu viteze mari de 7-13 km/s, fiind înregistrate primele pe seismograme, notate prin iniţiala P;
- **transversale**, care se propagă cu viteze mai mici de 4-7 km/s, ajung mai târziu în locul de înregistrare, notate prin iniţiala S; se propagă numai prin solide.

Cele mai înalte frecvenţe ating pragul audibilităţii (20 Hz), iar amplitudinea lor variază între 10^{-10} m şi 10^{-1} m.

Mişcările solului într-o staţie seismică sunt înregistrate de trei seismografe aşezate pe trei direcţii, care formează un triedru ortogonal, două direcţii în planul orizontal (de obicei nord-sud şi est-vest) şi o direcţie verticală (vezi 27).

Amplitudinea perturbaţiilor înregistrate este obţinută în urma amplificării de către un sistem optic sau mecanic a oscilaţiilor pendulelor seismice, care sunt suspendate de un cadru fixat în solul care oscilează seismic. Pe seismograme se marchează timpul. În lipsa perturbaţiilor seismice, pe hârtia seismogramei, antrenată într-o mişcare uniformă de un sistem de ceasornic, se înregistrează o linie dreaptă sau sinuoasă, cu amplitudini foarte mici, datorită trepidaţiilor locale (microseisme).

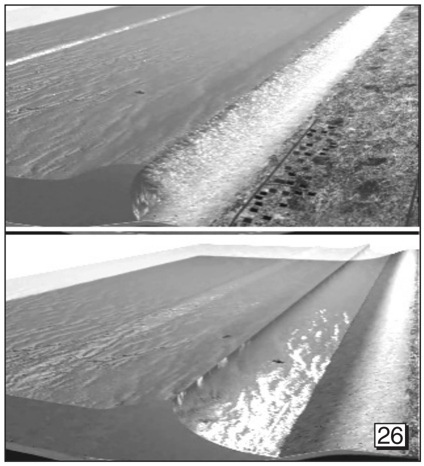
Cutremurele se asociază şi cu fenomene luminoase, zgomote subterane şi procese tectonice. Fenomenele luminoase sunt dependente de variaţia stării de ionizare a aerului, determinate de emisia radioactivă a Pământului în atmosferă şi însoţite de variaţia stării de electrizare între scoarţă şi atmosferă.

Zgomotele se datorează frecărilor şi fisurării rocilor din scoarţă, urmate de reaşezări ale diferitelor straturi.

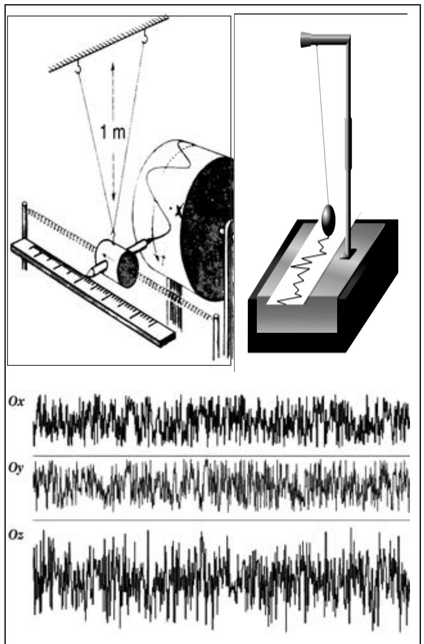
Procesele tectonice se manifestă prin: falieri, decroşări, scufundări sau, eventual, ridicări de teren.

Din interferenţa undelor longitudinale şi transversale, ajunse la suprafaţa Pământului sub un unghi mic faţă de orizontală, se formează undele de suprafaţă, numite **unde lungi**, cu simbolul L. Aceste unde au viteza de aproximativ 3,4 km/s şi se propagă în pătura superficială a scoarţei. La adâncimea de 3 m, intensitatea lor se reduce la 0,3%.

Undele de suprafaţă sunt cu atât mai distrugătoare cu cât este mai mică distanţa epicentrală.



26



27

Cu aparatură adecvată, se pot înregistra, la o amplificare corespunzătoare, deplasările, vitezele sau accelerațiile oscilațiilor clădirilor și solului.

Intensitate macroseismică şi magnitudine

Din focar, propagarea undelor seismice nu se face în linie dreaptă (vezi 28).Un cutremur este cu atât mai puternic cu cât provoacă distrugeri mai mari construcţiilor şi cu cât modifică mai mult relieful natural prin: prăbuşiri de teren, crăpături, modificări ale cursurilor unor râuri sau ale nivelului apelor în fântâni. Pentru descrierea acestor efecte macroseismice şi pentru compararea între ele a cutremurelor, s-a convenit să li se ataşeze un număr, care să caracterizeze gradul de distrugere cauzat de cutremur într-un anumit loc, denumit **intensitate macroseismică** (I). În prezent, se foloseşte scara seismică Mercalli de 12 grade, scară adoptată de majoritatea ţărilor, care foloseşte atât observaţiile vizuale, cât şi înregistrările obiective de tip instrumental, ca elongaţia, viteza, acceleraţia de oscilaţie. Intensitatea macroseismică este dependentă de energia seismului la locul de observaţie. Deoarece aceluiaşi cutremur îi corespund mai multe intensităţi macroseismice, în funcţie de locul de observaţie, se consideră că intensitatea cea mai mare observată descrie cutremurul din punct de vedere energetic. Această intensitate maximă se înregistrează în epicentru numai pentru cutremure cu adâncime mică (5-6 km). Pentru cutremure adânci, maximul de intensitate poate fi la distanţe mari de epicentru, datorită radiaţiei neuniforme de energie din focar, ca la cutremurele vrâncene.

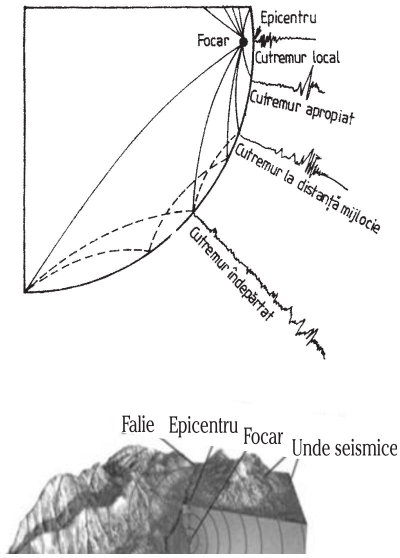
În anul 1949, B. Gutenberg şi C. F. Richter au propus o altă scară, care ţine seama de magnitudine. **Magnitudinea** M (sau impropriu-zis intensitatea Richter) este o mărime calculabilă numai din înregistrări instrumentale şi este definită astfel încât, utilizând înregistrarea oricărei staţii seismice de pe glob, valoarea rezultată să fie aceeaşi.

Magnitudinea este măsura energiei declanşate în focar sub formă de unde seismice, prin relaţia:

$$M = \lg\frac{A}{T} - \lg\frac{A_0}{T_0},$$

unde A — componenta orizontală a amplitudinii maxime a deplasării solului, iar T — perioada sa; iar A_0 şi T_0 au, respectiv, aceleaşi semnificaţii, dar corespund unui cutremur etalon (al scării fizice de măsurare).

Intensitatea macroseismică I depinde de energia din punctul de observaţie, iar magnitudinea M este funcţie de energia din focar, deci nu există o relaţie matematică între ele. Reţinem că în timp ce intensitatea macroseismică variază în limitele I-XII, după scara utilizată în prezent, magnitudinea are ca limită superioară valoarea 9, iar limita inferioară este nedefinită, aceasta depinzând de sensibilitatea seismografelor cu care se fac înregistrările.



28

La suprafețele de discontinuitate dintre diferite straturi, cu proprietăți diferite, se produc fenomene de reflexie și refracție a undelor, apărând mai multe modalități de propagare și, corespunzător, mai multe momente de timp ale înregistrării undelor la diferite stații seismice.

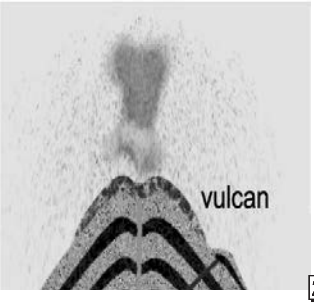
Vitezele de propagare ale undelor cresc cu adâncimea, datorită modificărilor de presiune, densitate și elasticitate, deci traiectoriile undelor sunt curbe cu concavitatea spre suprafața terestră.

Din epicentru se propagă, uneori, unde superficiale vizibile, numite și unde grele, în care particulele materiale ale solului sunt angajate în deplasări de forma valurilor unui lac (San Francisco).

Măsuri de protecţie şi prevenire în raport cu posibilele efecte ale seismelor

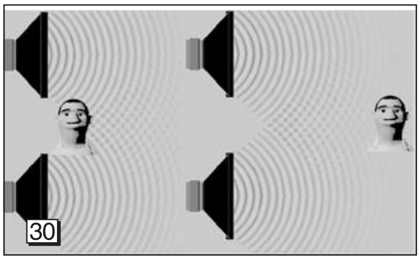
Ce trebuie să ştii şi să faci înainte de producerea unui seism cu efecte majore?	Ce trebuie să faci când se produce un seism puternic?	Ce trebuie să faci după un seism puternic?
Participă la exerciţiile de protecţie antiseismică şi de verificare periodică din localitate. Este util să cunoşti măsurile de protecţie şi prevenire în raport cu posibilele efecte ale seismelor. Consultă broşurile despre protecţia antiseimică în diferite situaţii. Discută cu membrii familiei şi cu prietenii despre protecţia antiseismică. Consultă, în măsura posibilităţilor, un specialist în structuri de rezistenţă. Este util să fie depozitate într-un loc cunoscut, o rezervă specială de alimente, apă, trusă de prim ajutor, lanternă, radio cu baterii.	**Nu** intra în panică, nu părăsi sala de curs sau locuinţa, nu utiliza liftul deoarece durata redusă a fazei seismice iniţiale va face ca faza puternică a mişcării seismice să surprindă grupuri de persoane pe scări, în aglomeraţie şi panică. Stai la podea lângă un perete solid, ghemuit pe genunchi şi coate, cu faţa în jos, la distanţă de ferestre care se pot sparge. Există varianta de a sta sub o grindă, toc de uşă solid, birou, masă sau banca din clasă, dacă sunt suficient de rezistente la căderea obiectelor din apropiere, elemente de zidărie sau tencuială. Închide sursele de foc. Dacă te afli într-un mijloc de transport în comun, ascultă recomandările personalului. Dacă te afli într-un loc public, nu alerga către iesire deoarece îmbulzeala produce mai multe victime decât cutremurul. Deplasează-te calm spre un loc deschis şi sigur, evitând clădirile prea apropiate, deoarece se pot prăbuşi tencuieli, cărămizi, coşuri, geamuri etc.	**Nu** pleca imediat din spaţiul în care te afli. Acordă primul ajutor celor răniţi. Participă la acţiunile de degajare. Dacă uşile şi scările nu pot fi deblocate, bate cu un obiect tare în conducte sau în pereţi pentru comunicarea cu cei din exterior. Nu utiliza telefonul decât pentru apeluri scurte la părinţi, pompieri, salvare, spre a nu bloca circuitele. Ascultă recomandările oficiale ale posturilor de radioteleviziune. Verifică instalaţiile electrice, de gaz şi de apă, dar nu folosi chibrituri sau brichete. Verifică vizual starea construcţiei în interior şi drumul spre ieşire. Pot fi şocuri seismice ulterioare (replici).

Producerea unor cutremure cu magnitudine mică nu epuizează energia acumulată în focar (vezi 29) şi deci nu exclude posibilitatea producerii unui cutremur puternic, asemenea cutremure nefiind supape de eliberare a energiei unui cutremur puternic. Totuşi, nici producerea unui cutremur puternic nu epuizează întreaga energie, astfel încât să nu mai fie posibile cutremure slabe în acea zonă.



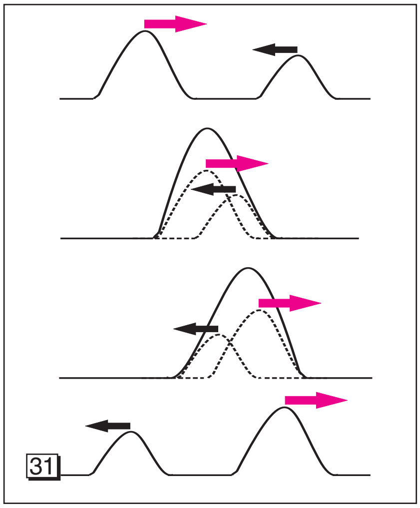
29

1.3.5. Interferenţa undelor mecanice. Unde staţionare


30

Atunci când asculţi muzică, la fiecare ureche pot ajunge sunetele provenite de la două surse sonore (vezi 30). Într-un mediu elastic, se pot propaga în acelaşi timp mai multe unde progresive, provenite de la surse diferite sau de la aceeaşi sursă, direct şi în urma fenomenului de reflexie.

Fenomenul de suprapunere a două sau mai multe unde care ajung într-un punct al mediului elastic poartă numele de **interferenţă**.

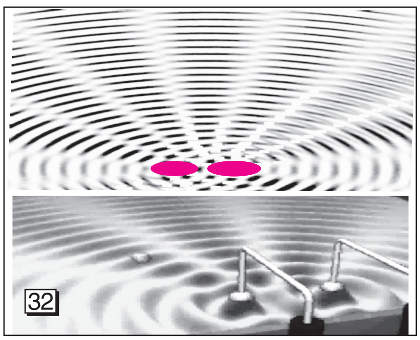

31

Două perturbaţii produse la capetele unui cordon elastic se propagă fiecare, independent de prezenţa celeilalte, dar se compun unde se întâlnesc (vezi 31). Putem considera că fiecare punct material este pus în mişcare de undele care se propagă până în acel punct, iar elongaţiile impuse de fiecare undă în parte se adună vectorial.

Regiunea din spaţiu în care are loc fenomenul de interferenţă se numeşte **câmp de interferenţă**.

Orice câmp de interferenţă este caracterizat prin existenţa unor puncte care oscilează cu amplitudini diferite.

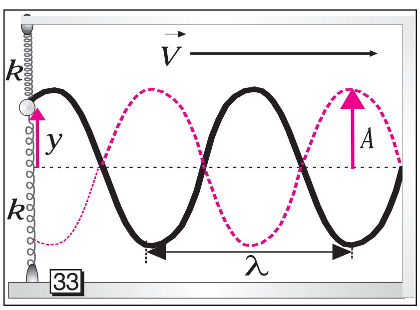
Undele produse pe suprafaţa unui lichid aflat în repaus, de două corpuri care ating periodic acea suprafaţă, interferează constructiv în punctele de amplitudine maximă şi interferează distructiv, în punctele de amplitudine minimă (vezi 32).


32

Interferenţa este staţionară în punctele din câmpul de interferenţă (amplitudinea rămâne constantă în timp) dacă **sursele de unde sunt coerente** (diferenţa de fază se menţine constantă în timp). Noua undă este formată din ventre şi noduri, care nu se deplasează în timp, şi se numeşte **undă staţionară**. Punctele cu amplitudine maximă de oscilaţie se numesc **ventre**, iar cele cu amplitudine minimă, **noduri**.

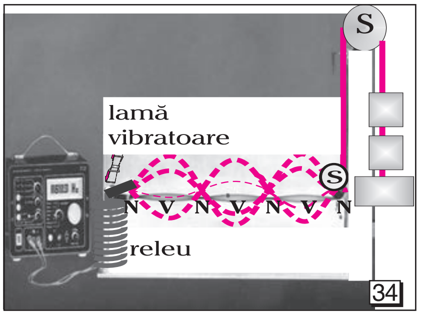
Se pot forma unde staţionare într-un fir elastic, prin excitarea periodică în apropierea mijlocului sau la un capăt al firului.

Poţi construi un simulator pentru interferenţa undei progresive dintr-o coardă cu unda care se reflectă la capătul fixat de un corp rigid, unde se produce reflexie cu pierdere de semiundă (vezi 33).



33

Pentru anumite tensionări şi lungimi, obţinem unde staţionare. Oscilaţiile dintr-o undă staţionară au *amplitudine maximă în ventre* şi, respectiv, *amplitudine minimă în noduri*, deoarece unda reflectată interferează constructiv şi, respectiv, distructiv cu unda incidentă (vezi 34).



34

Aspectul ordonat al oscilațiilor dintr-o undă staționară se obține atunci când frecvența de oscilație a lamei este corelată cu viteza de propagare a undei și cu lungimea firului dintre lamă și scripetele **s** din dreapta. Putem modifica tensiunea în fir prin schimbarea greutății corpurilor atârnate de capătul firului, care este trecut peste scripetele S.

*Analiza calitativă şi cantitativă a fenomenului de interferenţă

Diferenţa de drum Δr este direct proporţională cu diferenţa de fază $\Delta\varphi$, conform relaţiei:

$$\Delta\varphi = 2\pi\Delta r/\lambda.$$

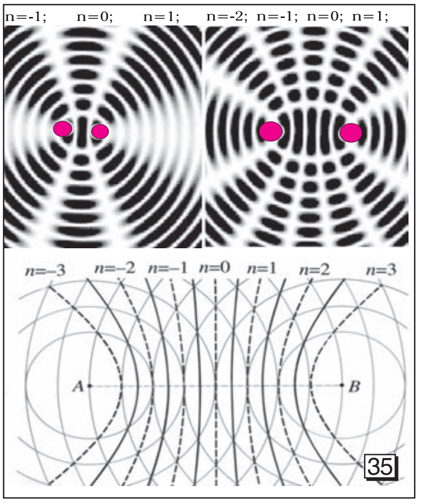
Considerăm ecuaţiile a două unde plane de aceeaşi frecvenţă care interferează:

$$y_1 = A_1 \sin\left(\omega t - 2\pi\frac{r_1}{\lambda}\right) \text{ şi } y_2 = A_2 \sin\left(\omega t - 2\pi\frac{r_2}{\lambda}\right).$$

Amplitudinea rezultantă se obţine din compunerea fazorială, adică din compunerea celor doi vectori amplitudine, A_1 şi A_2, care formează un unghi egal cu diferenţa de fază $\Delta\varphi$:

$$A_{rez} = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi}\text{ , unde } \Delta\varphi = 2\pi\cdot\frac{\Delta r}{\lambda}$$

Deoarece în calculul amplitudinii intervine diferenţa de drum, punctele de amplitudine constantă vor constitui un loc geometric pentru care diferenţa de drum este constantă. În plan, locul geometric este o familie de hiperbole cu focarele în sursele celor două unde (vezi 35). Aceste hiperbole au ca axă de simetrie dreapta care trece prin focare.



35

Hiperbolele punctate corespund punctelor cu amplitudine maximă, iar cele trasate continuu corespund celor cu amplitudine nulă.

Interferenţa este **constructivă** pentru $\cos\Delta\varphi = 1$, deci:

$$A = A_1 + A_2 \text{ (vezi 36).}$$

Interferenţa este **distructivă** pentru $\cos\Delta\varphi = -1$, deci:

$$A = |A_1 - A_2| \text{ şi } A = 0, \text{ dacă } A_1 = A_2.$$

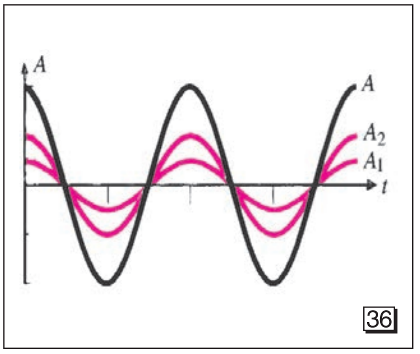
La compunerea a două unde cu frecvenţe sau lungimi de undă egale, amplitudinea este maximă dacă diferenţa de drum este zero sau un multiplu par de semiunde:

$$\Delta r = 2n\cdot\frac{\lambda}{2},$$

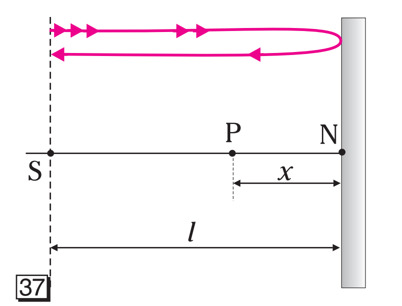
şi minimă dacă diferenţa de drum este un multiplu impar de semiunde:

$$\Delta r = (2n+1)\cdot\frac{\lambda}{2},$$

unde $n = 0, 1, 2, \ldots$.

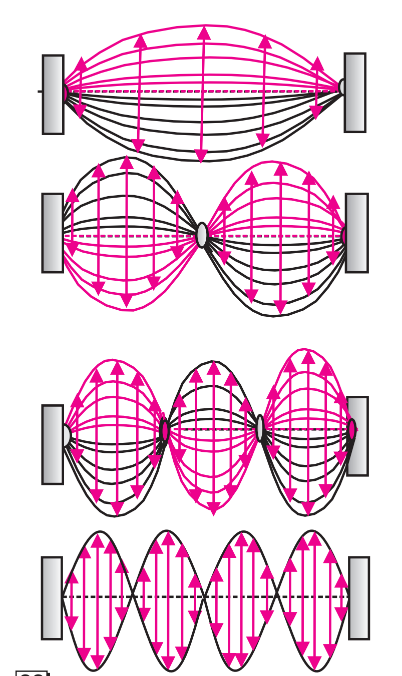


36



37

Notăm cu x distanța de la punctul considerat la suprafața reflectantă a unui obiect rigid, cu $x_1 = l - x$ spațiul parcurs de unda directă progresivă care se propagă de la sursă către acest obstacol, iar cu $x_2 = l + x - \frac{\lambda}{2}$ spațiul parcurs de unda care se reflectă la suprafața de separare a două medii, cu pierdere de semiundă.


38

Într-o undă staționară, toate punctele oscilează cu amplitudini constante în timp, cuprinse între valoarea maximă în ventre și valoarea zero în noduri.

Vrem să realizăm analiza calitativă şi cantitativă a interferenţei care se obţine prin suprapunerea unei unde incidente cu unda reflectată a acesteia (vezi 37). Cele două unde sunt caracterizate de aceeaşi frecvenţă şi au diferenţa de fază constantă, deci satisfac condiţia de coerenţă.

Dacă reflexia are loc pe suprafaţa unui mediu mai dens, aceasta se produce cu pierdere de semiundă sau, echivalent, cu schimbarea fazei cu π radiani.

În cazul reflexiei fără pierdere de semiundă rezultă:

$$x_2 = l + x.$$

În cazul reflexiei cu pierdere de semiundă, diferenţa de drum Δx şi defazajul $\Delta\varphi$ sunt dependente de valoarea distanţei x faţă de locul reflexiei:

$$\Delta x = x_2 - x_1 = l + x - \frac{\lambda}{2} - l + x = 2x - \frac{\lambda}{2};$$

$$\Delta\varphi = 2\pi \cdot \frac{\Delta x}{\lambda} = 2\pi \cdot \frac{2x - \frac{\lambda}{2}}{\lambda}.$$

Amplitudinea prezintă maxime atunci când $\cos\Delta\varphi = 1$, adică atunci când

$$\Delta\varphi = 2n\pi = 2\pi \cdot \frac{2x - \lambda/2}{\lambda},$$

de unde rezultă: $2x - \frac{\lambda}{2} = 2n \cdot \frac{\lambda}{2}$.

Ventrele se formează la distanţele $x = (2n+1)\frac{\lambda}{4}$, cu $n = 0, 1, 2, \ldots$, faţă de obiectul rigid (vezi 38**)**. În ventre, interferenţa este constructivă deoarece diferenţa de drum a undelor este un multiplu par de $\lambda/2$ şi $\Delta\varphi = 2k\pi$. Primul ventru se formează la distanţa $\frac{\lambda}{4}$ faţă de obiectul rigid.

Amplitudinea prezintă minime atunci când $\cos\Delta\varphi = -1$, adică atunci când:

$$\Delta\varphi = (2n+1)\pi = 2\pi \cdot \frac{2x - \lambda/2}{\lambda},$$

de unde rezultă: $2x - \frac{\lambda}{2} = (2n+1)\frac{\lambda}{2}$.

Nodurile se formează la distanţele $x = 2n \cdot \frac{\lambda}{4}$, cu $n = 0$, 1, 2, …, faţă de obstacolul rigid.

Primul nod se formează la suprafaţa de separare dintre cele două medii ($n = 0$).

În cazul reflexiei fără pierdere de semiundă, nodurile se formează în locul ventrelor din cazul anterior şi invers.

*Distribuţia energiei în undele staţionare

Într-o undă staţionară, toate oscilatoarele au amplitudini constante în timp, a căror mărime depinde numai de coordonata x. Distanţa dintre două ventre sau dintre două noduri consecutive este $\frac{\lambda}{2}$, iar dintre un nod şi un ventru consecutiv este $\frac{\lambda}{4}$.

Unda staţionară este rezultatul interferenţei a două unde coerente de amplitudini egale, care se propagă pe aceeaşi direcţie, dar în sensuri opuse. Amplitudinile oscilaţiilor variază de la un oscilator la altul şi se repetă la distanţe egale cu $\lambda/2$.

Energia este localizată în ventrele de oscilaţie. Fiecărei figuri de interferenţă îi corespunde o anumită energie şi distribuire a acesteia.

Studiul propagării perturbaţiilor mecanice prin plăci vibrante (pereţi, planşee) prezintă importanţă în problemele izolării fonice a încăperilor şi în acustica sălilor. Forma arhitectonică şi mobilierul capitonat influenţează calitatea sunetelor recepţionate.

Identificarea în practică a undelor staţionare

Într-un tub de lungime L, închis numai la un capăt, sau într-o coardă cu un capăt liber, pentru formarea undelor staţionare, trebuie satisfăcută condiţia:

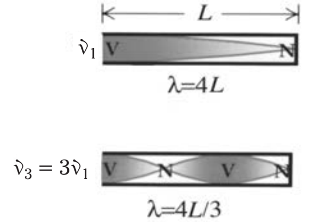
$$L = (2n-1)\cdot\frac{\lambda}{4}.$$

Dar $\lambda = V/\nu$, de unde rezultă frecvenţa armonicelor $\nu_n = (2n-1)V/4L$ (numite impare), $n = 1, 2, 3, \ldots$ sau $\nu_n = (2n-1)\nu_1$, unde $\nu_1 = V/4L$. În acest caz se încadrează unele instrumente de suflet (vezi 39). Primul mod de vibraţie, în lamă sau tub cu un capăt liber, ca la nai, cu formarea unui singur nod şi a unui ventru, corespunde frecvenţei fundamentale pentru $n = 1$, adică $\nu_1 = V/4L$.

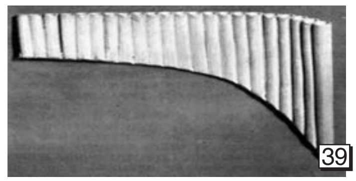
Dacă ambele capete sunt fixe (închise) sau ambele capete sunt libere (deschise), se pune condiţia ca sistemul să genereze un număr par de noduri sau, respectiv, de ventre, adică

$$L = 2n\cdot\frac{\lambda}{4} \text{ (vezi 40).}$$

Analog, folosind relaţia $\lambda = \frac{v}{\nu}$, rezultă că frecvenţa armonicelor este $\nu_n = 2nV/4L$, iar frecvenţa fundamentală corespunzătoare primului mod de vibraţie ($n = 1$) este $\nu_2 = 2\frac{V}{4L} = 2\nu_1$.

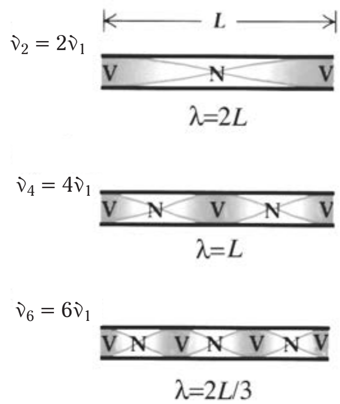


Distanța nod-ventru consecutiv este $\lambda/4$.



39

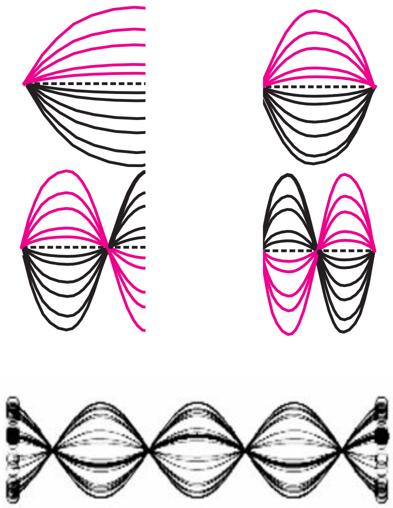
Undele cu anumite frecvențe care formează unde staționare se numesc **armonice**.



40

Coarda prinsă la capete într-un mediu rigid formează noduri în locul ventrelor formate în tubul deschis la capete. La instrumentele cu coarde, se obțin armonicele pare, iar în cazul unor instrumente de suflat se obțin armonicele impare ale frecvenței ν_1.

Experimente pentru studiul interferenţei undelor mecanice în corzi elastice



41

În corzile elastice se formează unde staţionare. Formarea unei unde staţionare într-o coardă depinde de lungimea ei, de frecvenţă (sau lungimea de undă) şi de modul de fixare: cu un capăt liber, cu capete fixe sau capete libere (vezi 41). Faţă de capetele fixe ale coardei, la distanţe egale cu jumătate din lungimea de undă, unda staţionară prezintă puncte în care oscilaţia s-a stins complet (noduri de oscilaţie) şi între ele găsim puncte care oscilează la maximum (ventre de oscilaţie). Coarda prinsă numai la un capăt într-un mediu rigid, unde se formează nod, prezintă ventre la distanţe egale cu $\lambda/4$, ca şi la capătul liber.

Condiţia de formare a undelor staţionare, în acest caz, este ca lungimea L a corzii să fie multiplu impar de $\lambda/4$, adică:

$$L = (2n - 1)\lambda/4, \text{ unde } n = 1, 2, 3, \ldots .$$

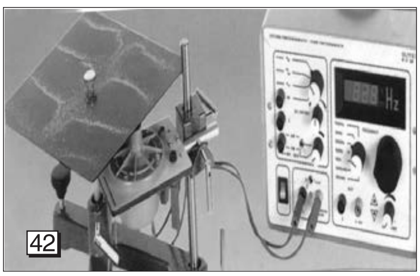
Amplitudinea rezultantă nu depinde de timp; punctele de pe coardă trec în aceleaşi momente de timp prin poziţia de repaus şi ating tot simultan elongaţiile lor maxime, cu toate că sunt amplitudini diferite de la punct la punct.

Un **mod de vibraţie** al unei surse sonore reprezintă distribuţia ventrelor şi nodurilor undelor staţionare formate. Frecvenţa cea mai joasă se numeşte **fundamentală**, iar celelalte frecvenţe se numesc **armonice**. Acestea depind de lungimea corzii.

Verifică experimental!
Corzile scurte emit sunete înalte, iar cele lungi emit sunete mai joase. Frecvențele de oscilație și înălțimile sunetelor produse sunt mai mari la lungimi mai mici. Intensitatea sunetelor este maximă când frecvența oscilațiilor devine egală cu frecvența de excitație (la rezonanță).

ⓘ Unde staţionare se obţin şi în alte sisteme (bidimensionale, tridimensionale) ca plăci, membrane elastice etc. Vizualizarea stării de vibraţie a unei plăci elastice se poate realiza presărând o pulbere fină (nisip, licopodiu etc.) pe suprafaţa acesteia (vezi 42).

În timpul vibraţiei, pulberea se va aduna în punctele care rămân în repaus, deci se va aranja după liniile sau suprafeţele nodale, vizualizate astfel prima dată de fizicianul Ernst Chladni (1756-1827). Forma acestor figuri depinde de materialul din care este confecţionată placa, de forma ei şi, în mod esenţial, de zona de excitare, respectiv de punctul unde este fixată, deoarece în punctul de excitare ia naştere întotdeauna un ventru, iar în punctul de fixare un nod.



42

Reţine!

Într-un tub de lungime L, închis numai la un capăt, sau într-o coardă cu un capăt liber se formează unde staţionare, numite **armonice**, cu frecvenţele exprimate prin relaţia:

$$\nu_n = (2n-1)\frac{V}{4L}.$$

Dacă ambele capete sunt fixe (închise) sau sunt libere (deschise), atunci frecvenţele sunt: $\nu_n = 2n\frac{V}{4L}$.

Experimente pentru studiul funcţionării unor instrumente muzicale cu coarde şi de suflat

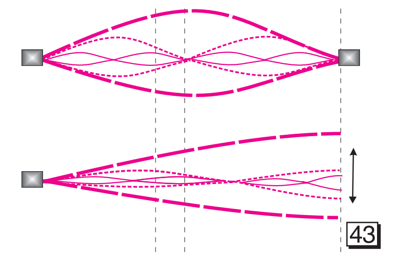
Înălţimea sunetelor depinde de frecvenţa lor. Urechea umană sesizează spectrul frecvenţelor cuprins între 16 Hz şi 16 000 Hz Sunetele cu frecvenţe mai mici decât 16 Hz se numesc **infrasunete**, iar cele cu frecvenţe peste 16 000 Hz, **ultrasunete**.

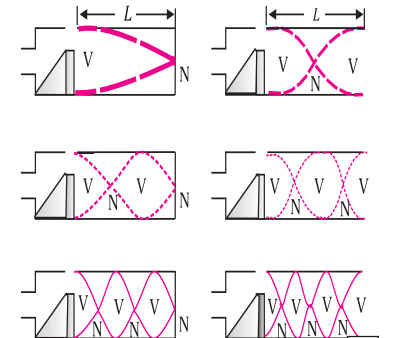
Investigare experimentală

Pe o placă de lemn, prinde 2-3 corzi din materiale diferite, de grosimi diferite, de capetele unor şuruburi sau cuie (vezi 43). Întinde firele mai mult sau mai puţin, prin răsucirea şuruburilor sau prin înfăşurarea firelor pe acestea, loveşte-le uşor şi ascultă sunetele. Apasă cu un deget în diferite puncte ale coardei, loveşte una dintre părţile coardei şi compară sunetele cu cele produse de coarda întreagă. Încearcă să acordezi două corzi la aceeaşi frecvenţă. Depinde sunetul de lungimea, grosimea şi întinderea firului? Firele pot fi întinse sub acţiunea unor greutăţi atârnate la un capăt al fiecărei coarde trecute peste placa de lemn. Încearcă să scoţi sunete de diverse frecvenţe şi intensităţi suflând într-un tub cilindric de lemn sau metal, închis sau deschis (vezi 44). Prin închiderea/deschiderea orificiilor se modifică lungimea coloanei de aer care oscilează.

ⓘ **Cutia (cavitatea) rezonantă** întăreşte sunetele cu frecvenţele de vibraţie ale corzilor egale cu cele ale armonicelor coloanelor de aer din interiorul cutiei. Aceeaşi notă muzicală produsă de diferite instrumente are aceeaşi frecvenţă fundamentală ν_1, dar un număr diferit de armonice (tonuri) şi intensităţi diferite. Din combinarea unui număr de armonice, care au frecvenţele egale cu un multiplu întreg al celei fundamentale, de intensităţi diferite, rezultă sunete cu o calitate proprie care reprezintă timbrul. Timbrul unui sunet depinde de felul cum ai provocat sursa sonoră să oscileze. Dacă ciupeşti sau loveşti o coardă elastică, sunetul se amortizează repede, dar folosind un arcuş, oscilaţia poate dura mai mult. Instrumentiştii scurtează sau lungesc corzile prin apăsarea lor, în diferite puncte, pe cutia de rezonanţă a instrumentului (vezi 45). Corzile vibrează astfel cu diverse frecvenţe. Când acordează o vioară sau o chitară, ei întind (tensionează) mai mult sau mai puţin corzile, prin răsucirea lor cu anumite dispozitive, peste cutia de rezonanţă care amplifică sunetele obţinute. La instrumentele de suflat, coloana de aer oscilează în diferite moduri, controlate de suflul aerului, în coloane de aer mai lungi sau mai scurte (naiul, orga).

În interiorul gurii, cavitatea rezonantă dintre corzile vocale, limbă şi buze poate fi cu un capăt deschis (sau cu capete închise), cu volume şi forme diferite. Când vorbim, corzile vocale produc diverse tonuri, dar cavitatea gurii modifică în continuu tonurile din cauza diferitelor frecvenţe de rezonanţă ale cavităţii.


43

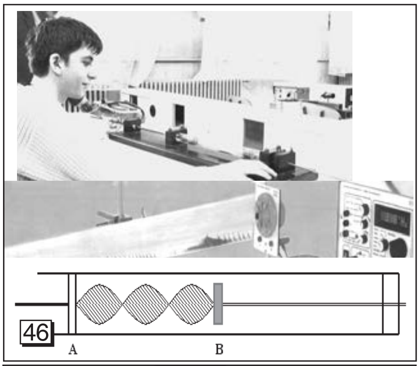


44

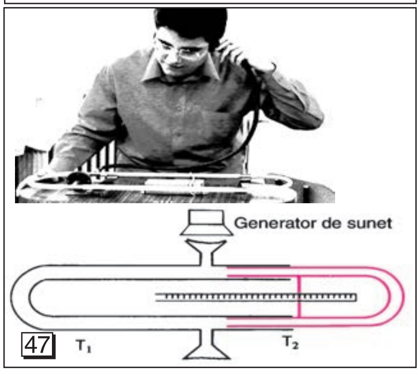
Undele staționare din coloanele de aer ale tuburilor sonore se formează astfel: dacă la capete sunt suprafețe de separare cu medii mai rigide, prin reflexia cu schimbare de fază (π), apar noduri de oscilație (capete închise), iar dacă sunt suprafețe de separare cu medii mai puțin rigide, atunci are loc o reflexie fără schimbare de fază și undele staționare formează ventre de oscilație (capete deschise).


45

Corzile instrumentelor se acordează pe aceeași frecvență cu cea a unui diapazon prin modificarea tensiunii, în timp ce vibrează, până când dispare fenomenul de bătăi.

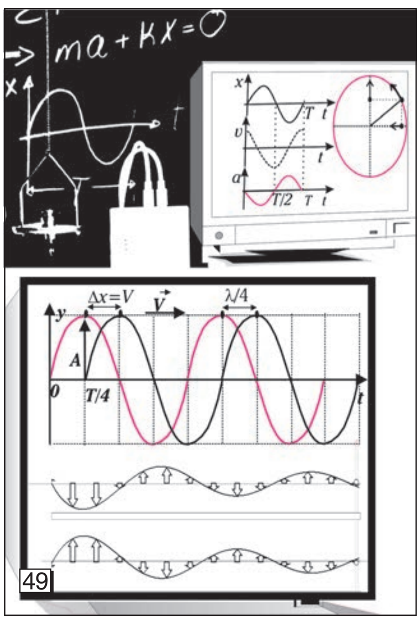


46



47

48



49

**Experimente opţionale* (pentru performeri şi curioşi)*

1. Aşezăm o sursă sonoră (difuzor conectat la un generator de ton cu frecvenţă variabilă) în faţa unui tub de sticlă deschis la capăt, care conţine pulbere de plută distribuită pe lungimea tubului (vezi 46). Mărim frecvenţa sunetului până când pulberea se concentrează în nodurile undelor staţionare, care se formează în coloana de aer când este îndeplinită condiţia de rezonanţă (frecvenţa oscilaţiilor proprii ale coloanei de aer este egală cu frecvenţa membranei difuzorului).

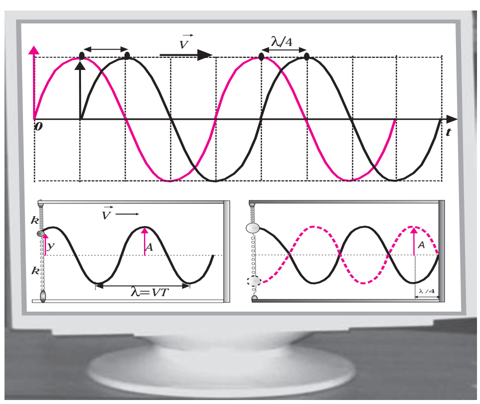
2. Găseşti frecvenţa de oscilaţie a unui difuzor cuplat la un generator de frecvenţă sau a unui diapazon prin ridicarea braţului unui manometru cu lichid, din apropierea acestora, până când sunetul se aude întărit de aerul din tub, care vibrează la rezonanţă, din condiţia $l_{col.aer} = \frac{\lambda}{4} = \frac{V_{aer}}{4\nu}$.

Când umpli un vas cu apă, pe măsură ce spaţiul de aer devine mai mic, frecvenţa sunetului (gâlgâitul aerului) se măreşte. Când goleşti vasul, creşte spaţiul ocupat de aer în vas şi cavitatea are frecvenţa de rezonanţă mai mică, ca la tuburile mari care dau sunete joase.

3. Într-un dispozitiv Quincke (vezi 47) se obţin maxime sau minime de interferenţă când diferenţa de drum a sunetelor care interferează după ce s-au propagat prin cele două tuburi, T_1 şi T_2, este multiplu par sau, respectiv, impar de semiundă. Se deplasează tubul culisant T_2 pe distanţa d. Dacă sunetul obţinut prin interferenţa sunetelor care se propagă prin cele două tuburi are din nou intensitatea maximă, atunci diferenţa de drum suplimentară este $2d = \lambda$.

4. Sunetele se pot vizualiza pe ecranul unui osciloscop, prin captarea sunetelor cu un microfon sau difuzor dinamic cuplat la intrarea Y a unui osciloscop (vezi 48).

5. Studiul oscilaţiilor şi undelor elastice se poate face cu experimente simulate pe calculator (vezi 49).



1.3.6. Acustica

Descrierea sunetelor utilizând calităţile sunetului

Acustica se ocupă cu studiul producerii, propagării şi recepţionării sunetelor. Sunetele se propagă prin medii elastice sub formă de unde sonore (zone comprimate care alternează cu zone rarefiate).

Acustica fiziologică grupează senzaţiile de sunet produse asupra urechii umane după: înălţime, timbru şi intensitate auditivă.

Înălţimea sunetului este calitatea sunetului care depinde de frecvenţă (creşte cu frecvenţa).

Timbrul este calitatea sunetului care permite distingerea surselor sonore, după spectrul de armonice ale unui sunet fundamental (vezi 50). Două instrumente muzicale pot produce aceeaşi notă muzicală, dar cu armonice diferite ca număr şi intensităţi.

Urechea umană nu poate aprecia de câte ori un sunet are intensitatea sonoră mai mare decât a altui sunet, după intensitatea senzaţiei auditive.

Intensitatea senzaţiei auditive *S* creşte proporţional cu logaritmul zecimal al intensităţii energetice I:

$$S = k\lg I.$$

Rezultă că intensitatea senzaţiei auditive creşte în progresie aritmetică atunci când intensitatea energetică sonoră creşte în progresie geometrică.

Intensitatea energetică sonoră este definită de raportul dintre energia W transferată de undă în unitatea de timp prin unitatea de suprafaţă transversală:

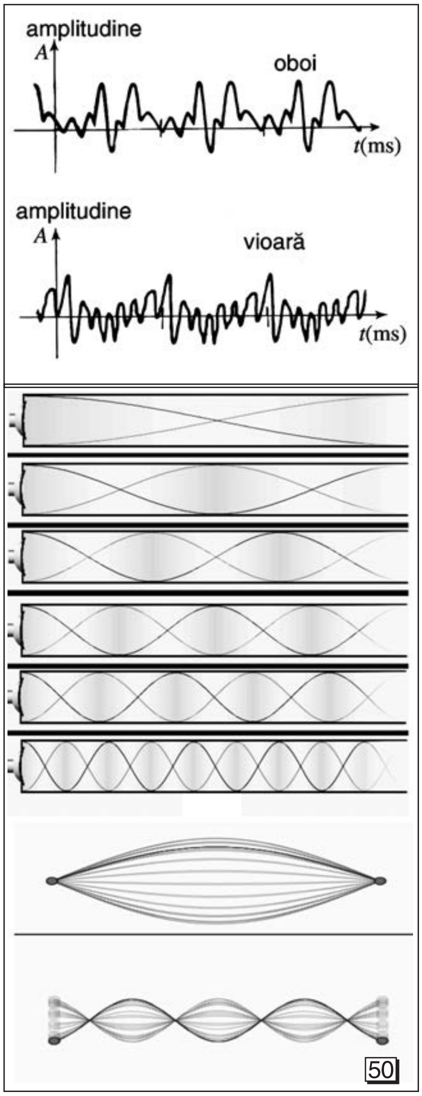
$$I = \frac{W}{St}.$$

Nivelul sonor N_S reprezintă de zece ori logaritmul zecimal al raportului dintre intensitatea sonoră I a unui sunet şi intensitatea minimă percepută de ureche, $I_0 = 10^{-12}$ W/m^2, la frecvenţa $\nu_0 = 10^3$ Hz, pentru care sensibilitatea urechii este maximă:

$$N_S = 10 \lg \frac{I}{I_0}.$$

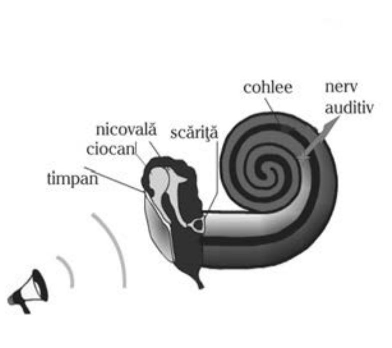
Nivelul sonor este exprimat în S.I. în **decibeli** (dB).

Intensităţii sonore maxime suportate de ureche ($I = 1$ W/m^2), produsă de o variaţie a presiunii atmosferice de 30 N/m^2, când apare senzaţia de durere, îi corespunde nivelul sonor $N_S = 120$ dB.



50

Sursa zgomotului ($\nu \approx 10^3$ Hz)	**N_S (dB)**	**I (Wm^{-2})**
foşnet de frunze	10	10^{-11}
şoaptă	20	10^{-10}
aparat de radio	40	10^{-8}
discurs	60	10^{-6}
trafic aglomerat	80	10^{-4}
discotecă	100	10^{-2}
motor de avion	120	1



51

Explicarea percepţiei sunetelor

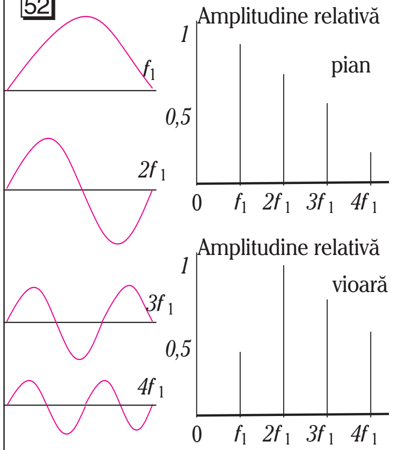
Undele sonore sosite din urechea externă provoacă oscilaţii ale sistemului osos: ciocan, nicovală şi scăriţă (vezi 51). Prin perilimfă, undele sonore ajung într-un canal osos răsucit în spirală denumit cohlee. Pe toată lungimea acestui canal se află terminaţii nervoase sensibile la perturbaţii cu frecvenţe înalte sau cu frecvenţe joase. Nervii auditivi transformă energia vibraţiilor produse în ureche de undele sonore în mici impulsuri nervoase (biocurenţi) care produc în creier o senzaţie auditivă (care depinde de vârstă şi de starea receptorului auditiv).

Variaţiile presiunii cu frecvenţe ν între 16 Hz şi 20 000 Hz produc senzaţii auditive.

Calităţile sunetelor sunt subiective.

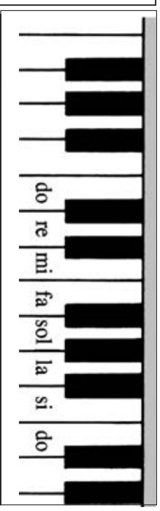
Infrasunetele (ν < 16 Hz) şi ultrasunetele (ν > 20 000 Hz) nu sunt recepţionate de urechea umană.

52



f_1 — *frecvenţa fundamentală*

Notele	Frecvenţele (Hz)
do	261,6
do# (re$_b$)	277,2
re	293,7
re# (mi$_b$)	311,1
mi	329,6
fa	349,2
fa# (sol$_b$)	370,0
sol	392,0
sol# (la$_b$)	415,3
la	440,0
la# (si$_b$)	466,2



*Funcţionarea instrumentelor cu coarde şi a celor de suflat

Tuburile şi corzile sonore ale instrumentelor muzicale sunt surse de unde sonore.

Undele staţionare, care au anumite frecvenţe caracteristice, se formează atunci când corzile elastice sunt puse în oscilaţie prin ciupire, lovire sau frecare cu un arcuş sau când coloanele de aer sunt puse în oscilaţie de buzele suflătorului, de muştiuc sau de ancia instrumentelor cu tuburi sonore (nai, trompetă, flaut, clarinet etc.). Propagarea perturbaţiilor de presiune se face în mediul exterior sub formă de unde longitudinale, cu transferul unei părţi din energia surselor sonore.

Sursele sonore generează unde sonore care produc senzaţii auditive plăcute urechii umane (sunete muzicale) dacă produc un şir ordonat de fluctuaţii periodice de presiune, în diferite combinaţii.

Sunetele muzicale sunt împărţite în game muzicale, fiecare fiind alcătuită din note muzicale, ale căror frecvenţe se află între ele în anumite rapoarte (vezi 52).

Următoarea gamă, care începe cu aceeaşi notă, dar la interval de o octavă, are frecvenţele dublate faţă de cea precedentă.

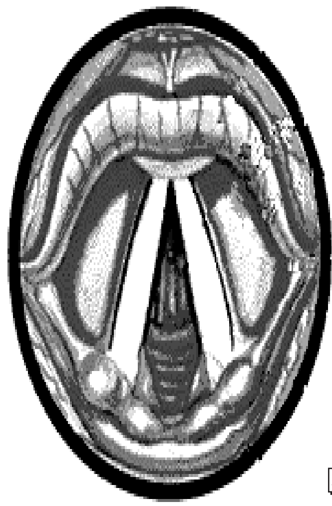
Tuburile subţiri produc sunete bogate în armonici superioare, percepute de urechea umană ca sunete ascuţite şi stridente.

Tuburile groase produc tonuri joase, plăcute urechii (frecvenţa fundamentală şi primele armonice inferioare).

Sunetele vocale sunt produse de vibraţia corzilor vocale sub acţiunea unui flux de aer (vezi 53). Dacă deschizi gura şi produci un sunet, fără să pui în mişcare alţi muşchi, îl vei auzi nearticulat. Când vorbeşti, intră în acţiune cavitatea bucală, muşchii gâtului, limba, buzele, faringele, care transformă sunetele în cuvinte. Sunetele muzicale sunt emise prin modificarea distanţei şi tensiunii în corzile vocale sub acţiunea muşchilor gâtului.

Obturează cu degetele gâtul unui balon de cauciuc umflat. Vei constata că frecvenţa sunetului produs de vibraţia jetului de aer care iese afară depinde de deschiderea gâtului şi dimensiunile balonului.

Zgomotele şi pocnetele sunt produse de oscilaţii neperiodice, cu durate mari şi, respectiv, mici.



53

Măsuri de protecţie privind posibilele efecte ale sunetelor

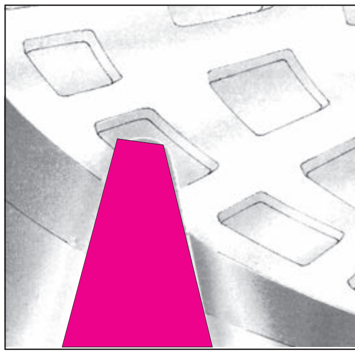
În orice sistem acustic (coloană de aer, coardă elastică etc.) excitat cu oscilaţii care satisfac condiţia de rezonanţă se formează unde staţionare.

Sunetele şi zgomotele de diferite intensităţi pot produce stress, oboseală, reducerea atenţiei şi a capacităţii de muncă, traumatism sonor sau surditate profesională, spargerea geamurilor etc. Un sunet cu frecvenţa egală cu frecvenţa proprie a unui vas de sticlă poate produce vibraţii cu amplitudini mari, deoarece este îndeplinită condiţia de rezonanţă şi se poate produce chiar spargerea vasului.

Efectul nociv al zgomotului creşte cu durata acestuia, iar peste anumite limite de suportabilitate se ajunge la o pshihoză periculoasă. Pragul la care intensitatea sonoră devine nocivă este 80 de decibeli, de aceea se poate ajunge la traumatism sonor sau surditate.

Aceeaşi piesă nu mai produce senzaţie auditivă şi impresie bună asupra psihicului dacă este redată la volum mare. Amlificarea mare distorsionează semnalul, introduce zgomote (suprapuneri dezordonate de vibraţii sonore). Piesele muzicale sunt amestecuri de sunete şi zgomote a căror proporţie s-a schimbat în ultimul secol în favoarea zgomotelor şi sunetelor cu timbru sărac în armonice.

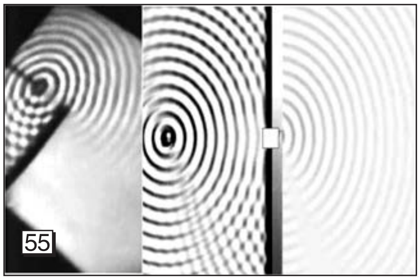
Ştim cu toţii că anumite pasaje ale unei piese muzicale clasice sunt interpretate de instrumentele de suflat, alte pasaje de instrumentele cu coarde, iar finalul de toată orchestra. Într-o orchestră cu ambele tipuri de instrumente, bogăţia de armonice contribuie la obţinerea unei calităţi deosebite a sunetelor redate („culoarea“ sau timbrul).



54

În timpul înregistrării digitale (numerice) pe un CD, sunetele convertite în semnale electrice codificate în secvențe numerice (0 și 1) sunt gravate pe suprafața discului sub forma unor minuscule scobituri, care sunt apoi acoperite cu o folie subțire de aluminiu (vezi 54). Când CD-ul este introdus în lectorul optoelectronic de discuri, un fascicul laser reflectat de succesiunea de scobituri decodifică informația stocată în semnale electrice, care apoi sunt reconvertite în sunete de către difuzoare.

1.3.7. *Difracţia undelor mecanice — studiu calitativ


55

Difracția undelor constă în ocolirea de către unde a obstacolelor sau pătrunderea undelor prin fante înguste.

La formarea undelor superficiale transversale de natură neelastică de la suprafața lichidelor contribuie forțele de tensiune superficială și forțele gravitaționale. La undele cu lungimi de undă de ordinul decimetrilor, forțele de tensiune superficială nu au nici o influență. Particulele lichidului nu efectuează o simplă mișcare în sus și în jos, ci se mișcă pe cercuri sau elipse în timp ce unda trece peste ele. Corpurile plutitoare sunt împinse de creasta valurilor în sensul de mișcare al acestora, iar în adâncitura valurilor sunt trase în sens invers.

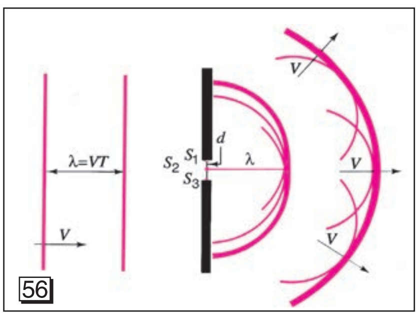
Sunetul poate fi auzit în spatele unor ecrane de dimensiuni relativ mari, de ordinul metrilor.

Explicaţia acestui fenomen numit **difracţie** constă în faptul că fiecare punct de pe suprafaţa de undă este o sursă de oscilaţii secundare conform principiului Huyghens-Fresnel. Obiectul împiedică o parte din frontul de undă să avanseze, dar sursele secundare de pe restul frontului de undă generează unde care pătrund şi în spatele obiectului.

Difracţia constă în schimbarea direcţiei de propagare a undelor la trecerea pe lângă obstacole sau la traversarea fantelor cu dimensiuni comparabile cu lungimea de undă.

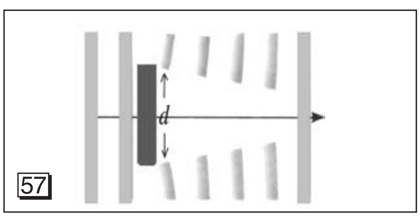
Cu un diapazon cu vârf, producem o undă circulară de natură neelastică la suprafaţa apei dintr-un vas, undă care se propagă pe suprafaţa lichidului până la un obstacol sau până la o fantă îngustă a unui paravan (vezi 55). Se constată că unda se propagă prin fantă şi în spatele acestui paravan.

Fenomenul de difracţie se explică aplicând principiul lui Huygens: punctele din porţiunea de suprafaţă de undă din fantă sau orificiu au devenit noi centre de oscilaţii, de la care se propagă unde circulare şi în spatele paravanului (vezi 56).



56

În cazul când în calea undelor se află un obstacol cu dimensiunea d, de acelaşi ordin de mărime cu lungimea de undă, unda se propagă şi de această dată în spatele obstacolului, aparent ocolindu-l. Unda incidentă, ajungând la marginea obstacolului, va determina noi centre de oscilaţii care se vor propaga şi în spatele acestuia (vezi 57).



57

Fiecare punct de pe frontul de undă devine o sursă de unde, propagând astfel excitaţia din aproape în aproape.

Când dimensiunile obstacolelor sau fantelor sunt mari în raport cu lungimea de undă, fenomenul de difracţie este slab. Când dimensiunile obstacolelor sau fantelor sunt mici în raport cu lungimea de undă sau sunt comparabile cu lungimea de undă ($d \leq \lambda$), difracţia se pune în evidenţă.

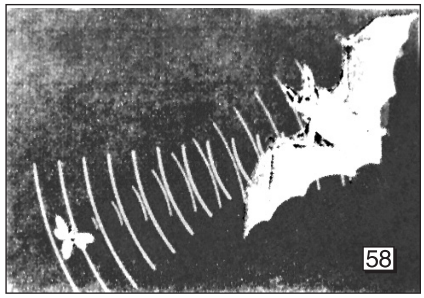
Reţine!

Explicaţia difracţiei constă în faptul că fiecare punct de pe frontul de undă este o sursă de oscilaţii secundare, conform principiului Huygens.

1.3.8. Ultrasunete şi infrasunete. Aplicaţii în medicină, industrie, tehnică militară

Aplicaţii ale ultrasunetelor şi infrasunetelor

Liliecii şi delfinii au capacitatea de a recepţiona ultrasunetele, ale căror frecvenţe sunt mai mari de 20 000 Hz. Liliecii şi delfinii localizează obstacolele şi prada cu ajutorul unui sistem de emisie a undelor ultrasonore sub formă de semnale scurte (20-50 semnale/s), recepţionate sub formă de semnale-ecou după un interval de timp care depinde de distanţa până la acestea (vezi 58). Cu cât timpul scurs între emiterea sunetului şi ecou este mai scurt, cu atât este mai aproape prada.

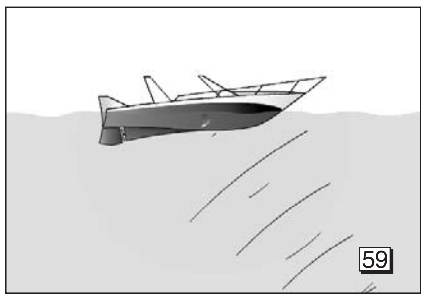

58

Ultrasunetele se obţin prin folosirea unor cristale piezoelectrice din cuarţ, care prezintă fenomenul de electrostricţiune, adică de contracţie sau dilatare sub acţiunea unei tensiuni electrice alternative. Dacă frecvenţa tensiunii alternative aplicate depăşeşte 20 kHz, lama va emite ultrasunete în mediul înconjurător.

Infrasunetele (0-16 Hz) sunt percepute de sugari, animale, păsări şi peşti, care se refugiază atunci când se stârneşte o furtună. În cazul cutremurelor, unele animale percep infrasunetele însoţitoare şi intră în panică, înainte ca omul să sesizeze unda seismică. Infrasunetele pot fi produse de explozii, cutremure, avioane turboreactoare şi automobile la viteze mari. În timpul furtunilor, sunt emise infrasunete care se propagă la mari depărtări, unde este vreme bună.

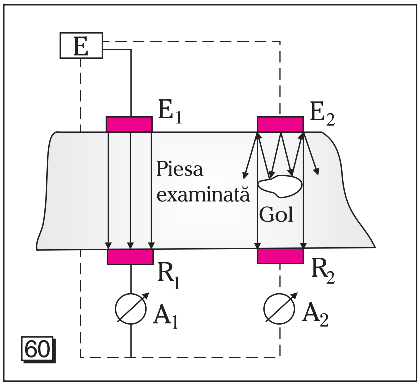
Unele dintre cele mai utile aplicaţii ale ultrasunetelor şi infrasunetelor sunt:

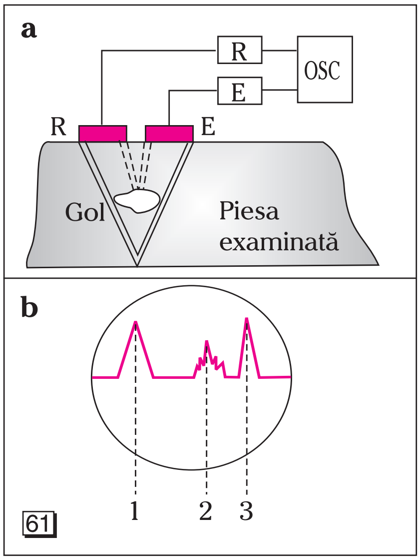
- ☑ Perturbaţiile provocate în interiorul celulelor prin *metoda ecografiei* permit diagnosticarea medicală: un emiţător trimite un fascicul de ultrasunete spre zona cercetată şi un detector recepţionează ecourile.
- ☑ Distrugerea microorganismelor cu ultrasunete are importanţă în prepararea vaccinurilor, sterilizarea şi conservarea alimentelor.
- ☑ Înlăturarea ceţii sau a fumului pe aeroporturi are importanţă în protecţia navigaţiei aeriene.
- ☑ Ultrasunetele se folosesc în spălarea şi curăţarea unor corpuri sau în prelucrarea unor piese. Se introduce piesa care trebuie prelucrată într-un lichid în care se găsesc, în suspensie, particule de praf abraziv dur.


59

Cu fascicule înguste de ultrasunete, care sunt slab absorbite de apă, se pot cerceta, prin reflexie, adâncurile mărilor și oceanelor (vezi 59). Dacă intervalul de timp cronometrat până la captarea sunetului reflectat (a ecoului) este Δt, atunci distanța până la obstacol este: $x = v(\Delta t)/2$.

Sonarul maritim folosește un detector care recepționează, după un timp, ultrasunetele emise în impulsuri (trenuri de unde), după ce acestea s-au reflectat de stânci, epave, submarine sau bancuri de pești, apoi le prelucrează și afișează o imagine pe un monitor.





În figura 61 **b**, prin 1 și 3 sunt indicate locurile unde spotul luminos marchează momentele în care a fost emis semnalul ultrasonor și, respectiv, cel în care a fost receptat semnalul reflectat de fața opusă. Prin 2 este indicat locul unde este primit un semnal reflectat de un gol de aer. Poziția relativă a acestuia în raport cu 1 și 3 ne permite să determinăm adâncimea la care se găsește defectul.

Sub acţiunea unei surse de ultrasunete, în lichid apare fenomenul de **cavitaţie.** Cavităţile sau bulele conţin vaporii lichidului şi gazele dizolvate în lichid, la presiuni foarte mari. Bulele mici se contopesc în bule mai mari, care încep să vibreze şi apoi se sparg, dând naştere unor presiuni locale foarte mari, care se manifestă sub formă de şocuri hidraulice în volume foarte mici. Datorită şocurilor hidraulice, particulele de abraziv se lovesc cu putere de suprafaţa piesei, smulgând aşchii din aceasta.

☑ O altă aplicaţie este **defectoscopia ultrasonoră**.

Controlul ultrasonor permite punerea în evidenţă a unor defecte (fisuri sau goluri) în elementele de beton armat sau în organele de maşini, fără a produce deteriorări ale acestora. Principalele tipuri de defectoscoape ultrasonare utilizează transmisia sau reflexia. În defectoscopul prin transmisie, capul de emisie de ultrasunete E şi capul de recepţie R sunt situate de o parte şi de alta a piesei de cercetat (vezi 60). Dacă între ele nu există nici un defect (ca în poziţia E_1 şi R_1), semnalul ultrasonor transmis va trece neatenuat, provocând o anumită deviaţie a acului aparatului de înregistrare (A_1). În cazul în care întâlneşte un gol, o parte a semnalului ultrasonor este reflectat pe suprafaţa de separare dintre metal şi aerul din golul respectiv, iar semnalul ajunge atenuat la receptor (A_2).

La defectoscoapele prin reflexie (sau în impulsuri), capul de emisie şi cel de recepţie sunt situate de aceeaşi parte a piesei, unul lângă altul (vezi 61 **a**).

Se generează impulsuri scurte la intervale de timp constante, care sunt marcate pe ecranul unui osciloscop. Dacă în piesă există un defect, semnalul ultrasonor se va reflecta de acesta şi va ajunge mai devreme la receptor decât cel reflectat de faţa opusă.

Măsuri de protecție la utilizarea ultrasunetelor sau a infrasunetelor

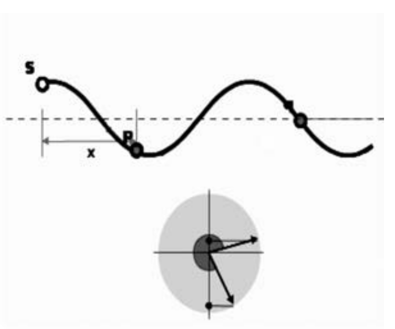
Infrasunetele de anumite frecvenţe produc efecte fiziologice asupra oamenilor: somnolenţă, ameţeală, vomă, fals efect de euforie sau efecte neplăcute de rezonanţă (cu bătăile inimii). Infrasunetele de intensităţi mari, pot traumatiza sistemul nervos şi sistemul circulator.

Ultrasunetele produc migrene, greaţă sau pierderea echilibrului omului atunci când acesta se afla în apropierea sursei. Ultrasunetele de anumite frecvenţe produc efecte de iritaţie asupra animalelor şi asupra omului.

În cazul folosirii ultrasunetelor pentru stabilirea unui diagnostic, intensitatea lor este mică pentru a nu distruge globulele roşii din sânge.

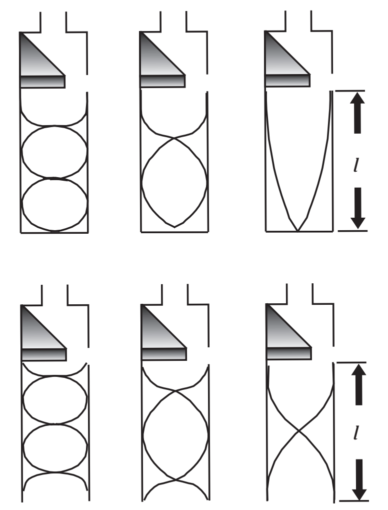
Probleme propuse

1. Sursa de unde (vezi 62) are ecuaţia: $y = 0{,}3\sin\frac{\pi}{9}t$ (m). Viteza de propagare a undelor este $V = 1$ m/s. Dacă defazajul oscilaţiilor produse în două puncte este $\Delta\varphi = \frac{\pi}{2}$, atunci distanţa dintre aceste puncte este:
a) $\Delta x = 4{,}5$ m; b) $\Delta x = 9$ m; c) $\Delta x = 18$ m; d) $\Delta x = 36$ m.



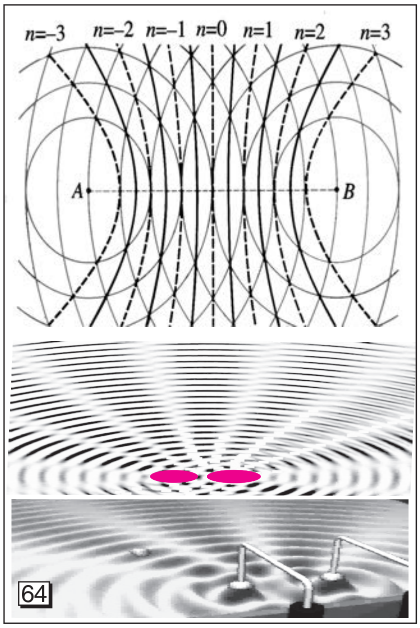
62

2. De capătul unui braţ de diapazon se leagă un fir cu lungimea $l = 2$ m şi masa $m = 12$ g. De fir se atârnă un corp cu masa $M = 960$ g. Lungimii de undă $\lambda = 4$ cm a undelor transversale din fir îi corespunde frecvenţa diapazonului:
a) $\nu = 10$ Hz; b) $\nu = 100$ Hz; c) $\nu = 1000$ Hz; d) $\nu = 460$ Hz.
3. Braţele unui diapazon, situate la distanţa d, după ce sunt apropiate, sunt lăsate să oscileze liber cu amplitudinea A. Aerul din planul median al braţelor diapazonului are amplitudinea oscilaţiilor:
a) $2A$; b) A; c) $A/2$; d) $A=0$.
4. O lamă metalică elastică de lungime l este fixată strâns la unul dintre capete. Dacă viteza de propagare a undelor longitudinale este egală cu V, frecvenţele proprii de vibraţie ale lamei sunt exprimate prin relaţia:
a) $\nu_k = \frac{V}{4l}(2k-1)$; b) $\nu_k = \frac{V}{4l}\cdot 2k$; c) $\nu_k = \frac{V}{2l}(2k+1)$; unde $k \in \mathbb{N}$.
5. Frecvenţele oscilaţiilor proprii ale unei coloane de aer de lungime l dintr-un tub deschis la ambele capete (vezi 63) sunt exprimate prin relaţia:
a) $\nu_k = \frac{V}{2l}\cdot k$; b) $\nu_k = \frac{V}{2l}(2k+1)$; c) $\nu_k = \frac{V}{2l}\cdot 2k$; unde $k \in \mathbb{N}$.

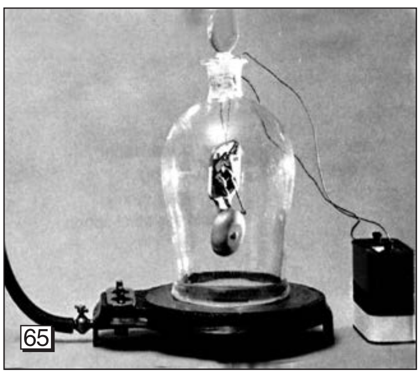


63

6. Se ştie că pe Lună corpurile sunt mai uşoare decât pe Pământ. Un sunet produs la capătul unei bare metalice aflate pe Lună se propagă prin bară:
a) mai repede decât prin aceeaşi bară aflată pe Pământ;
b) mai încet decât prin bara de pe Pământ;
c) cu aceeaşi viteză; d) pe Lună nu se propagă.
7. Într-o coardă se produce o oscilaţie de o anumită lungime de undă şi o anumită frecvenţă. Această oscilaţie se transmite în aer:
a) cu aceeaşi frecvenţă, dar cu lungime de undă diferită;
b) cu aceeaşi lungime de undă, dar cu frecvenţă diferită;
c) cu aceeaşi lungime de undă şi aceeaşi frecvenţă;
d) cu lungime de undă şi frecvenţă diferite.



64


65

8. Se dau ecuaţiile a trei oscilaţii armonice cu elongaţiile paralele, propagate din trei surse până într-un punct *P*:

I. $y_{\mathrm{I}} = 20 \cdot \sin(\omega t + \pi)$; II. $y_{\mathrm{II}} = 40 \cdot \sin\left(\omega t + \dfrac{\pi}{2}\right)$;

III. $y_{\mathrm{III}} = 30 \cdot \sin(\omega t + 2\pi)$.

Prin suprapunerea căror oscilaţii se obţine amplitudinea maximă?

a) I cu II; b) I cu III; c) II cu III; d) I cu II şi cu III.

9. Între polii unui magnet se află un fir de cupru cu lungimea l, raza secţiunii r şi densitatea ρ. Când prin fir circulă un curent alternativ de frecvenţă ν, coarda vibrează. Tensiunea în coardă este:

a) $F = 16\pi\nu^2 l^2 \rho r^2$; b) $F = 8\pi\nu^2 l^2 \rho r^2$;
c) $F = 4\pi\nu^2 l^2 \rho r^2$; d) $F = \pi\nu^2 l^2 \rho r^2$.

10. Capătul unui fir este prins de braţul unui diapazon care vibrează cu frecvenţa $\nu = 50$ Hz. Celălalt capăt al firului, trecut peste un scripete, este întins de greutatea $G_0 = 5$ N. Lungimea firului între diapazon şi scripete este $l = 2$ m. Valorile greutăţii G_2 pentru al doilea mod de vibraţie şi, respectiv, G_3 pentru al treilea mod de vibraţie sunt:

a) $G_2 = 20$N, $G_3 = 45$N; b) $G_2 = 20$N, $G_3 = 20$ N;
c) $G_2 = 5/4$ N, $G_3 = 5/9$ N.

11. Două vârfuri, ale căror extremităţi ating suprafaţa unei cuve cu mercur, vibrează cu frecvenţa $f = 116$ Hz. Se obţine un câmp de interferenţă (vezi 64). Se măsoară distanţele de la vârfurile vibratoare (S_1 şi S_2) faţă de un punct M luat pe hiperbola n, socotită de la axa comună şi $MS_1 - MS_2 = 1{,}07$ cm. De aceeaşi parte a axei de simetrie se ia un punct M' pe hiperbola $(n + p)$, unde $p = 12$ şi $M'S_1 - M'S_2 = 2{,}03$ cm. Lungimea de undă şi viteza de propagare a mişcării sunt:

a) $\lambda = 0{,}8$ mm; $V = 0{,}25$ cm/s; b) $\lambda = 0{,}8$ mm; $V = 9{,}28$ cm/s;
c) $\lambda = 1$ mm; $V = 0{,}5$ cm/s.

12. De ce sunetele unei sonerii în funcţiune nu se aud dacă soneria este sub clopotul unei pompe de vid (vezi 65)?

Răspunsuri:

1. a. **2.** c. **3.** d. **4.** a. **5.** a. **6.** c. **7.** a. **8.** c.
9. a. **10.** c. **11.** b. **12.** Sunetele nu se propagă prin vid.

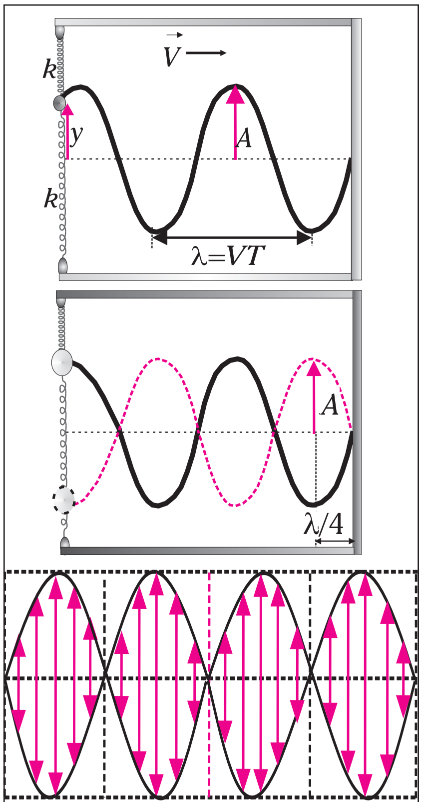
Teste pentru autoevaluare

Testul 1

I. Găseşte corespondenţa dintre definiţiile şi explicaţiile din cele două coloane (o literă a coloanei din stânga se asociază unei cifre a coloanei din dreapta):

a. dacă una dintre particulele unui mediu oscilează, atunci vor oscila şi particulele vecine deoarece interacţionează între ele;
b. unde generate de perturbaţii mecanice în medii elastice, transportă energie mecanică;
c. direcţia de propagare a undei este perpendiculară pe direcţia de oscilaţie;
d. funcţia matematică care descrie mărimea perturbată;
e. suprafaţa de undă cea mai avansată la un moment dat;
f. spaţiul străbătut de undă în timpul unei perioade a oscilaţiei;
g. mulţimea punctelor din spaţiu care oscilează având la un moment dat aceeaşi valoare a funcţiei de undă pe suprafeţe de undă cu forme diferite;
h. direcţia de propagare a undei coincide cu direcţia de oscilaţie;
i. fenomen ce constă în ocolirea de către unde a obstacolelor;
j. fenomenul de suprapunere a două sau mai multe unde de aceeaşi frecvenţă;
k. diagramă în care componentele unui sunet sunt reprezentate în funcţie de frecvenţele şi intensităţile lor;
l. undă care apare în urma interferenţei a două unde de amplitudini egale, care se propagă în sensuri contrare;
m. punct în care undele coerente sosesc în concordanţă de fază.

1. prin propagarea oscilaţiilor se generează unde;
2. unde *longitudinale;*
3. unde *transversale;*
4. funcţia de undă;
5. unde elastice ;
6. frontul de undă;
7. lungimea de undă;
8. după formă, putem întâlni unde plane, unde sferice, unde cilindrice.
9. difracţie;
10. interferenţă;
11. spectru;
12. undă staţionară;
13. ventru.



66

II. Pentru itemii următori, scrie pe foaia de răspuns litera corespunzătoare răspunsului considerat corect:

1. În cazul interferentei staţionare (vezi 66), nodurile reprezintă:
a) puncte în care amplitudinea este maximă;
b) puncte în care amplitudinea este minimă;
c) puncte în care amplitudinea este intermediară;
d) puncte în care amplitudinea este variabilă.

2. În cazul reflexiei undelor pe o suprafaţă rigidă (vezi 66):
a) se pierde o semiundă;
b) unghiul de incidenţă este dublul unghiului de reflexie;
c) unghiul de incidenţă este egal cu jumătatea unghiului de reflexie;
d) unghiul de incidenţă este egal cu triplul unghiului de reflexie.

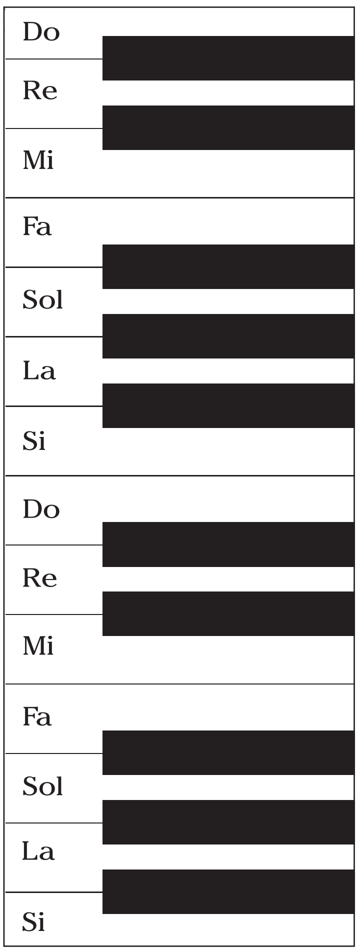
Răspunsuri:

II. 1. b. **2.** a.

Testul 2

I. Găseşte corespondenţa dintre definiţiile şi explicaţiile cu trimiteri interdiciplinare din cele două coloane:

a. sunete muzicale;
b. ecou;
c. infrasunete;
d. înălţimea sunetului;
e. supersonic;
f. ultrasunete;
g. seismograme;
h. game;
i. claviatură (vezi 67);
j. zgomote;
k. pocnete;
l. acord muzical;
m. intervale muzicale;



67

1. sunete cu frecvenţa mai mică de 16 Hz;
2. sunet reflectat de un obstacol plasat în aer la distanţe mai mari de 17 m faţă de sursa sonoră;
3. unde utilizate de către delfini pentru localizarea obstacolelor şi a prăzii;
4. avion cu viteză mai mare decât a sunetului în aer;
5. recepţionate de la oscilaţiile corzilor sau a coloanelor de aer din instrumentele muzicale, care sunt sediul unor unde staţionare;
6. calitate a sunetului dependentă de frecvenţă;
7. nu sunt recepţionate de urechea umană;
8. obţinute la înregistrarea seismelor cu sisteme pendulante ce capătă mişcări de oscilaţie datorate propagării undelor elastice prin Pământ;
9. o secvenţă de câte şapte sunete separate prin intervale muzicale;
10. sunete produse de mişcări periodice;
11. sunete produse de mişcări neregulate;
12. sunete produse de o variaţie bruscă şi scurtă a presiunii aerului;
13. două sau mai multe sunete produse simultan, separate prin intervale muzicale;
14. raportul dintre frecvenţele a două sunete, ν_1 şi ν_2, reprezintă anumite numere întregi;
15. clapele pianului, orgii, acordeonului etc.

II. Pentru itemii următori, scrie pe foaia de răspuns litera corespunzătoare răspunsului considerat corect:

1. În cazul unui tub sonor, distanţa dintre două ventre consecutive este:
a) jumătatea lungimii de undă; b) dublul lungimii de undă; c) egală cu lungimea de undă; d) triplul lungimii de undă.

2. Calculează amplitudinea şi faza iniţială a mişcării oscilatorii obţinută prin suprapunerea oscilaţiilor paralele descrise de ecuaţiile: $y_1 = 4 \sin(\omega t + \pi/3)$ m; $y_2 = 6 \sin(\omega t + \pi/6)$ m.

Răspunsuri:

1. a. **2.** A = 9,57 m; tgφ = 1,24.

Testul 3 (timp: 15 min)

Pentru itemii următori, scrie pe foaia de răspuns litera corespunzătoare răspunsului considerat corect:

1. În mediile de tip elastic, după trecerea perturbaţiei:
a) mediul revine la starea iniţială; b) mediul nu revine la starea iniţială; c) mediul nu revine la starea iniţiala decât daca perturbaţia este de tip sinusoidal; d) mediul revine foarte lent la starea iniţială (după 2-3 ore).

2. Un punct aflat la distanţă de o sursă de unde elastice:
a) va efectua o mişcare asemănătoare cu mişcarea punctelor sursei, în fază cu sursa; b) nu va efectua nici o mişcare; c) va efectua o mişcare asemănătoare cu mişcarea punctelor sursei, dar întârziată; d) va efectua o mişcare asemănătoare cu mişcarea punctelor sursei, defazată cu 90 de grade.

3. Poziţia frontului de undă:
a) se modifică în timp; b) nu se modifică în timp deoarece viteza de deplasare a perturbaţiei este de obicei constantă; c) se modifică în timp doar pentru medii elastice; d) se modifică în timp doar pentru oscilaţii de amplitudine si frecvenţă mare.

4. În cazul interferenţei, undele:
a) se perturbă reciproc; b) nu se perturbă reciproc; c) se perturbă reciproc doar dacă amplitudinea uneia este dubla amplitudinii celeilalte; d) se perturbă reciproc doar dacă amplitudinea uneia este triplul amplitudinii celeilalte.

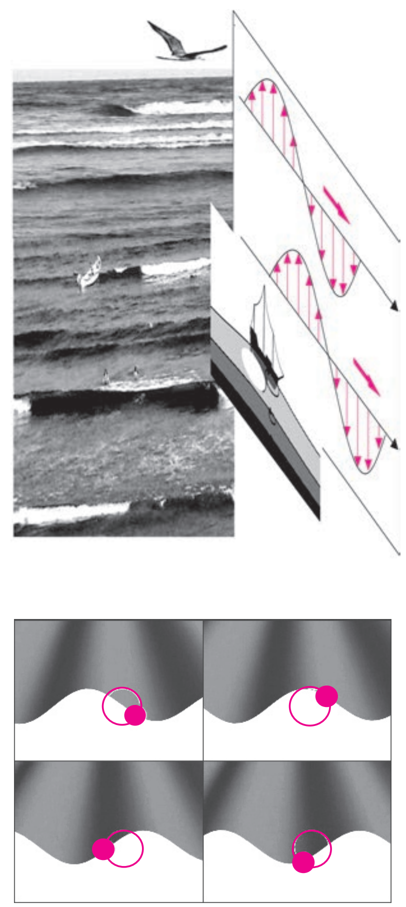
5. În regiunea în care se întâlnesc două unde mecanice, elongaţia rezultantă a punctelor este dată de:
a) numai de prima undă; b) numai de a doua undă; c) suma elongaţiilor celor două unde; d) unda cu amplitudinea mai mare.

6. În cazul interferenţei staţionare, minimele şi maximele:
a) nu sunt localizate în spaţiu; b) sunt localizate în spaţiu; c) sunt localizate în spaţiu doar pentru unde sinusoidale; d) sunt localizate în spaţiu doar pentru amplitudini mici ale undelor.

7. Observând un corp care pluteşte, constatăm că acesta efectuează, în timpul trecerii valurilor:
a) mişcări circulare; b) mişcări parabolice; c) mişcări rectilinii; d) mişcări iperbolice.

Răspunsuri:

1. a. **2.** c. **3.** a. **4.** b. **5.** c. **6.** b. **7.** a. Datorită frecărilor dintre straturile de apă, în interiorul valurilor, corpul care pluteşte, ca şi apa, capătă mişcări de rotaţie (vezi 68).



68

Valurile de la suprafața apei nu sunt de natură elastică, deoarece stratul de apă de la suprafață este antrenat într-o mișcare tangențială datorită frecărilor cu stratul de aer. Straturile de apă de la suprafață antrenate de aer se vor deplasa mai repede decât straturile de apă din adâncime.

Testul 4 (timp: 50 min)

I. La următoarele afirmaţii răspunde cu A dacă afirmaţia respectivă este adevărată sau cu F dacă este falsă:

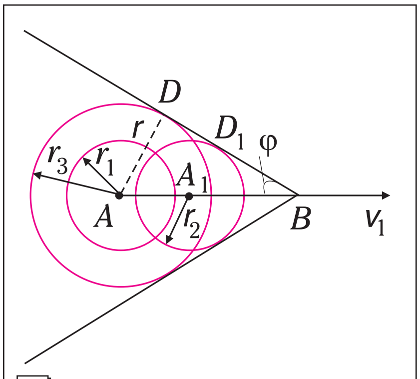
1. Infrasunetele sunt recepţionate de urechea umană.
2. Geologii analizează structura straturilor litosferice utilizând unde produse artificial (prin explozii).
3. Ecoul reprezintă un sunet reflectat de un obstacol plasat în aer la distanţe mai mari de 17 m faţă de sursa sonoră.
4. Înălţimea sunetului este dependentă de amplitudine.
5. Ultrasunete sunt utilizate de către delfini pentru localizarea obstacolelor şi a prăzii.

II. Rezolvă problemele următoare:

1. Perioada unei mişcări ondulatorii este de 3 ms. Diferenţa de fază este de $\pi/2$ pentru două puncte situate la distanţa de 30 cm. Calculează viteza de propagare şi lungimea de undă.
2. Calculează frecvenţa fundamentală de oscilaţie pentru o coardă de 1 m lungime, cu masa unităţii de lungime de 2 g/m, când tensiunea din fir este de 80 N.
3. O coardă de 1 m lungime, cu masa unităţii de lungime de 2 g/m, oscilează când tensiunea din fir este 80 N. Calculează tensiunea din coardă, când frecvenţa fundamentală devine 120 Hz.
4. Punctele unui mediu în care s-au format unde, execută mişcări periodice descrise de ecuaţia: $y = 3\sin(120t - x/4)$ mm. Calculează viteza maximă a oscilaţiilor punctelor mediului şi viteza propagării undei.
5. Două unde care se propagă pe o coardă, în aceeaşi direcţie, au aceeaşi frecvenţă (100 Hz) şi lungimea de undă $\lambda = 0{,}01$ m. Dacă amplitudinea undelor este $A = 2$ cm, iar defazarea lor iniţială este de $\pi/3$, calculează amplitudinea undei rezultante.
6. Un avion poate produce, prin împingerea laterală a straturilor din calea sa, o undă de şoc (un şoc de presiune) devenind sursă sonoră. În ce condiţii apare unda de şoc?

Răspunsuri:

II. 1. 400 m/s; 1,2 m. **2.** 100 Hz. **3.** 115 N. **4.** v_{max}=0,36 m/s; $V_{fază}$= 480 m/s. **5.** A = 3,46 cm. **6.** Există soluţie numai dacă viteza $V_1 > V$ de deplasare a avionului supersonic este mai mare decât viteza V de propagare a undelor de presiune formate în aer şi va genera o undă conică datorită variaţiilor de presiune (vezi 69).



69

Un avion supersonic se deplasează cu viteză mai mare decât a sunetului în aer. În timp ce avionul a parcurs distanța $AB = s_1 = V_1t$, unda de presiune produsă în A s-a propagat pe distanța $AD = r = Vt$. În fiecare punct apar unde sferice care au frontul de undă pe un con în al cărui vârf se află avionul, cu generatoarea tangentă la undele formate. Observăm că $r = s_1\sin\varphi_0$, de unde $Vt = V_1t\sin\varphi$, deci $\sin\varphi = V/V_1$, unde $\varphi \le 90°$. Această undă se propagă în direcție perpendiculară pe suprafața conului, producând un șoc asupra corpurilor întâlnite în cale.